

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

(наименование структурного подразделения (института/факультета/филиала))

Кафедра информационных систем и математического моделирования

(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНА

решением кафедры информационных
систем и математического моделирования
Протокол от «31» августа 2018 г. № 1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.Б.7 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

(индекс и наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

Математический анализ

(краткое наименование дисциплины)

по направлению подготовки (специальности)

38.03.01 Экономика

(код и наименование направления подготовки (специальности))

«Финансы и кредит»

(направленность(и) (профиль (и)/специализация(и))

Бакалавр

(квалификация)

Очная

(форма(ы) обучения)

Год набора – 2019

Волгоград, 2018 г.

Автор – составитель:

канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры
информационных систем и математического моделирования

Савушкин А.Ю.

Заведующий кафедрой

информационных систем и
математического моделирования
канд. технических наук, доцент

Астафурова О.А.

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....	5
3. Содержание и структура дисциплины «Математический анализ».....	6
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств.....	16
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	54
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.	58
6.1. Основная литература.....	58
6.2. Дополнительная литература.	58
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.	59
6.4. Нормативные правовые документы.....	59
6.5. Интернет-ресурсы, справочные системы.	59
7. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины	60

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина Б1.Б.7 «Математический анализ» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК – 3	Способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.	ОПК-3.1.1	Получение базовых знаний и формирование основных навыков по математическому анализу, необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности.
		ОПК-3.2.1	Развитие понятийной базы по математическому анализу и формирование определенного уровня математической подготовки, необходимых для решения теоретических и прикладных задач экономики и их количественного и качественного анализа.

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Формирование трудовых функций, связанных с разработкой финансового плана для клиента и целевого инвестиционного портфеля, финансовым консультированием по широкому спектру финансовых услуг. (Приказ Минтруда России от 09.03.2015 N 167н).	ОПК-3.1.1	<u>На уровне знаний:</u> Теоретические положения всех разделов дисциплины «Математический анализ». Понятийный аппарат математики и математического анализа. Язык математики, как универсальный язык науки.
		<u>На уровне умений:</u> Применять математические методы для решения экономических задач. Использовать понятийный аппарат математического анализа как инструмент научного познания и анализа, для исследования математических моделей в экономике. Оперировать различными видами обобщений, включая образы, понятия, категории. Применять приемы и методы мышления (анализ и синтез, индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, абстрагирование и аналогия), необходимые для интеллектуальной деятельности. Четко, логично, аргументировано строить доказательства, делать умозаключения и выводы. Работать с учебной и научной математической литературой. Развивать интеллектуальную самостоятельность и активность. Осуществлять интеллектуальное саморазвитие, самоусовершенствование. Формировать позитивное отношение к умственному напряжению, преодолевать познавательные трудности. Осуществлять поиск, сбор и анализ информации, необходимой для решения поставленной экономической задачи. Осуществлять выбор соответствующего математического инструментария, необходимого для проведения расчетов и обработки полученных данных в соответствии с поставленной задачей. Анализировать результаты расчетов, обосновывать полученные выводы. Анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
		<u>На уровне навыков:</u> Математическими методами анализа количественных характеристик изучаемого объекта. Навыками аргументированного объяснения, доказательства. Приемами классификации, систематизации знаний на основе логического мышления. Языком математики, необходимым для изучения всех последующих дисциплин, для решения экономических задач. Понятийно-категориальным аппаратом математического анализа. Навыками применения современного математического инструментария для анализа полученных данных.
	ОПК-3.2.1	<u>На уровне знаний:</u> Основы математических методов моделирования экономических систем. Основы математического анализа, необходимые для решения финансовых и экономических задач.
		<u>На уровне умений:</u> Прогнозировать на основе стандартных математических моделей развитие экономических процессов, представлять результаты аналитической и исследовательской работы в виде выступления, доклада, информационного обзора, аналитического отчета с использованием графиков, таблиц, диаграмм.
		<u>На уровне навыков:</u> Методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов. Креативными навыками самостоятельной познавательной деятельности.

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.Б.7 «Математический анализ» входит в математический и естественнонаучный учебный цикл, являясь базовой дисциплиной учебного плана. Освоение дисциплины базируется на знаниях, полученных при изучении школьного курса математики, в свою очередь «Математический анализ» является основой при изучении таких дисциплин, как Б1.Б.8 «Линейная алгебра», Б1.Б.9 «Теория вероятностей и математическая статистика», Б1.Б.13 «Эконометрика», Б1.Б.10 «Методы оптимальных решений».

В соответствии с учебным планом дисциплина изучается в течение первого и второго семестров общим объемом 252 часа (7 ЗЕТ). По очной форме обучения на контактную работу с преподавателем запланировано 128,8 часов, на самостоятельную работу – 87,2 часов и контроль - 36 часов.

Формами промежуточной аттестации являются зачет + контрольная работа в первом семестре, экзамен + контрольная работа во втором семестре по завершению изучения курса.

3. Содержание и структура дисциплины «Математический анализ»

Наименование тем	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости ¹ , промежуточной аттестации
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
		Л	ПЗ	ЛР	КСР		
Очная форма обучения							
I – семестр							
Тема 1. Понятие функции. Способы задания функций. Элементарные функции.	8	2	2	–	–	4	О, РЗ
Тема 2. Предел последовательности и функции. Правила вычисления пределов.	10	2	4	–	–	4	О, РЗ, РК
Тема 3. Замечательные пределы. Непрерывность функции. Точки разрыва.	12	2	4	–	–	6	Кр
Тема 4. Понятие производной функции. Таблица производных.	8	2	2	–	–	4	О, РЗ
Тема 5. Производная неявных и параметрических функций. Нахождение производной с помощью логарифмирования. Понятие дифференциала функции. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталя.	16	2	6	–	–	8	О, РЗ, Т
Тема 6. Полное исследование функций и построение графиков.	12	2	4	–	–	6	Кр
Тема7. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства интеграла. Таблица неопределенных интегралов.	8	2	2	–	–	4	О, РЗ, РК
Тема 8. Основные методы интегрирования.	12	2	4	–	–	5,6	О, РЗ, РК
Тема 9. Понятие определенного интеграла. Свойства и правила вычисления определенных интегралов.	12	2	4	–	–	6	О, РЗ, Т
Тема 10. Приложения определенного интеграла.	10	2,4	2	–	–	6	Т, Кр
Промежуточная аттестация							Зачет
ИТОГО за I семестр	108	20,4	34	–	–	53,6	

Наименование тем	Объем дисциплины, час.						Форма текущего контроля успеваемости ¹ , промежуточной аттестации
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
		Л	ПЗ	ЛР	КСР		
II – семестр							
Тема 11. Понятие функции нескольких переменных. Способы задания. Частные производные. Дифференциал.	8	2	4			2	О, РЗ, РК
Тема 12. Экстремум функции нескольких переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных.	12	2	6			4	Т, Кр
Тема 13. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения I-го порядка.	12	2	6			4	О, РЗ, РК
Тема 14. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка.	10	2	6			2	О, РЗ, РК
Тема 15. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью специального вида.	10	2	4			1,6	О, РЗ
Тема 16. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод Лагранжа. Уравнения Бернулли.	12	2	6			4	О, Т, Кр
Тема 17. Числовые ряды. Основные понятия и определения. Определение сходимости ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости числового ряда.	10	2	4			4	О, РЗ, РК
Тема 18. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов. Признаки сравнения. Признак Даламбера. Признаки Коши.	10	2	4			4	О, РЗ, РК

Наименование тем	Объем дисциплины, час.					СР	Форма текущего контроля успеваемости ¹ , промежуточной аттестации
	Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
		Л	ПЗ	ЛР	КСР		
Тема 19. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Функциональные ряды. Область сходимости. Определение степенного ряда. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.	12	2	6			4	О, РЗ, РК
Тема 20. Свойства сходящихся степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Формула и ряд Тейлора. Формула и ряд Маклорена. Применение рядов в приближенных вычислениях.	12	4,4	6			4	Т, Кр
Промежуточная аттестация	36						Экзамен
ИТОГО за II семестр:	144	22,4	52			33,6	36
ИТОГО за курс:	252	42,8	86			87,2	36

Примечание: 1 – формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), тестирование (Т), контрольная работа (Кр), решение задач (РЗ), решение кейсов (РК).

Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 1	Введение в анализ. Функция одной переменной.	Определение функции. Способы задания функций. Область определения и область значений функции. Классификация функций. График функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
Тема 2	Предел последовательности и функции. Методы вычисления пределов.	Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Односторонние пределы. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Критерий существования предела функции в точке.
Тема 3	Замечательные пределы. Непрерывность функции. Точки разрыва.	Первый и второй замечательные пределы. Эквивалентность бесконечно малых и бесконечно больших функций. Замечательные пределы. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва. Их классификация. Основные теоремы о непрерывных функциях.
Тема 4	Понятие производной функции. Таблица производных.	Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференцирование сложных функций. Производная обратной функции. Производная неявных и параметрических функций. Логарифмическое дифференцирование.
Тема 5	Основные теоремы о дифференцируемых функциях.	Дифференциал функции. Приложение дифференциала в приближенных вычислениях. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталья – Бернулли. Приложение производной в экономике. Предельные показатели.
Тема 6	Полное исследование функций и построение графиков.	Приложения производной. Применение производной к исследованию функций. Возрастание и убывание функции. Экстремум. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции. Выпуклость (вогнутость) графика функции. Точки перегиба. Приложение второй производной к исследованию поведения функции. Асимптоты графика функции. Классификация асимптот.
Тема 7	Первообразная и неопределенный интеграл.	Определение первообразной функции. Неопределенный интеграл. Геометрический смысл. Свойства интеграла. Таблица неопределенных интегралов.
Тема 8	Основные методы интегрирования.	Табличное интегрирование. Интегрирование подстановкой. Формула интегрирования по частям. Интегрирование дробно-рациональных функций. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование иррациональных функций.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 9	Определенный интеграл.	Понятие определенного интеграла. Геометрическое истолкование определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Свойства определенных интегралов. Методы интегрирования: интегрирование по частям, замена переменной в определённом интеграле. Несобственные интегралы (интегралы с бесконечными пределами, интегралы от бесконечных функций, применение формулы Ньютона-Лейбница к несобственным интегралам).
Тема 10	Приложения определенного интеграла.	Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Определенный интеграл в экономике. Площадь плоской фигуры. Длина дуги плоской кривой. Объем тела вращения.
Тема 11	Функции нескольких переменных.	Понятие функции нескольких переменных. Способы задания. Частные производные. Дифференциал. Приложение дифференциала. Производная по направлению. Градиент.
Тема 12	Экстремум функции нескольких переменных.	Определение точек максимума и минимума функций многих переменных. Алгоритм исследования на экстремум. Необходимое и достаточное условия экстремума функции в точке. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод множителей Лагранжа. Окаймленный гессиан.
Тема 13	Основные понятия теории дифференциальных уравнений.	Определение дифференциального уравнения. Решение дифференциального уравнения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения I-го порядка с разделяющимися переменными. Дифференциальные уравнения I-го порядка с однородной функцией.
Тема 14	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.	Линейные однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Лагранжа. Метод Бернулли. Уравнения Бернулли.
Тема 15	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Фундаментальная система решений. Метод решения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью специального вида. Структура общего решения.
Тема 16	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью произвольного вида. Решение методом вариации произвольных постоянных. Дифференциальные уравнения в экономическом анализе.
Тема 17	Числовые ряды.	Основные понятия и определения. Определение сходимости ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости числового ряда и следствие из него. Гармонический ряд. Ряд геометрической прогрессии.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 18	Достаточные признаки сходимости числовых рядов.	Признаки сравнения. Признак Даламбера. Признаки Коши. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
Тема 19	Функциональные ряды. Степенные ряды.	Определение функционального ряда. Область сходимости. Определение степенного ряда. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Исследование степенного ряда на сходимость.
Тема 20	Ряды Тейлора и Маклорена.	Свойства сходящихся степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Формула и ряд Тейлора. Формула и ряд Маклорена. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций. Применение рядов в приближенных вычислениях.

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины.

Самостоятельная работа является неотъемлемым элементом учебного процесса. При самостоятельной работе достигается конкретное усвоение учебного материала, развиваются теоретические способности, столь важные для современной подготовки специалистов. Формы самостоятельной работы студентов по дисциплине: написание конспектов, подготовка ответов к вопросам, написание рефератов, решение кейсов, исследовательская работа, выполнение контрольной работы.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине Б1.Б.7 «Математический анализ» включает следующие виды работ:

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Форма контроля	
			Очная форма	Заочная форма
1.	Введение в математический анализ	1. Предмет и задачи курса. Краткая характеристика задач математического анализа. Используемые обозначения в математике. Греческий алфавит. 2. Понятие множества. Операции над множествами. Числовые множества. Основные операции над множествами.	О, РЗ	О, РЗ
2.	Числовые последовательности	1. Определение числовой последовательности. Примеры. Формула общего элемента. 2. Ограниченные и неограниченные последовательности. Монотонные последовательности. Число e . 3. Предел числовой последовательности.	О, РЗ, РК	О, РЗ

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Форма контроля	
			Очная форма	Заочная форма
3.	Производная и дифференциал функции.	1. Логарифмическое дифференцирование. Производная показательно – степенной функции. 2. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Свойства дифференциала. Дифференциал сложной функции. Инвариантная форма записи. 3. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Представление функций по формуле Тейлора. Бином Ньютона. 4. Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши.	Кр	О, РЗ
4.	Интегральное исчисление (неопределенный интеграл).	1. Рекуррентная формула. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование рациональных дробей. Метод неопределенных коэффициентов. 2. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка. 3. Интегрирование иррациональных функций. Универсальная тригонометрическая подстановка. 4. Интегрирование иррациональных функций. Подстановки Эйлера.	О, РЗ	О, РЗ
5.	Интегральное исчисление (определенный интеграл).	1. Приближенное вычисление определенного интеграла. Формула прямоугольников. Формула трапеций. Формула парабол (Симпсона). 2. Несобственные интегралы. Абсолютная сходимость интеграла. Интеграл от разрывной функции. 3. Нахождение площадей плоских фигур. Нахождение площади криволинейного сектора. Вычисление объемов тел по поперечным сечениям. Вычисление длины дуги кривой. Вычисление объемов тел вращения. Площадь поверхности тела вращения.	О, РЗ, Т	О, РЗ, Т

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Форма контроля	
			Очная форма	Заочная форма
6.	Функции нескольких переменных.	1. Предел. Непрерывность. Наибольшее и наименьшее значения. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. 2. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. 3. Производная по направлению. Направляющие косинусы. Градиент. Геометрический смысл градиента. Связь градиента с производной по направлению.	Кр	Кр
7.	Теория обыкновенных дифференциальных уравнений.	1. Теорема Коши. Интегральные кривые. Особое решение. 2. Уравнения, приводящиеся к однородным. Уравнение Бернулли. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. 3. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения, допускающие понижение порядка производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.	О, РЗ, РК	О, РЗ, РК
8.	Теория рядов.	1. Знакопередающие ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признак Даламбера и Коши для знакопеременных рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов. 2. Функциональные последовательности. Область сходимости. Функциональные ряды. 3. Степенные ряды. Теоремы Абеля. Радиус сходимости. Действия со степенными рядами. 4. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена. 5. Приложение степенных рядов в приближенных вычислениях. Интегрирование с помощью степенных рядов. Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.	О, РЗ, РК	О, РЗ, РК

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- при проведении занятий лекционного типа: опрос;
- при проведении практических занятий: устный опрос, решение задач, тестирование, кейс–задачи.

Текущая аттестация по дисциплине «Математический анализ» проводится в форме оценки и анализа результатов выполнения студентами соответствующих практических заданий, контрольных работ и тестов по соответствующим темам курса.

Объектами оценивания выступают:

- ◇ учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- ◇ степень усвоения теоретических знаний;
- ◇ уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- ◇ результаты самостоятельной работы.

Фонд текущего контроля включает:

- теоретический опрос;
- решение типовых задач;
- тестирование;
- решение кейс – задач;
- выполнение контрольных работ.

4.1.2. Промежуточные аттестации проводятся в формах: **зачета** + контрольная работа (1 – семестр), **экзамена** + контрольная работа (2 – семестр).

К сдаче экзамена по дисциплине допускаются студенты, получившие не меньше 60 баллов при текущей аттестации. При подготовке к экзамену студент внимательно просматривает вопросы, предусмотренные рабочей программой, и знакомится с рекомендованной основной литературой. Основой для сдачи экзамена студентом является изучение конспектов обзорных лекций, прослушанных в течение семестра, информация, полученная в результате самостоятельной работы, и практические навыки, освоенные при решении задач в течение семестра.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Практические задания по темам.

Тема 1.

Рассматриваемые вопросы:

1. Предел функции в точке по Коши.
2. Основные теоремы о пределах. Основные приемы раскрытия неопределенностей.
3. Бесконечно большие и бесконечно малые функции.

Практические задания:

Вычислить следующие пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 1}{2x + 1}$	Ответ: -2/3	19. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 25}$	Ответ: 3/5
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 - 3x + 1}{x - 4} + 1 \right)$	Ответ: 3/4	20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x}{x^4 - 3x^2 + 1}$	Ответ: 0
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 3}{x^2 - 1}$	Ответ: ∞	21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + 3x} - 1}$	Ответ: 2/3
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{x^2 + 4}$	Ответ: 0	22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3 + x} - \sqrt{3 - x}}$	Ответ: $\sqrt{3}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x + 4} + \frac{3}{x + 2} \right)$	Ответ: 1	23. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49}$	Ответ: -1/56
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{1 - 2n}$	Ответ: -3/2	24. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{3x} - 3}$	Ответ: -12
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$	Ответ: ∞	25. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$	Ответ: 12
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + x^2 + x^{-3}}{1 + 7x^2 + x}$	Ответ: 1/7	26. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x - 1} + \frac{x - 3}{x^2 - 1} \right)$	Ответ: 1
9. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 6}{x^3 + 8}$	Ответ: 1/4	27. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x + 3} - 3}{\sqrt{x - 2} - 1}$	Ответ: 2/3
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - x^2 + 5}{4 - 2x - 5x^3}$		28. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 6x}{3x + 1}$	Ответ: -2
11. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt[3]{2x - 6} - 2}{x - 7}$		29. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{2x^3 - 1}}{x + 1}$	Ответ: $\sqrt[3]{2}$
12. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + 7x + 10}$		30. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2^n}{1 + 2^{n+1}}$	Ответ: -1/2
13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[5]{2x^4 - 5} - \sqrt{9x^3 - 1}}{\sqrt[6]{x^9 - x^7} + 1 - x}$			

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 4} - x \right)$	31. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}$	Ответ: 0
15. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^3 - 2x^2} - \sqrt{x^3 - 3x} \right)$	32. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x-1} - 1}$	Ответ: $\frac{1}{2}$
16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 5x}{4 + 3x^2 - 5x^4}$	33. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{2x^2 + 5x - 3}$	Ответ: -27/7
17. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + 4} - x}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x^4 + 3x - 1}}$	34. $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{10^t - 2}{10^{t+1} + 5}$	Ответ: 1/10
18. $\lim_{x \rightarrow -2} \left[\frac{20}{4 - x^2} - \frac{5}{x + 2} \right]$	35. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x - 3x^3}{1 + x^2 + 3x^3}$	Ответ: -1

Тема 2.

Рассматриваемые вопросы:

1. Первый замечательный предел.
2. Второй замечательный предел.
3. Использование эквивалентности функций при вычислении пределов.
4. Непрерывность функций.
5. Точки разрыва, их классификация.

Практические задания:

Вычислить следующие пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 3x}$ Ответ: 1/3	2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 3x}{\sin 4x}$ Ответ: 3/4	3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}$ Ответ: $\sqrt{2}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x}$ Ответ: 9	5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{x}$ Ответ: -1	6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^{5x}$ Ответ: e^{-5}
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^{3x}$ Ответ: e^6	8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^{2x}$ Ответ: e^{-2}	9. $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 2x$ Ответ: $\frac{1}{2}$
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{1}{x}$ Ответ: 1	11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{\sin 2x}$ Ответ: -1/2	12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3 - \sqrt{2x+9}}$ Ответ: -9
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \cdot \sin^2 x}$ Ответ: $\frac{1}{2}$	14. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{5/x}$ Ответ: e^{-15}	15. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{2} \right)^{7/x}$ Ответ: $e^{7/2}$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^{2x}$ Ответ: e^{-2}	17. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6}$ Ответ: 4	18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x^2 + x^3}{x^2 - 3x + 4}$ Ответ: ∞
19. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1-2x}$ Ответ: e^{-2}	20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax + x^2}{\operatorname{tg} bx} = \frac{a}{b}$	21. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$ Ответ: $\cos a$
22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{\sin 6x}$ $\left\{ -\frac{1}{2} \right\}$	23. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{2x+1}$ $\left\{ e^{-6} \right\}$	24. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x^2} \right)^x$ $\{1\}$

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1-3x}{1-2x} \right)^{\frac{1}{x}} \quad \{e^{-1}\}$	26. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+tgx)^{\frac{1}{\sin x}} \quad \{e\}$	27. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+3x}{2+5x} \right)^{\frac{1}{x}} \quad \{e^{-1}\}$
28. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{1}{\sin^2 x}} \quad \{e^{-2}\}$	29. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right)^{x+1} \quad \{e\}$	30. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{tgx} = 1$
31. $\lim_{x \rightarrow \infty} (5x(\ln(x+6) - \ln x)) = 30$	32. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1+x) - \ln 2}{x-1} = \frac{1}{2}$	33. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{125^x - 1}{3x} = \ln 5$
34. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{ctgx}{\pi - 2x} = \frac{1}{2}$	35. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2x \left(e^{\frac{3}{x}} - 1 \right) \right) = 6$	36. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} = -1$
37. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}} = e^{-\frac{1}{2}}$	38. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x^2} - 1}{6x^2} = \frac{\ln 2}{6}$	39. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln x - \ln 4}{2x - 8} = \frac{1}{8}$

Тема 3.

Рассматриваемые вопросы:

1. Техника дифференцирования. Производная функции в точке.
2. Дифференцирование неявно заданной функции.
3. Уравнение касательной к графику функции в заданной точке.
4. Логарифмическое дифференцирование.
5. Производная параметрически заданных функций.

Практические задания:

I. Найти производные функций и вычислить их значение при $x=x_0$:

1. $y(x) = x^4 + 3x^2 - 2x + 1, \quad x_0 = 1, \quad x_0 = -2;$
2. $y(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 12}), \quad x_0 = 2;$
3. $y(x) = x^2 - \frac{1}{2x^2}, \quad y'(2) - y'(-2);$
4. $y(x) = \sin(x)e^{\cos(x)}, \quad x_0 = \frac{\pi}{2};$
5. $y(x) = \sqrt{1 + \ln^2(x)}, \quad x_0 = 1;$
6. $y(x) = \ln \sqrt[4]{\frac{1+tgx}{1-tgx}}, \quad x_0 = 0.$

II. Найти производные функций:

- 1) $y(x) = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 4;$
- 2) $y(x) = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x};$
- 3) $y(x) = x^4 (8 \ln^2 x - 4 \ln x + 1);$
- 4) $y(x) = e^{\arcsin x};$
- 5) $y(x) = \sqrt{1-x^2} \arccos x;$
- 6) $y(x) = \frac{\ln \cos x}{\cos x};$
- 7) $y(x) = \ln \sqrt{1 + ctg^2 x};$
- 8) $y(x) = \cos^2 x + \ln tg \frac{x}{2};$
- 9) $y(x) = x \arctg x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2);$
- 10) $y(x) = \frac{\arctg x}{1+x^2};$
- 11) $y(x) = x^2 \sin^3(1-x);$
- 12) $y(x) = \ln(\sqrt{1+e^x} - 1) - \ln(\sqrt{1+e^x} + 1);$
- 13) $y(x) = \frac{x}{2} \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2} \arcsin(x);$
- 14) $y(x) = \frac{x}{2} \sqrt{x^2+1} + \frac{1}{2} \ln(x + \sqrt{x^2+1});$

Практические задания:

1. Используя приложение дифференциала вычислить приближенно значение функции:

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$$

1) $\sqrt[4]{16,64};$	6) $\ln(e + 0,272);$
2) $\operatorname{tg} 46^\circ;$	7) $\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{0,99}{1,01}};$
3) $\sqrt{0,95};$	8) $\ln(0,1 + \sqrt{0,1^2 + 1});$
4) $e^{1,03};$	9) $f(2,01), \text{ где } f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x;$
5) $\sqrt[5]{255,15};$	10) $f(x) = \sqrt{1 + x^2}, x = 0, \Delta x = -0,01.$

2. Вычислить пределы, используя правило Лопиталя – Бернулли раскрытия неопределенностей

вида $\left[\frac{0}{0}\right], \left[\frac{\infty}{\infty}\right]: \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - x + 16};$	6) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2};$	7) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4} = \frac{8}{3}$
2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 + 3x - 10};$	8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x};$	9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin(5x))}{\ln(\sin(2x))} = 1$
3) $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x;$	10) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^x}{1 - x};$	11) $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$
4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right);$	12) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \ln x - \sqrt{x + x^2});$	13) $\lim_{x \rightarrow 0} x^x = 1$
5) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{2x^2 + 5x - 3} = -\frac{27}{7}$	14) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x}{x^4 - 3x^2 + 1} = 0$	15) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 6}{x^3 + 8} = \frac{1}{4}$
6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{6 - x - x^2} = -\frac{1}{5}$	16) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 5x + 1}{3x - x^2 - 2} = 3$	17) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin x} = 1$
7) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}} = e$	18) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{x^3 + 1} = \frac{5}{3}$	19) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - 2x}{x^3} = \frac{8}{3}$
8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x} - e^{\sin x}}{x} = -4$	20) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin 2x)^{\cos x} = 1$	21) $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} x)^x = 1$
9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{\ln x} = 1$	22) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x)^{\frac{1}{x}} = 1$	23) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{\sin(x - 2)} = 5$
10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{2}{3} x \right)}{\sin 4x} = \frac{1}{6}$	24) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{3}{1 + \ln x}} = e^3$	25) $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}} = e^{-1}$

Тема 5.

Рассматриваемые вопросы:

1. Исследование функции на монотонность и экстремумы.
2. Определение наибольшего и наименьшего значений функции на заданном отрезке.
3. Определение интервалов выпуклости. Точки перегиба.

Практические задания:

1. Исследовать на монотонность и найти экстремумы функции:

1) $y(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4;$	2) $y(x) = x \ln^2 x;$
3) $y(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3};$	4) $y(x) = \frac{e^x}{x};$
5) $y(x) = \frac{2}{1+x^2};$	6) $y(x) = 2x + 3\sqrt[3]{x^2};$
7) $y(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 4;$	8) $y(x) = \ln(2 - \cos x);$
9) $y(x) = \frac{x^3}{1+x^2};$	10) $y(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}.$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на указанном интервале:

1. $y(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 5, \quad [0;5];$	5. $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1, \quad [-1;2];$
2. $y(x) = x^3 - 1,5x^2 - 6x + 1, \quad [-2;0];$	6. $y(x) = \cos^2 x + \sin x, \quad [0; \frac{\pi}{4}];$
3. $y(x) = 3x^2 - 6x, \quad [0;3];$	7. $y(x) = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}, \quad [1;6];$
4. $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 2x)^2}, \quad [0;3];$	8. $y(x) = x + \frac{1}{x}, \quad (0; +\infty).$

3. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости функции:

1) $y(x) = 2x^3 - 3x^2 + 15;$	4) $y(x) = 2x^2 + \ln x;$
2) $y(x) = x^3 - 6x^2$	5) $y(x) = xe^x;$
3) $y(x) = e^{-x^2};$	6) $y(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}.$

Тема 6.*Рассматриваемые вопросы:*

1. Асимптотические линии графика функции.
2. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты.
3. Полная схема исследования функции и построения графика.

Практические задания:

1. Найти асимптоты графиков функций.

1) $y(x) = \frac{3-4x}{2+5x};$	2) $y(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2};$
3) $y(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2};$	4) $y(x) = \frac{3x^5}{2+x^4};$
5) $y(x) = \frac{2x^3 \ln x}{x^2+1};$	6) $y(x) = \frac{x^2}{x-1}.$

2. Провести полное исследование функций и построить их графики.

1) $y(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2};$	2) $y(x) = 2xe^{-\frac{x^2}{2}};$
3) $y(x) = \sqrt[3]{x^3-3x^2};$	4) $y(x) = \frac{x^3}{1-x^2};$
5) $y(x) = \frac{x^2}{x-1};$	6) $y(x) = e^{-x^2};$
7) $y(x) = \frac{3x-2}{x^2};$	8) $y(x) = x - \ln x;$
9) $y(x) = x \ln x;$	10) $y(x) = x^3 - 12x^2 + 36x;$
11) $y(x) = x^2 e^{-x};$	12) $y(x) = \sqrt[3]{1-x^3}.$

Тема 7-8.

Рассматриваемые вопросы:

1. Табличное интегрирование. Основные правила интегрирования. Метод разложения.
2. Подведение под знак дифференциала.
3. Интегрирование методом подстановки.
4. Формула интегрирования по частям.

Практические задания:

1. Вычислить интегралы, используя таблицу:

1) $\int \frac{dx}{9x^2-1};$	2) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x};$
3) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+1}};$	4) $\int \frac{x^2 dx}{x^2+4};$
5) $\int \frac{(2\sqrt{x}+1)^2 dx}{x\sqrt{x}};$	6) $\int \frac{(x^2-3x+5)dx}{\sqrt{x}};$
7) $\int \frac{(x^2-16)dx}{\sqrt{x}+2};$	8) $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx;$
9) $\int \operatorname{tg}^2 x dx;$	10) $\int \frac{x^4 dx}{x^2-1}.$

2. Вычислить интегралы, используя метод подстановки [замену переменной].

$$\int f(x)dx = \int f(\phi(t))\phi'(t)dt$$

1) $\int \frac{x dx}{(1-x^2)^3};$	2) $\int \frac{\sqrt{1-x^2} dx}{x^2};$
3) $\int x^2 \sin(x^3 + 1) dx;$	4) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})};$
5) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-5}};$	6) $\int x\sqrt{2-x} dx;$
7) $\int \frac{\ln x dx}{x};$	8) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}};$
9) $\int \frac{(x - \sin \frac{1}{x}) dx}{x^2};$	10) $\int \frac{dx}{\sin x};$
11) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x+16};$	12) $\int \frac{e^{\frac{1}{x}} dx}{x^2};$
13) $\int \sin(2x) e^{\sin^2 x} dx;$	14) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}};$
15) $\int \frac{\cos x dx}{2 \sin x - 1};$	16) $\int \frac{\ln^2 x dx}{x\sqrt{3-\ln x}};$
17) $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}};$	18) $\int \frac{dx}{\sin^3 x};$
19) $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin(x) \cos^3(x)}};$	20) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+\sqrt{x}}};$
21) $\int \frac{dx}{\cos^4 x};$	22) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{3-\cos^4(x)}};$
23) $\int \sin^4 x dx;$	24) $\int \frac{dx}{(1+x^2)^2}$ (подстановка $x = \operatorname{tg} t$).

3. Найти интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

1) $\int x e^x dx;$	2) $\int \sin(\sqrt{x}) dx;$
3) $\int x \sin x dx;$	4) $\int \frac{\ln(\ln x) dx}{x};$
5) $\int \ln x;$	6) $\int \frac{x dx}{\cos^2 x};$
7) $\int \arcsin x dx;$	8) $\int \frac{\arcsin \sqrt{x} dx}{\sqrt{1-x}};$
9) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx;$	10) $\int x \sin \sqrt{x} dx;$
11) $\int \ln^2 x dx;$	12) $\int \frac{x \cos x dx}{\sin^3 x};$
13) $\int \sin(\ln x) dx;$	14) $\int \frac{x^2 dx}{(x^2-1)^2};$

$$15) \int (x^2 - 4x + 1)e^{-x} dx;$$

$$16) \int \arctg x dx.$$

Тема 9.

Рассматриваемые вопросы:

1. Вычисление определенного интеграла.
2. Формула Ньютона-Лейбница.
3. Интегрирование подстановкой.
4. Формула интегрирования по частям.

Практические задания:

1. Используя формулу Ньютона – Лейбница $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, вычислить следующие определенные интегралы, при необходимости используя подстановку:

1) $\int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 2x + 1)dx = 5$	9) $\int_0^5 \frac{xdx}{\sqrt{1+3x}} = 4$
2) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \sin x \right) dx = 2$	10) $\int_1^e \frac{\sin(\ln x)dx}{x}$
3) $\int_2^5 \frac{dx}{2x-3}$	11) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \tg x \ln(\cos x)dx = -\frac{\ln^2 2}{2}$
4) $\int_1^5 \frac{xdx}{x^2+1}$	12) $\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{x^4+x^2+1}} = \frac{1}{2} \ln \frac{3+2\sqrt{3}}{2}$
5) $\int_0^2 x\sqrt{9-\frac{9}{4}x^2} dx$	13) $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}+1} = 2 \ln 2 - 1$
6) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{4x-2} dx$	14) $\int_0^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx = \frac{81}{16} \pi$
7) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2 \sin x + 1} \cos x dx = \sqrt{3} - 1/3$	15) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tg^3 x dx = \frac{1 - \ln 2}{2}$
8) $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx = \frac{\pi}{2} - 1$	16) $\int_1^3 \frac{dx}{x^2+x} = \ln(1,5)$

2. Используя формулу интегрирования по частям $\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$, вычислить следующие интегралы:

1) $\int_0^{\pi} x \sin x dx = \pi$	6) $\int_1^e \frac{\ln^3 x}{x^2} dx = \frac{6e-16}{e}$
2) $\int_0^1 \arctg x dx = \frac{\pi - \ln 4}{4}$	7) $\int_1^{e^2} \ln^2 x dx = 2e^2 - 2$

3) $\int_0^2 \ln(x^2 + 4) dx = \pi - 4 + 6 \ln 2$	8) $\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx = \frac{2\sqrt{5} + 2}{3}$
4) $\int_0^1 (\arcsin x)^2 dx = \frac{\pi^2 - 8}{4}$	9) $\int_0^9 e^{\sqrt{x}} dx = 4e^3 + 2$
5) $\int_0^{0.2} x e^{5x} dx = 0,04$	10) $\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sin \sqrt{x} dx = 2$

Тема 10.*Рассматриваемые вопросы:*

1. Приложения определенного интеграла.
2. Вычисление площади плоской фигуры.
3. Вычисление длины дуги плоской кривой.
4. Объемы тел вращения.
5. Несобственные интегралы.

Практические задания:

1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

1) $y = x^2 - 2, \quad y = x; \quad S = 4,5$	8) $y = x^2 + 1, \quad y = 3 - x, \quad x = 0$
2) $y = -x^2, \quad y = x - 2, \quad y = 0; \quad S = 5/6$	9) $y = x, \quad y = 1 - \sqrt{1 - x^2}; \quad S = \pi/2 - 1$
3) $y = 4 - x^2, \quad y = x^2 - 2x; \quad S = 9$	10) $y = x^2, \quad y = 2x, \quad y = x; \quad S = 7/6$
4) $y = x^2, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 2$	11) $y = x^3 - 3x, \quad y = x; \quad S = 8$
5) $y = x^2, \quad y = 2x + 3$	12) $y = \sqrt{x}, \quad y = 2 - x, \quad y = 0; \quad S = 7/6$
6) $y = x^2 - 4x + 5, \quad x - y - 5, \quad y = 0, \quad x = 0$	13) $y = 1/x, \quad y = x, \quad x = 2; \quad S = 3/2 - \ln 2$
7) $y = x^2 - 5x + 4, \quad y = x - 1. \quad ***$	14) $y = x^2 - 5x + 4, \quad y = x - 1, \quad y = 0.$

2. Палуба корабля напоминает две пересекающиеся параболы. Сколько необходимо краски для ее покрытия, если длина корабля 200м, ширина в центре 50м, расход краски 0,75 кг на м².
3. Найти значение несобственных интегралов или установить их расходимость:

1) $\int_0^{\infty} \cos x dx$	4) $\int_1^{-1} \frac{dx}{x^2}$
2) $\int_0^{\infty} e^{-2x} dx$	5) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}$

3) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{x^2}$	6) $\int_0^1 \ln(x) dx$
---	-------------------------

Тема 11.*Рассматриваемые вопросы:*

1. Частные производные.
2. Дифференцирование неявных функций. Полная производная.
3. Дифференциал функции двух переменных. Приложение дифференциала в приближенных вычислениях.
4. Производная по направлению. Градиент.

Практические задания:

1) Найти частные производные до второго порядка:	2) Найти частные производные в указанной точке:
1.1. $z(x, y) = x^2 + 2y^2 - 3xy - 4x + 2y + 5$	2.1. $z(x, y) = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$ при $x = 3, y = 4$
1.2. $z(x, y) = x^3 - y^3 + 4xy$	2.2. $z(x, y) = \frac{x+3y}{y-3x}$ при $x = 2, y = 4$
1.3. $z(x, y) = \arctg\left(\frac{y}{1+x^2}\right)$	2.3. $z(x, y) = \arctg\left(\frac{y}{x}\right)$ при $x = 1, y = 1$
1.4. $z(x, y) = y \ln x$	2.4. $z(x, y) = x^3 y - xy^3$ при $x = 1, y = 2$
Найти $\left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\right)_{x=y=1}$, если $z(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2)$	<u>Найти</u> $\frac{z'_y}{z'_x} \frac{z'_y}{z'_x}$, <u>если</u> $z(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$
Проверить равенство	
1. $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$, где $z(x, y) = y \ln(x^2 - y^2)$	3. $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x^3}{y}$, где $z(x, y) = \frac{x^2}{2y} + \frac{x}{2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$
2. $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + xy \frac{\partial z}{\partial y} = yz$, где $z(x, y) = y^{\frac{y}{x}} \sin\left(\frac{y}{x}\right)$	4. $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$, где $z(x, y) = ye^{x^2-y^2}$
Вычислить приближенно, применив линеаризацию функций двух переменных: $z(x + \Delta x, y + \Delta y) \approx z(x, y) + z'_x \Delta x + z'_y \Delta y$	Найти производные неявно заданных функций, используя формулу $\frac{dy}{dx} = -\frac{z'_x}{z'_y}$

1. $1,02^{4,05} \approx 1,08$ 2. $\sqrt{1,04^2 + 3,01^2} \approx 3,185$ 3. $\ln(0,09^3 + 0,99^3) \approx -0,03$ 4. $\arctg \frac{1,02}{0,95} \approx 0,82$	1. $xe^{2y} - y \ln x = 8$ 2. $x^2 \ln y - y^2 \ln x = 0$ 3. $1 + xy - \ln(e^{xy} - e^{-xy}) = 0$ 4. $x^y - y^x = 0$
---	---

Производная по направлению $\frac{\partial z}{\partial \ell} = \frac{\partial z}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial z}{\partial y} \cos \beta$

1. Найти производную от функции $z(x, y) = 3x^4 - xy + y^3$ в точке $M(1; 2)$ в направлении составляющем с осью абсцисс угол в 60° .
2. Найти производную от функции $z(x, y) = 5x^2 - 3x - y - 1$ в точке $M(2; 1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(5; 5)$.
3. Найти производную функции $z(x, y) = x^2 - xy + y^2$ в точке $M(1; 1)$ в направлении вектора $\vec{\ell} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$.
4. Найти производную функции $z(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ в точке $M(3; 4)$ в направлении градиента функции.
5. Вычислить производную функции $z(x, y) = x^2 + y^2x$ в точке $M(1; 2)$ по направлению вектора $\overrightarrow{MM_1}$, где $M_1(3; 0)$.

Тема 12.

Рассматриваемые вопросы:

1. Необходимое и достаточное условие экстремума функции двух переменных.
2. Исследование функции двух переменных на наибольшее и наименьшее значения в замкнутой области.
3. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Сведение к задаче на экстремум функции одной переменной в случае линейного уравнения связи.

Практические задания:

1. Исследовать на экстремум функции двух переменных.

1. $z(x, y) = x^3 + y^3 - 9xy$ $\min z(x, y) = z(3, 3) = -27$
2. $z(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 3x - 6y$ $\min z(x, y) = z(0, 3) = -9$
3. $z(x, y) = xy^2(1 - x - y)$ $\max z(x, y) = \frac{1}{64}$
4. $z(x, y) = 4x^2y + 24xy + y^2 + 32y - 6$ $\min z(x, y) = z(-3, 2) = -10$
5. $Z = x^2 + y^2 - xy + 9x - 6y + 20$
6. $Z = 2xy - 4x - 2y$
7. $Z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$

2. Найти условные экстремумы функций.

$$1. \begin{cases} z = x + 2y, \\ x + y^2 = 1. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} z = x + y + xy, \\ x + y = 2. \end{cases} \quad 3. \begin{cases} z = x + y - xy, \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} z = x^2 + 2y^2 + 12xy, \\ 4x^2 + y^2 = 25. \end{cases} \quad 5. \begin{cases} z = xy, \\ x + y = 2. \end{cases}$$

Тема 13-14.

Рассматриваемые вопросы:

1. Дифференциальные уравнения. Общее и частное решения. Геометрический смысл. Общий интеграл.
2. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
3. Дифференциальные уравнения с разделенными переменными.
4. Интегрирование дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка разрешенные относительно производной с правой частью однородной функцией.

Практические задания:

I. Проинтегрировать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными:

1. $xyy' = 1 - x^2 \quad [x^2 + y^2 = \ln Cx^2]$	6. $yy' = \frac{1-2x}{y}, y(0) = 0 \quad [y = \sqrt[3]{3x - 3x^2}]$
2. $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}, y(0) = 1 \quad [y = \frac{1+x}{1-x}]$	7. $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0 \quad [1 + y^2 = C(1 - x^2)]$
3. $xy' - y = y^3 \quad [x = \frac{Cy}{\sqrt{y^2 + 1}}]$	8. $\sqrt{y^2 + 1}dx = xydy \quad \{\ln x = C + \sqrt{y^2 + 1}, x = 0\}$
4. $y - xy' = 1 + x^2y', y(1) = 1 \quad [y = 1 + \frac{Cx}{x+1}, y = 1]$	9. $2x^2yy' + y^2 = 2 \quad [y^2 - 2 = Ce^{1/x}]$
5. $x^2y' + 1 = y - xy'$	10. $xy' - \frac{y}{\ln x} = 0, y(e) = 1$

II. Решить дифф.ур-ия с правой частью однородной функцией нулевого порядка:

1) $y' = \frac{x+y}{x-y}$	5) $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$
2) $y^2 + x^2y' = xyy'$	6) $x^2 + y^2 = 2xyy'$
3) $y + (2\sqrt{xy} - x)y' = 0, y(0)=1$	7) $y^4 - 2x^3y + (x^4 - 2xy^3)y' = 0$
4) $y^2 + x^2y' = xyy', y(1) = 1$	8) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2.$

III. Построить математическую модель и решить задачу.

Скорость обесценивания производственного оборудования вследствие его износа пропорциональна в каждый данный момент времени t его фактической стоимости y . Начальная стоимость A_0 . Какова будет стоимость оборудования по истечении t лет?

Тема 15.

Рассматриваемые вопросы:

1. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 1 – го порядка. Структура общего решения.
2. Метод Бернулли.
3. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной.
4. Уравнение Бернулли. Методы решения.

Практические задания:

I. Решить ЛДУ:

1) $y' - \frac{y}{x} = x, \quad y(1) = 1 \quad [y = x^2]$	2) $y' - y = e^x \quad [y = (x + C)e^x]$
3) $y' + 2xy = xe^{-x^2} \quad \left[y = e^{-x^2} \left(C + \frac{x^2}{2} \right) \right]$	4) $y' + \frac{1-2x}{x^2} y = 1 \quad \left[y = Cx^2 e^{\frac{1}{x}} + x^2 \right]$
5) $xy' + y - e^x = 0, \quad y(1) = e \quad \left[y = \frac{e^x}{x} \right]$	6) $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2 \quad [y = (x+C)(1+x^2)]$
7) $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}, \quad y(0) = 0 \quad \left[y = \frac{x}{\cos x} \right]$	8) $y' - \frac{2}{x} y = 2x^3, \quad y(1) = 1$

II. Решить уравнения Бернулли:

1. $y' + 2\frac{y}{x} = y^2 x$	2. $y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$
3. $y' + 2y = y^2 e^x$	4. $(1-x^2)y' + 2xy = xy^2, \quad y(0) = 0,5$
5. $xy^2 y' = x^2 + y^3, \quad y(1) = -1$	6. $xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y, \quad y(1) = 0$
7. $xyy' - y^2 = x^4, \quad y(1) = 1$	8. $y' - y \operatorname{tg}(x) + y^2 \cos(x) = 0, \quad y(0) = 1$

Тема 16.

Рассматриваемые вопросы:

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Характеристическое уравнение. Определение фундаментальной системы решений в зависимости от корней характеристического уравнения.
2. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью уравнения.

3. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами и произвольной правой частью уравнения.
4. Задача Коши для дифференциальных уравнений второго порядка.

Практические задания:

I. Решение ЛОДУ_{II}:

Найти общее решение ЛОДУ _{II}	Найти решение задачи Коши ЛОДУ _{II}
1. $y'' + y' - 2y = 0$ $[y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x}]$	6. $y'' - 3y' + 2y = 0, y(0) = 3, y'(0) = 4$ $[y = 2e^x + e^{2x}]$
2. $y'' + 2y' + y = 0$ $[y = e^{-x}(C_1 + C_2 x)]$	7. $y'' - 2y' + y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0$ $[y = (1-x)e^x]$
3. $y'' - 4y' + 5y = 0$ $[y = e^{2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)]$	8. $y'' - 2y' + 2y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 1$ $[y = e^x \cos x]$
4. $4y'' + 6y' + 3y = 0$	9. $y'' - 6y' + 25y = 0$
5. $y'' + 4y' + 29y = 0$	10. $9y'' + 6y' + y = 0$

II. Решить ЛНДУ_{II} с правой частью «специального» вида:

1. $y'' - 3y' = 1 + 6x$ $\{y = C_1 + C_2 e^{3x} - x - x^2\}$	6. $y'' + y = x \sin x$
2. $y'' - 3y' + 2y = 2e^{3x}$ $\{y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + e^{3x}\}$	7. $y'' + 4y = \sin 2x$
3. $y'' - 2y' + y = 6e^x$ $\{y = e^x(C_1 + C_2 x) + 3x^2 e^x\}$	8. $3y'' - 7y' + 2y = 3xe^{2x}$
4. $y'' - 3y' + 2y = 2 \sin x$ $\{y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 0,3 \cos x + 0,1 \sin x\}$	9. $2y'' - 5y' + 2y = xe^{2x}$
5. $y'' - 3y' + 2y = \sin x$ $\{y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 0,3 \cos x + 0,1 \sin x\}$	10. $y'' = \sin x$

III. Решить ЛНДУ_{II} методом Лагранжа (вариации произвольных постоянных):

1. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}, y(1) = e, y'(1) = 3e$ $\{y = xe^x(1 + \ln x)\}$	3. $y'' + y = \frac{1}{\cos x}, y(0) = 1, y'(0) = 0$ $\{y = \cos x(\ln(\cos x) + 1) + x \sin x\}$
2. $y'' + y = \frac{1}{\sin x}, y(\frac{\pi}{2}) = 1, y'(\frac{\pi}{2}) = 0$ $\{y = \frac{\pi}{2} \cos x + \sin x - x \cos x + \sin x \ln(\sin x)\}$	4. $y'' - y = \frac{4x^2 + 1}{x\sqrt{x}}, y(1) = e - 4, y'(1) = e - 2$ $\{y = e^x - 4\sqrt{x}\}$

Тема 17-18.

Рассматриваемые вопросы:

1. Числовые ряды. Основные понятия. Числовая последовательность, числовой ряд.
2. Сумма ряда как предел частичных сумм.
3. Ряд геометрической прогрессии. Исследование на сходимость.

4. Основные свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточный признак расходимости знакоположительного числового ряда.
5. Первый и второй признаки сравнения.
6. Гармонический ряд. Ряд геометрической прогрессии. Ряд Дирихле.
7. Достаточные признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: признак Даламбера, признаки Коши.
8. Теорема и признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Абсолютная сходимость. Условная сходимость.

Практические задания:

1. Найти сумму ряда.

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)} = \frac{3}{4}$	2) $\frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{5}{4 \cdot 9} + \frac{7}{9 \cdot 16} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = 1$
3) $\frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n} = \frac{1}{4}$	4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$
5) $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots$	6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$
7) $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \dots$	8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$
9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n+1}{(3n-1)^2(3n+2)^2} = \frac{1}{12}$	10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{(5n-2)(5n+3)}$
11) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{5n-3}{5n+2}\right)$	12) $\frac{2}{3} - \frac{4}{9} + \frac{8}{27} - \frac{16}{81} + \dots$
13) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 12n - 5}$	14) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{24}{9n^2 - 12n - 5}$
15) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 6n - 8}$	16) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2 + 21n - 8}$
17) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{4n^2 + 8n + 3}$	18) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 28n - 45}$

19) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 + 3n - 2}$	20) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 7n - 12}$
---	---

2. Исследовать ряды на сходимость, применяя необходимый признак или признаки сравнения.

1. $\frac{5}{2} + \frac{7}{5} + \frac{9}{8} + \frac{11}{11} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{3n-1}$ (P)	7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$ (C)
2. $\frac{1}{11} + \frac{4}{15} + \frac{7}{19} + \frac{10}{23} + \dots$	8. $\sum_{n=1}^{\infty} n \ln \left(\frac{3n}{3n-1} \right)$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{4n^2+1}}{5n^2-3}$	9. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \left(\frac{\pi n}{n^2+1} \right)$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{2n-3} \right)^n$	10. $\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{tg} \left(\frac{1}{n^2} \right)$
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}$ (P)	11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n}$ (C)
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}$ (P)	12. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)$ (C)

3. Исследовать на сходимость, применяя признаки Даламбера и Коши.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ (C)	2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n!}$ (C)	3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^3 2^n}$ (P)	4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$ (C)
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$	6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{100^n}$	7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$	8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 3^n}{n!}$
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n(n+1)}$	10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{2^n + n}$	11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+2)}{5^n}$	12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! 3^n}{n^n}$
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n}{5^n}$	14. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n-1} \right)^n$ (C)	15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}}$ (P)	16. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+4} \right)^n$
17. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{3n+1} \right)^{-2n^2}$	18. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{n^2+5} \right)^n$	19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n^n + 1}{(3n+1)^n}$	20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1}$ (C)
21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ (P)	22. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{n\sqrt{\ln^3 n}}$	23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$	24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ (C)

4. Исследовать на сходимость знакочередующиеся ряды, применяя признак Лейбница.

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^3} \quad (\text{CA}); \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}} \quad (\text{CY}); \quad 3) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n} \quad (\text{CY}).$$

5. Найти с точностью до 0,1 сумму ряда.

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(3n)^2} \approx 0,1; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!} \approx 0,6.$$

Тема 19.

Рассматриваемые вопросы:

1. Степенной ряд. Интервал и радиус сходимости.
2. Формула Адамара. Исследование степенного ряда на сходимость.
3. Поведение степенного ряда на границах интервала сходимости.
4. Обобщенный степенной ряд.

Практические задания:

Исследовать степенной ряд на сходимость.

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n} \quad (-2; 2)$	$\sum_{n=1}^{\infty} (3x)^{n^2} \quad \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$
$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n^2} \quad [-1; 1]$	$\sum_{n=1}^{\infty} nx^n = \frac{x}{(1-x)^2} \quad (-1; 1)$
$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(2x)^n}{n} \quad \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$	$\sum_{n=1}^{\infty} (nx)^n \quad x = 0$
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n} \quad (-3; 3)$	$\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n \quad x = 0$
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n} \quad (-e; e)$
$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^n (x-2)^{2n+1}$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{4^n}$
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{2n-1}}{3^n} \quad (-2-\sqrt{3}; -2+\sqrt{3})$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^n} (x+5)^n$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{\sqrt{n(n+1)}}$	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad (-\infty; \infty)$
$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{2n} x^n, \quad (-4; 4)$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}, \quad (-7; -3)$
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1) \cdot 2^n} \quad [0; 4)$	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \cdot (x-1)^n, \quad \left(1 - \frac{1}{e}; 1 + \frac{1}{e}\right)$

Тема 20.

Рассматриваемые вопросы:

1. Интегрирование и дифференцирование сходящихся степенных рядов.
2. Формула и ряд Тейлора.
3. Формула и ряд Маклорена.
4. Разложение функций в ряд Маклорена.
5. Приложение рядов в приближённых вычислениях.

Практические задания:

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$, $|x| < 1$.
2. Найти сумму ряда $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^n}{n} + \dots$ ($|x| < 1$).
3. Найти область сходимости функционального ряда $\frac{x}{1+x^2} + \frac{x^2}{1+x^4} + \dots + \frac{x^n}{1+x^{2n}} + \dots$.
4. Разложить e^{-x^2} в ряд по степеням x .
5. Разложить 2^x в ряд по степеням x .
6. Разложить $\sin^2 x$ в ряд по степеням x .
7. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x :

$$7.1. \frac{9}{20-x-x^2} \quad 7.2. \frac{6}{8+2x-x^2} \quad 7.3. \frac{\arcsin x}{x} - 1$$

$$7.4. \ln(1+2x-8x^2) \quad 7.5. \frac{\arctg x}{x} \quad 7.6. y(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}.$$

8. Вычислить интеграл с точностью до 0,01:

$$8.1. \int_0^{0.1} \sin(100x^2) dx; \quad 8.2. \int_0^1 \frac{\ln(1+x/5)}{x} dx; \quad 8.3. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{16+x^4}}; \quad 8.4. \int_0^1 \sin x^2 dx.$$

9. Найти сумму ряда:

$$9.1. \sum_{n=0}^{\infty} (4n^2 + 9n + 5)x^{n+1}; \quad 9.2. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2 - n + 1)x^n; \quad 9.3. \sum_{n=0}^{\infty} n(2n+1)x^{n+2}.$$

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК – 3	Способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.	ОПК-3.1.1	Получение базовых знаний и формирование основных навыков по математическому анализу, необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности.
		ОПК-3.2.1	Развитие понятийной базы по математическому анализу и формирование определенного уровня математической подготовки, необходимых для решения теоретических и прикладных задач экономики и их количественного и качественного анализа.

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ОПК-3.1.1 Получение базовых знаний и формирование основных навыков по математическому анализу, необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности.	Теоретические положения всех разделов дисциплины «Математический анализ». Понятийный аппарат математики и математического анализа. Язык математики, как универсальный язык науки.	Демонстрация знаний основных теоретических положений в полном объеме
	Применять математические методы для решения экономических задач. Использовать понятийный аппарат математического анализа как инструмент научного познания и анализа, для исследования математических моделей в экономике. Оперировать различными видами обобщений, включая образы, понятия, категории. Применять приемы и методы мышления (анализ и синтез, индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, абстрагирование и аналогия), необходимые для интеллектуальной деятельности. Четко, логично, аргументировано строить доказательства, делать умозаключения и	Умение применять знания на практике в полной мере

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
	выводы. Работать с учебной и научной математической литературой. Развивать интеллектуальную самостоятельность и активность. Осуществлять интеллектуальное саморазвитие, самоусовершенствование. Формировать позитивное отношение к умственному напряжению, преодолевать познавательные трудности. Осуществлять поиск, сбор и анализ информации, необходимой для решения поставленной экономической задачи. Осуществлять выбор соответствующего математического инструментария, необходимого для проведения расчетов и обработки полученных данных в соответствии с поставленной задачей. Анализировать результаты расчетов, обосновывать полученные выводы. Анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты.	
	Математическими методами анализа количественных характеристик изучаемого объекта. Навыками аргументированного объяснения, доказательства. Приемами классификации, систематизации знаний на основе логического мышления. Языком математики, необходимым для изучения всех последующих дисциплин, для решения экономических задач. Понятийно-категориальным аппаратом математического анализа. Навыками применения современного математического инструментария для анализа полученных данных.	Свободное владение навыками анализа и систематизации в выбранной сфере
ОПК-3.2.1 Развитие понятийной базы по математическому анализу и формирование определенного уровня математической подготовки, необходимых для решения теоретических и прикладных задач экономики и их количественного и качественного	Основы математических методов моделирования экономических систем. Основы математического анализа, необходимые для решения финансовых и экономических задач.	Демонстрация знаний основных теоретических положений в полном объеме
	Прогнозировать на основе стандартных математических моделей развитие экономических процессов, представлять результаты аналитической и исследовательской работы в виде выступления, доклада, информационного обзора, аналитического отчета с использованием графиков, таблиц, диаграмм.	Умение применять знания на практике в полной мере
	Методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов. Креативными навыками самостоятельной познавательной деятельности.	Свободное владение навыками анализа и систематизации в выбранной сфере

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
анализа.		

4.3.2 Типовые оценочные средства

Контрольная работа № 1 (примерный вариант заданий).

1. Найти пределы, не используя правило Лопиталя

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4} \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+8x} - 3}{\sqrt{4x} - 2} \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n}}{\sqrt[4]{n^3 + n} - n} \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{2x^4} \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x+3} \right)^{x+1}$$

2. Найти пределы по правилу Лопиталя

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\sin x} \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \ln(1+2x)}{x^2}$$

3. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = \sin(x + \sin x) + 7 \cos^3(5x); \quad \text{б) } y = (\ln x)^{\ln x}; \quad \text{в) } \begin{cases} y = \cos(\sin t) \\ x = \sin(\cos t) \end{cases}$$

4. Найти вторую производную неявно заданной функции: $x^3 + 3xy + y^3 = 1$

Контрольная работа № 2 (примерный вариант заданий).

1. Вычислить неопределенные интегралы, проверив один из результатов дифференцированием:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}; \quad \text{б) } \int \frac{4x^3 + 2x}{x^4 + 1} dx; \quad \text{в) } \int \frac{\ln x}{x^2} dx; \quad \text{д) } \int (2x - \sqrt{x}) dx.$$

2. Найти частные производные первого порядка следующих функций:

$$\text{а) } Z = x^2 + 3xy + y^2; \quad \text{б) } Z = \frac{y}{x^2 - y^2}$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$.

4. Исследовать на экстремум функцию двух переменных: $z = x^2 - xy + y^2 + 3x - 2y + 1$.

Контрольная работа № 3 (примерный вариант заданий).

1. Решить дифференциальные уравнения.

$$1.1. y' = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tgy}; \quad 1.2. y' - \frac{2}{x+1} y = (x+1)^2, \quad y(0) = 1; \quad 1.3. y'' - 5y' + 4y = e^x; \quad 1.4. xy' - 4y = x^2 \sqrt{y}.$$

2. Исследовать на сходимость числовые ряды.

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n-1)!}; \quad 2.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n}{3^n}; \quad 2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n \sqrt{n}}{n \sqrt{n}}.$$

3. Найти область сходимости степенного ряда:

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n(n+1)}; \quad 3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}.$$

Контрольная работа № 4 (примерный вариант заданий).

1. Найти неопределенные интегралы: 1) $\int (2x - \sqrt{x}) dx$; 2) $\int \cos(\sin x) \cos(x) dx$.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 - 2x + 1$ и графиком ее производной.
3. Найти направление и величину максимальной скорости изменения функции $z = x^3 - 2y^2 + xy$ в точке $M_0(1; -1)$.
4. Исследовать на экстремум функцию двух переменных: $z = x^4 - 4xy + 2y^2$.
5. Решить задачу Коши: $y' - \frac{2}{x^3} = 0$, $y(1) = 10$.
6. Решить задачу Коши: $y' - \frac{2}{x+1} y = (x+1)^2$, $y(0) = 1$.
7. Решить дифференциальное уравнение: $y'' - 5y' + 4y = e^x$.
8. Найти сумму абсцисс точек максимума функции: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - \frac{1}{4}x^4$.

Контрольная работа № 5 (примерный вариант заданий).

Найти интегралы:

- 1) $\int x(2x+5)^4 dx$; 2) $\int x e^{\frac{x}{4}} dx$; 3) $\int \frac{\sin^3 3x}{\cos 3x} dx$; 4) $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3} - 7\sqrt{x}}$;
- 5) $\int \frac{x+2}{x^2+2x+10} dx$; 6) $\int \frac{x^2+3}{(x+1)(x^2+2x+5)} dx$; 7) $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cos^3 x}}$.
8. Вычислить интеграл: $\int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{3x+1}}$.
9. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $x = \sqrt{y}$, $y + 2x = 8$, $y = 0$.

Вопросы к зачету:

1. Понятие функции. Способы задания функции.
2. Понятие предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Эквивалентность функций.
3. Основные неопределенности в пределах и методы их раскрытия.

4. Замечательные пределы.
5. Непрерывность функции. Точки разрыва.
6. Понятие производной функции. Правила дифференцирования.
7. Таблица производных. Производная сложной функции.
8. Производная неявно заданной функции.
9. Логарифмическое дифференцирование.
10. Производные высших порядков.
11. Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
12. Теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья.
13. Возрастание и убывание функции. Точки экстремума.
14. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.
15. Асимптоты. Полное исследование функции и построение графиков.
16. Понятие первообразной. Неопределенный интеграл.
17. Свойства неопределенного интеграла.
18. Таблица основных неопределенных интегралов.
19. Основные методы нахождения неопределенного интеграла: интегрирование подстановкой и «по частям».
20. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование иррациональных функций.
21. Понятие определенного интеграла и свойства определенного интеграла.
22. Основные методы вычисления определенного интеграла: интегрирование подстановкой и «по частям».
23. Несобственные интегралы.
24. Приложения определенного интеграла.

Вопросы к экзамену:

1. Понятие функции. Способы задания функции.
2. Понятие предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Эквивалентность функций.
3. Основные неопределенности в пределах и методы их раскрытия.
4. Замечательные пределы.
5. Непрерывность функции. Точки разрыва.
6. Понятие производной функции. Правила дифференцирования.
7. Таблица производных. Производная сложной функции.
8. Производная неявно заданной функции.
9. Логарифмическое дифференцирование.

10. Производные высших порядков.
11. Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
12. Теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.
13. Возрастание и убывание функции. Точки экстремума.
14. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.
15. Асимптоты. Полное исследование функции и построение графиков.
16. Понятие первообразной. Неопределенный интеграл.
17. Свойства неопределенного интеграла.
18. Таблица основных неопределенных интегралов.
19. Основные методы нахождения неопределенного интеграла: интегрирование подстановкой и «по частям».
20. Некоторые замены для нахождения неопределенных интегралов.
21. Понятие определенного интеграла и свойства определенного интеграла.
22. Основные методы вычисления определенного интеграла: интегрирование подстановкой и «по частям».
23. Несобственные интегралы.
24. Приложения определенного интеграла.
25. Функции нескольких переменных. Основные понятия. Частные производные функций нескольких переменных.
26. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.
27. Производная по направлению. Градиент функции.
28. Экстремум функции двух переменных.
29. Метод множителей Лагранжа для нахождения условного экстремума функции нескольких переменных.
30. Дифференциальные уравнения. Основные понятия. Общее решение. Задача Коши.
31. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
32. Дифференциальные уравнения первого порядка для однородных функций.
33. Линейные однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
34. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Бернулли.
35. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод Лагранжа.
36. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
37. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

38. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.
39. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод Лагранжа.
40. Системы дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами.
41. Ряды. Основные определения. Понятие сходимости ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда.
42. Достаточные признаки сходимости ряда. Признаки сравнения.
43. «Эталонные» ряды. Геометрическая прогрессия, гармонический ряд. Ряд Дирихле.
44. Признак Даламбера и радикальный признак Коши сходимости ряда.
45. Интегральный признак Коши сходимости ряда.
46. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
47. Абсолютная и условная сходимость знакопередающихся рядов.
48. Понятие функционального ряда. Степенные ряды. Интервал и область сходимости степенного ряда.
49. Разложение функций в степенной ряд. Формула и ряд Тейлора.
50. Формула и ряд Маклорена.
51. Применение степенных рядов. Приближенные вычисления.
52. Приближенное вычисление определенного интеграла с помощью ряда.
53. Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.

Шкала оценивания

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критериями оценивания при проведении устного опроса является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике, овладение навыками анализа и систематизации экономической информации.

При оценивании результатов устного опроса используется следующая шкала оценок:

100% - 90%	Учащийся демонстрирует совершенное знание базовых положений и формирование основных навыков по математическому анализу, необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности.
89% - 75%	Учащийся демонстрирует знание большей части базовых положений и формирование основных навыков по математическому анализу, необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности
74% - 60%	Учащийся демонстрирует достаточное знание базовых положений и формирование основных навыков по математическому анализу, необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности
менее 60%	Учащийся демонстрирует отсутствие знания базовых положений и

	формирования основных навыков по математическому анализу, необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности
--	--

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при тестировании во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критерием оценивания при проведении тестирования, является количество верных ответов, которые дал студент на вопросы теста. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам тестирования, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \times 100\%,$$

где Б – количество баллов, полученных студентом по итогам тестирования;

В – количество верных ответов, данных студентом на вопросы теста;

О – общее количество вопросов в тесте.

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося во время промежуточной аттестации определяется оценками «Отлично» / «Хорошо»/ «Удовлетворительно»/ «Неудовлетворительно».

В соответствии с Положением о структуре и содержании балльно-рейтинговой системы оценки знаний обучающихся в Волгоградском институте управления – филиале ФГБОУ ВО «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (Утверждено Ученым советом ВИУ РАНХиГС от 20.01.2017 г., Протокол №2):

1. В Волгоградском институте управления - филиале РАНХиГС принята следующая шкала соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам:

- ✓ 90-100% - «отлично» (5);
- ✓ 75 - 89% - «хорошо» (4);
- ✓ 60 - 74% - «удовлетворительно» (3);
- ✓ менее 60% - «неудовлетворительно» (2).

Для дисциплин, формой итогового отчета которых является зачет, приняты следующие соответствия: 60% – 100% – «зачтено»; менее 60% – «не зачтено».

2. Установлены следующие критерии оценок:

100% - 95%	студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновывать выводы, разяснять их в логической последовательности.
94% - 90%	студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновывать выводы и разяснять их в логической последовательности, но допускает отдельные неточности.
89% - 85%	студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновывать выводы и разяснять их в логической последовательности, но допускает некоторые ошибки общего характера.

84% - 80%	студент хорошо понимает пройденный материал, но не может теоретически обосновать некоторые выводы.
79% - 75%	студент отвечает в основном правильно, но чувствуется механическое заучивание материала.
74%-70%	в ответе студента имеются существенные недостатки, материал охвачен неполно, в рассуждениях допускаются ошибки.
69% - 65%	ответ студента правилен лишь частично, при разьяснении материала допускаются серьезные ошибки.
64% - 60%	студент имеет общее представление о теме, но не умеет логически обосновать свои мысли.
менее 60%	студент имеет лишь частичное представление о теме.

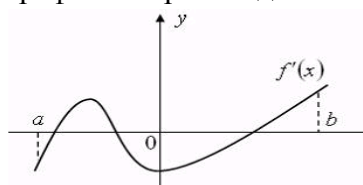
ПРОМЕЖУТОЧНОЕ И ИТОГОВОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ ПО КУРСУ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

БАНК ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

1. Производная функции $y = 2x^4 + \sqrt{x} + 3$ имеет вид...

1. $8x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + 3$	2. $x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$	3. $8x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$	4. $4x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + 3$
-------------------------------------	-------------------------------	---------------------------------	-------------------------------------

2. Функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$. Укажите количество точек экстремума функции, если график ее производной имеет вид...



3. Производная второго порядка функции $y = e^{5x-1}$ в точке $x = 0,2$ равна...

4. Множество первообразных функции $f(x) = \sin(2x)$ имеет вид...

1. $2 \cos(2x) + C$	2. $-0,5 \cos(2x) + C$	3. $2 \cos(x) + C$	4. $0,5 \cos(2x) + C$
---------------------	------------------------	--------------------	-----------------------

5. Укажите дифференциальные уравнения первого порядка.

1. $(2x + 6) = \frac{y''}{y'}$	2. $\frac{dy}{y} = \sqrt{x} dx$	3. $2y\sqrt{x} = y$	4. $\frac{x}{y'} = \ln y$
--------------------------------	---------------------------------	---------------------	---------------------------

6. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с равными корнями характеристического уравнения $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ имеет вид...

1. $C_1 \cos(x) + C_2 \sin(x)$	2. $C_1 e^x + C_2 e^{2x}$
3. $C_1 e^x + C_2$	4. $e^x (C_1 + C_2 x)$

7. Производная второго порядка функции $y = \sin^2(3x)$ в точке $x = 0$ равна...

8. Производная второго порядка функции $y = \sin^2(3x)$ имеет вид...

1. $6\cos(3x)$	2. $2\cos(6x)$	3. $-18\cos(6x)$	4. $18\cos(6x)$
----------------	----------------	------------------	-----------------

9. Решить задачу Коши $xy' = \ln(x)$, $y(1) = 0$ и найти значение частного решения в точке $x = e$.

10. Производная функции $z(x, y) = x^2 + 3xy^2$ в точке $M(1;1)$ в направлении вектора $\vec{l} = (0;1)$ равна...

11. Дано дифференциальное уравнение $xy' + y = 0$ при $y(-1) = 2$. Тогда его решением является функция...

1. $y = -2x$	2. $y = -\frac{2}{x}$	3. $y = \frac{1}{x} + 3$	4. $y = -2e^{-x-1}$
--------------	-----------------------	--------------------------	---------------------

Функция $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x}$ является общим решением дифференциального уравнения...

1. $y'' - 4y' + 3y = 0$	2. $y'' - 9y = 0$	3. $y'' + 3y - 1 = 0$	4. $y'' + 3y = 0$
-------------------------	-------------------	-----------------------	-------------------

12. Функция $z(x, y) = axu + y^2$ является решением уравнения $z'_x + z'_y + 2x = 0$ при значении a равном...

13. Если в неопределенном интеграле $\int (2x - 4)\sin(6x)dx$, применяя метод интегрирования по частям, положить, что $u(x) = 2x - 4$, то функция $v(x)$ будет равна...

1. $\frac{1}{3}\sin(6x)$	2. $-6\cos(6x)$	3. $\sin(6x)$	4. $-\frac{1}{6}\cos(6x)$
--------------------------	-----------------	---------------	---------------------------

14. Из данных дифференциальных уравнений уравнениями Бернулли являются...

1. $xy' - y = y^2 e^x$	2. $y' - 3x^2 + y = 0$
3. $yy' + x^3 = 0$	4. $y' = \frac{y}{x} + \frac{y^3}{x^3}$

15. Функция $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$ является общим решением линейного однородного дифференциального уравнения. Тогда его характеристическое уравнение имеет вид...

1. $\lambda^2 + \lambda - 6 = 0$	2. $\lambda^2 + \lambda - 2 = 0$	3. $\lambda^2 - \lambda - 2 = 0$	4. $\lambda^2 + 3\lambda - 4 = 0$
----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------

16. Частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 2y' + y = x$ следует искать в виде...

1. $y_q = Ae^{-x}$	2. $y_q = Ax^2 e^{-x}$	3. $y_q = A$	4. $y_q = Ax + B$	5. $y_q = Ax^2 + Bx + C$
--------------------	------------------------	--------------	-------------------	--------------------------

17. Частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 2y' + y = x^2 + 1$ следует искать в виде...

1. $y_q = Ae^{-x}$	2. $y_q = Ax^2 e^{-x}$	3. $y_q = A$	4. $y_q = Ax + B$	5. $y_q = Ax^2 + Bx + C$
--------------------	------------------------	--------------	-------------------	--------------------------

18. Частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 2y' + y = e^{-x}$ следует искать в виде...

1. $y_q = Ae^{-x}$	2. $y_q = Ax^2 e^{-x}$	3. $y_q = A$	4. $y_q = Ax + B$	5. $y_q = Ax^2 + Bx + C$
--------------------	------------------------	--------------	-------------------	--------------------------

19. Частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 2y' + y = 2$ следует искать в виде...

1. $y_q = Ae^{-x}$	2. $y_q = Ax^2e^{-x}$	3. $y_q = A$	4. $y_q = Ax + B$	5. $y_q = Ax^2 + Bx + C$
--------------------	-----------------------	--------------	-------------------	--------------------------

20. Дано дифференциальное уравнение $y' = (3k+1)x^3$, тогда функция $y = x^4 + 1$ является его решением при k равном...

21. Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y} = \sin(x)dx$ имеет вид...

1. $\ln y = \cos(x) + C$	2. $\ln y = -\cos(x) + C$	3. $\frac{1}{y^2} = -\cos(x) + C$	4. $\frac{1}{y^2} = \cos(x) + C$
---------------------------	----------------------------	-----------------------------------	----------------------------------

22. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с корнями характеристического уравнения $\lambda_1 = 5i, \lambda_2 = -5i$ имеет вид...

1. $y = C_1 \cos(5x) + C_2 \sin(5x)$	2. $y = C_1 \cos(2x) + C_2 \sin(2x)$	3. $y = e^{5x}(C_1 + C_2x)$	4. $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^x$
--------------------------------------	--------------------------------------	-----------------------------	-------------------------------

23. Закон движения материальной точки имеет вид $x(t) = 2 + 5t + 4t^2$, где $x(t)$ - координата точки в момент времени t . Тогда скорость точки при $t = 1$ равна...

24. Производная функции $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$ в точке $x = 3$ равна...

25. Производная функции $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ в точке $x = 1$ равна...

26. В неопределенном интеграле $\int \frac{\sqrt{1+2\ln x}}{x} dx$ введена новая переменная $t = 1 + 2\ln x$. Тогда интеграл принимает вид...

1. $2\int \sqrt{t} dt$	2. $\int \sqrt{t} dt$	3. $2\int \frac{dt}{\sqrt{t}}$	4. $0,5\int \sqrt{t} dt$
------------------------	-----------------------	--------------------------------	--------------------------

27. Определенный интеграл $\int_0^1 (6x^2 - 4x + 1) dx$ равен...

28. Решением уравнения $x^2 y' = y$ является функция...

1. $y = e^{\frac{1}{x}}$	2. $y = e^x$	3. $y = e^{\frac{1}{x}}$	4. $y = e^{-x}$
--------------------------	--------------	--------------------------	-----------------

29. Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y^2} = x dx$ имеет вид...

1. $-\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$	2. $y = \frac{x^2}{2} + C$	3. $\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C$	4. $-\frac{1}{y} = x^2 + C$
---------------------------------------	----------------------------	--------------------------------------	-----------------------------

30. Производная функции $f(x) = \sin^2(x)$ в точке $x = \frac{\pi}{12}$ равна...

31. Значение производной второго порядка функции $y(x) = \sin(2x) + 4x$ в точке $x = \frac{\pi}{4}$ равно...

32. Наклонной асимптотой графика функции $y(x) = \frac{2x^2 + x + 4}{x-1}$ является прямая...

1. $y = 2x + 3$	2. $y = -2x + 3$	3. $y = -x + 2$	4. $y = 2x - 3$
-----------------	------------------	-----------------	-----------------

33. Функцией, производная второго порядка которой равна $\frac{1}{x^2}$, является...

1. $f(x) = x - \operatorname{arctg}(x)$	2. $f(x) = x - \ln(x)$	3. $f(x) = -\frac{1}{x}$	4. $f(x) = -\frac{1-x}{x}$
---	------------------------	--------------------------	----------------------------

34. Если $\int_0^{0,5} f(x)dx = 3$ и $\int_{0,5}^1 f(x)dx = 5$, то интеграл $\int_0^1 2f(x)dx$ равен...

35. Материальная точка движется по закону $s(t) = 4\sin^2 t$. Тогда ее ускорение в момент времени $t = 0$ равно...

36. Первообразными функции $y = 3x^2 - 2x + 1$ являются...

1. $6x - 2$	2. $3x^3 - 2x^2$	3. $x^3 - x^2 + x$	4. $x^3 - x^2 + x + 1$	5. $x^3 - x^2 + x - 5$
-------------	------------------	--------------------	------------------------	------------------------

37. Решением дифференциального уравнения $yy' = x$ является функция...

1. $y(x) = \sqrt{6x^2 + 1}$	2. $y(x) = \sqrt{4x^2 + 1}$	3. $y(x) = \sqrt{x^2 + 1}$	4. $y(x) = \sqrt{x^2 + 1} + 1$
-----------------------------	-----------------------------	----------------------------	--------------------------------

38. Для функции $y = \sin(5x + 1)$ вычислить $y'(-0,2)$.

39. Для функции $y = \operatorname{arctg}(x^2)$ вычислить $y'(1)$.

40. Если $y(x)$ - решение уравнения $y' = \frac{y}{x}$, удовлетворяющее условию $y(1) = 2$, тогда $y(3)$ равно...

41. Общий интеграл дифференциального уравнения $\cos(y)dy = \frac{dx}{x^2}$ имеет вид...

1. $\sin(y) = -\frac{1}{x} + C$	2. $\sin(y) = x^2 + C$	3. $-\sin(y) = -\frac{1}{x} + C$	4. $\sin(y) = \frac{1}{x} + C$
---------------------------------	------------------------	----------------------------------	--------------------------------

42. Дано дифференциальное уравнение $y' = 2$, тогда функция $y = 2cx + 4$ является его решением при c равном...

43. Для функции $y = \frac{x+5}{x-1}$ вычислить $y'(2)$.

44. Множество первообразных функции $f(x) = e^{-3x}$ имеет вид...

1. $-3e^{-3x} + C$	2. $\frac{1}{3}e^{-3x} + C$	3. $-\frac{1}{3}e^{-3x} + C$	4. $-\frac{1}{3}e^{-3x}$
--------------------	-----------------------------	------------------------------	--------------------------

45. Для функции $y = \frac{x+3}{x-1}$ вычислить $y'(3)$.

46. Дано дифференциальное уравнение $y' = -4$, тогда функция $y = 5 - cx$ является его решением при c равном...

47. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с корнями характеристического уравнения $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -2$ имеет вид...

1. $C_1 \cos(2x) + C_2 \sin(2x)$	2. $C_1 x + C_2 e^{-2x}$	3. $(C_1 + C_2 x)e^{3x}$	4. $C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$
----------------------------------	--------------------------	--------------------------	-------------------------------

48. Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = x^2 dx$ имеет вид...

1. $\arcsin(y) = 2x + C$	2. $\operatorname{arctg}(y) = \frac{x^3}{3} + C$	3. $\arcsin(y) = \frac{x^3}{3} + C$	4. $\arccos(y) = \frac{x^3}{3} + C$
--------------------------	--	-------------------------------------	-------------------------------------

49. Множество первообразных функции $f(x) = e^{4x}$ имеет вид...

1. $4e^{4x} + C$	2. $\frac{1}{4}e^{4x} + C$	3. $e^{4x} + C$	4. $\frac{1}{4}e^{4x}$
------------------	----------------------------	-----------------	------------------------

50. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$, применив правило Лопиталя...

51. Для функции $y = e^{5x-1}$ вычислить $y''(0,2)$.

52. Указать общий интеграл данного дифференциального уравнения $y' - 3x^2 y = 0$.

1. $\ln y = x^3 + C$	2. $\ln y = 6x + C$	3. $\ln y = x^3$	4. $\frac{1}{y} = x^3 + C$
-----------------------	----------------------	-------------------	----------------------------

53. Дано дифференциальное уравнение $y'' + 5y' + 6y = 0$. Тогда соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид...

1. $\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0$	2. $\lambda^2 - 5\lambda - 6 = 0$	3. $1 + 5\lambda + 6\lambda^2 = 0$	4. $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$
-----------------------------------	-----------------------------------	------------------------------------	-----------------------------------

54. Для функции $y = xe^x$ вычислить $y'(0)$.

55. Найти наименьшее значение функции $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - \frac{2}{3}$ на отрезке $[-1;1]$.

56. Множество первообразных функции $f(x) = \sqrt[3]{x}$ имеет вид...

1. $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + C$	2. $\frac{4}{3}\sqrt[3]{x^4} + C$	3. $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + C$	4. $\sqrt[3]{x^4} + C$
-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	------------------------

57. Множество первообразных функции $f(x) = \sin(2x+5)$ имеет вид...

1. $2\cos(2x+5) + C$	2. $-0,5\cos(2x+5) + C$	3. $-\cos(2x+5) + C$	4. $-0,5\cos(2x+5)$
----------------------	-------------------------	----------------------	---------------------

58. Для функции $y = \frac{2x}{x-1}$ вычислить $y'(2)$.

59. Дано линейное однородное дифференциальное уравнение $y'' + y' - 2y = 0$, тогда его общее решение имеет вид...

1. $C_1 e^{-2x} + C_2 e^x$	2. $C_1 e^{2x} + C_2 e^x$	3. $C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$	4. $C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$
----------------------------	---------------------------	-------------------------------	------------------------------

60. Минимум функции $z = x^2 + y^2$ при условии $x + y = 1$ равен...

61. $\int \frac{dx}{4x^2 + 9} = \dots$

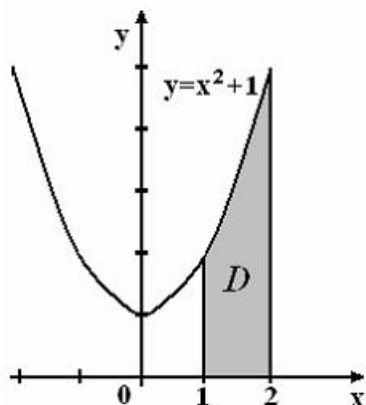
1. $\frac{1}{6} \operatorname{arctg}\left(\frac{2x}{3}\right) + C$	2. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{2x}{3}\right) + C$	3. $\operatorname{arctg}(2x) + C$	4. $\ln(x^2 + 9) + C$
--	--	-----------------------------------	-----------------------

62. $\int 2xe^{x^2} dx = \dots$

1. $0,5e^{x^2} + C$	2. e^{x^2}	3. $e^{x^2+1} + C$	4. $e^{x^2} + C$
---------------------	--------------	--------------------	------------------

63. $\int \frac{dx}{\cos^2(3x)} = \dots$

1. $\frac{\operatorname{tg}(3x)}{3} + C$	2. $\operatorname{tg}(3x) + C$	3. $\frac{\operatorname{tg}(3x)}{3}$	4. $-\frac{\operatorname{tg}(3x)}{3} + C$
--	--------------------------------	--------------------------------------	---

64. Вычислить $3S$, где S - площадь криволинейной трапеции D 65. Общий интеграл дифференциального уравнения $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}$ имеет вид...

1. $e^{\frac{y}{x}} = \ln x + C$	2. $e^{\frac{y}{x}} = -\ln x + C$	3. $e^{-\frac{y}{x}} = -\ln x + C$	4. $e^{-\frac{y}{x}} = \ln x + C$
-----------------------------------	------------------------------------	-------------------------------------	------------------------------------

66. $\int x \sin(3x) dx = \dots$

1. $-\frac{x^2}{6} \cos(3x) + C$	2. $-x \cos(3x) + \sin(3x) + C$	3. $-\frac{x}{3} \cos(3x) + \frac{1}{9} \sin(3x) + C$	4. $-\frac{x}{3} \cos(3x) - \frac{1}{9} \sin(3x) + C$
----------------------------------	---------------------------------	---	---

67. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x + 1}{x + 2x^2 - 8x^3} =$

68. Функция $y = y(x)$ задана в параметрическом виде $\begin{cases} x = 1 - \ln(t), \\ y = t^3 + 2t. \end{cases}$ Тогда ее производная $y'(x)$ при $x = 1$ равна...

69. Вычислить $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(-1; -1)$, если $z(x, y) = x^3 y - 4xy^2 + 5x - y^2 + 7$ 70. Горизонтальная асимптота графика функции $f(x) = \frac{3 - 4x - 2x^2}{3x^2 + x + 5}$ задается уравнением...

1. $3y - 2 = 0$	2. $5y + 2 = 0$	3. $3y + 2 = 0$	4. $5y - 2 = 0$
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

71. $\int \frac{dx}{x^2 + 3x + 2} =$

1. $\ln \left \frac{x+2}{x+1} \right + C$	2. $\ln \left \frac{x+1}{x+2} \right + C$	3. $\ln x^2 + 3x + 2 + C$	4. $0,5(x^2 + 3x + 2)^2 + C$
---	---	-----------------------------	------------------------------

72. $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx =$

73. Производная функции $y = e^{x^2} \arcsin(3x)$ равна...

1. $e^{x^2} \left(\arcsin 3x + \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} \right)$	2. $6xe^{x^2} \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}}$
3. $e^{x^2} \left(2x \arcsin 3x + \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}} \right)$	4. $e^{x^2} \left(2x \arcsin 3x + \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} \right)$

74. $\int_1^8 \frac{x - 3\sqrt[3]{x} + 2}{\sqrt[3]{x}} dx =$

Функция $y = y(x)$ задана в неявном виде $\sin(y) = xy^2 + 5$. Тогда $y'(x)$ имеет вид...

1. $\frac{y^2 + 2xy}{\cos y + 2xy}$	2. $\frac{y^2}{\cos y - 2xy}$	3. $\frac{y^2 + 5}{\cos y - 2xy}$	4. $\frac{y^2 + 2xy}{\cos y - 2xy}$
-------------------------------------	-------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------

75. Найти наибольшее значение функции $f(x) = x^3 e^{x+1}$ на отрезке $[-4; -1]$.

Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z(x, y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$ имеет вид...

1. $\frac{x^2}{x^2 + y^2}$	2. $-\frac{y}{x^2 + y^2}$	3. $-\frac{x}{x^2 + y^2}$	4. $\frac{y}{x^2 + y^2}$
----------------------------	---------------------------	---------------------------	--------------------------

76. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{t^3}{3} - 3t^2 + t + 7$. Найти ускорение точки в момент времени $t = 2$.

77. $\int \sin^3 x \cos^2 x dx =$

1. $\frac{1}{5} \cos^5 x - \frac{1}{3} \cos^3 x + C$	2. $\frac{1}{3} \cos^3 x - \cos x + C$
3. $\frac{1}{4} \cos^4 x + C$	4. $\frac{1}{3} \cos^3 x - \frac{1}{5} \cos^5 x + C$

78. Для функции $y = \sin(4x^2 - 1)$ найти $y'(0,5)$.

79. Наклонная асимптота графика функции $f(x) = \frac{2x^3 - 1}{x^2 + 2x + 5}$ задается уравнением вида...

1. $y = 2x + 4$	2. $y = -2x + 4$	3. $y = -2x - 4$	4. $y = 2x - 4$
-----------------	------------------	------------------	-----------------

80. Общее решение дифференциального уравнения $xy' - 2y = x$ имеет вид...

1. $y = x^2 + Cx$	2. $y = Cx^2 - x$	3. $y = x + C$	4. $y = Cx^2 + x$
-------------------	-------------------	----------------	-------------------

81. Общий вид частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' - 2y' + 2y = -2xe^{2x}$ имеет следующую структуру...

1. $y_c = Ae^{2x}$	2. $y_c = (Ax^2 + Bx)e^{2x}$	3. $y_c = (Ax + B)e^{2x}$	4. $y_c = Axe^{2x}$
--------------------	------------------------------	---------------------------	---------------------

82. Дифференциальное уравнение $x^2 + 3x^2 y^2 + (2xy - y) \cdot y' = 0$ является...

- ☐ Линейным дифф. ур-ем 1-го порядка
- ☐ Уравнением с разделяющимися переменными
- ☐ Уравнением Бернулли
- ☐ Однородным относительно x и y дифференциальным уравнением первого порядка

83. Область определения функции $f(x) = \frac{\ln(x+2)}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$ имеет вид...

1. $x \in (-2; +\infty)$	2. $(-2; -1] \cup [3; +\infty)$	3. $(-2; -1) \cup (3; +\infty)$	4. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
--------------------------	---------------------------------	---------------------------------	--------------------------------------

84. Дифференциальное уравнение $xy' + 2(x-1)y = x^2 y^2$ является...

- ☐ Линейным дифф. ур-ем 1-го порядка
- ☐ Уравнением с разделяющимися переменными
- ☐ Уравнением Бернулли
- ☐ Однородным относительно x и y дифференциальным уравнением первого порядка

85. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \arctg x + \ln x$ в точке $x = 1$, равен...

86. Для функции $y = \frac{2}{5x+3}$ найти $y'(-1)$.

87. Для функции $y = e^{2-3x}$ найти $y''\left(\frac{2}{3}\right)$.

88. Производная функции $y = \frac{2x+5}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$ равна...

1. $\frac{4x^2 - x - 1}{(\sqrt{x^2 - 2x + 2})^3}$	2. $\frac{2\sqrt{x^2 - 2x + 2}}{x - 1}$	3. $\frac{3x - 1}{(\sqrt{x^2 - 2x + 2})^3}$	4. $\frac{9 - 7x}{(\sqrt{x^2 - 2x + 2})^3}$
---	---	---	---

89. Найти минимум функции $f(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3}$ равен...

1. $-\frac{23}{60}$	2. $-\frac{76}{15}$	3. $-\frac{13}{60}$	4. 0
---------------------	---------------------	---------------------	------

90. $\int \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx =$

1. $\frac{1}{2} \arctg^2 2x + C$	2. $\frac{1}{4} \arctg^2 2x + C$	3. $4 \arctg^2 2x + C$	4. $\frac{1}{4} \arctg^2 2x$
----------------------------------	----------------------------------	------------------------	------------------------------

91. Вертикальная асимптота графика функции $f(x) = \frac{x-1}{x^2 - 6x + 5}$ задается уравнением...

1. $x = 1$	2. $x = -5$	3. $x = 0$	4. $x = 5$
------------	-------------	------------	------------

91. $\int \frac{(\sqrt{x} - 2)}{x} dx =$

1. $x - 8\sqrt{x} + 4 \ln x + C$	2. $x - 4\sqrt{x} + 4 \ln x + C$
----------------------------------	----------------------------------

3. $x + 8\sqrt{x} + 4\ln x + C$	4. $x + \frac{8}{3}\sqrt{x^3} + 4\ln x + C$
---------------------------------	---

92. Уравнение касательной к графику функции $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ в его точке с абсциссой $x_0 = 2$ имеет вид...

1. $y = 2x + 5$	2. $y = -2x - 3$	3. $y = -2x + 5$	4. $y = 2x - 3$
-----------------	------------------	------------------	-----------------

93. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{4}t^4 - 4t^3 + 16t^2$. Найти скорость точки в момент времени $t = 1$.

94. Для функции $y = \ln(3x - 4)$ найти $y''(1)$.

95. Для функции $z(x, y) = \ln(2x + 3y)$ найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ в точке $(1; -1)$.

96. Указать вертикальную асимптоту графика функции $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 3x - 4}$.

97. Укажите число точек разрыва функции $y(x) = \frac{1}{x(x+6)}$.

98. Функция $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{если } x \leq 1, \\ 3-ax^2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$ будет непрерывной при a равном...

99. Составить уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 : $y = \frac{4x - x^2}{4}, x_0 = 2$.

1. $y = x + 1$	2. $y = 1$	3. $y = 0,5x + 1$	4. $y = -0,5x + 1$
----------------	------------	-------------------	--------------------

100. $\int \sin(2x + 5)dx =$

1. $-0,5 \sin(2x + 5) + C$	2. $-0,5 \cos(2x + 5) + C$	3. $-\cos(2x + 5) + C$	4. $-0,5 \cos(2x + 5)$
----------------------------	----------------------------	------------------------	------------------------

101. Составить уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 :

$$y = 2x^2 + 3x - 1, x_0 = -2$$

1. $y = 5x + 9$	2. $y = -5x + 9$	3. $y = 5x - 9$	4. $y = -5x - 9$
-----------------	------------------	-----------------	------------------

102. Смешанная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z(x, y) = \cos x - 5x^2y$ равна...

1. $\sin x - 10xy$	2. $-10x$	3. 0	4. $\sin x$
--------------------	-----------	--------	-------------

103. Смешанная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z(x, y) = \sin x - 6x^2y$ равна...

1. 0	2. $\cos x$	3. $-12x$	4. $\cos x - 12xy$
--------	-------------	-----------	--------------------

104. Необходимым условием для точки перегиба дважды дифференцируемой функции $y(x)$ в точке x_0 является...

1. $y'(x_0) = 0$	2. $y'(x_0) > 0$	3. $y''(x_0) < 0$	4. $y''(x_0) > 0$	5. $y''(x_0) = 0$
------------------	------------------	-------------------	-------------------	-------------------

105. Необходимым условием локального экстремума дифференцируемой функции $y(x)$ в точке x_0 является...

1. $y'(x_0) = 0$	2. $y'(x_0) > 0$	3. $y'(x_0) < 0$	4. $y''(x_0) > 0$	5. $y''(x_0) = 0$
------------------	------------------	------------------	-------------------	-------------------

106. Ненулевая функция $y = f(x)$ является нечетной на $[-2; 2]$ отрезке. Тогда $\int_{-2}^2 f(x) dx$ равен...

1. $4 \int_0^1 f(x) dx$	2. $\frac{1}{4} \int_0^1 f(x) dx$	3. $2 \int_0^2 f(x) dx$	4. 0
-------------------------	-----------------------------------	-------------------------	------

107. Максимум функции $z(x, y) = xy$ при условии $x + y = 10$ равен...

108. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 9} =$

1. $-\frac{\pi}{12}$	2. $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{1}{3}$	3. $-3 \operatorname{arctg} \frac{1}{3}$	4. $\frac{3\pi}{4}$
----------------------	---	--	---------------------

109. Горизонтальной асимптотой графика функции $y = \frac{3x-5}{2x+3}$ является прямая, определяемая уравнением...

1. $y = \frac{5}{3}$	2. $y = -\frac{5}{3}$	3. $y = -\frac{3}{2}$	4. $y = \frac{3}{2}$
----------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------

110. Вертикальной асимптотой графика функции $y = \frac{2-8x}{2x+10}$ является прямая...

1. $x = -5$	2. $x = -4$	3. $y = 4$	4. $y = -5$
-------------	-------------	------------	-------------

111. Для функции $z(x, y) = \sqrt{xy}$ вычислить $\frac{\partial z}{\partial x}(8; 50)$.

112. Максимум функции $z(x, y) = 5xy$ при условии $x + y = 2$ равен...

113. Полный дифференциал первого порядка функции $z(x, y) = \frac{x^2}{y}$ равен...

1. $\frac{2x}{y} dx + x^2 dy$	2. $\frac{2x}{y} dx + \frac{x^2}{y^2} dy$	3. $\frac{2x}{y} dx$	4. $\frac{2x}{y} dx - \frac{x^2}{y^2} dy$
-------------------------------	---	----------------------	---

114. Если $f(x) = 3x^3 - 1$, то коэффициент a_4 разложения данной функции в ряд по степеням $(x+1)$ равен...

- ☐ 0,75;
- ☐ 9;
- ☐ 3;
- ☐ 0.

115. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ равен 6, тогда интервал сходимости ряда:

- ☐ (-3; 3)
- ☐ (-6; 6)
- ☐ (0; 3)

- ☐ (-3; 0)
- ☐ (0; 6)
- ☐ (-6; 0)

116. Интервал (3; 5) является интервалом сходимости степенного ряда...

- ☐ $\sum_{n=1}^{\infty} (x-4)^n$;
- ☐ $\sum_{n=1}^{\infty} n(x-5)^n$;
- ☐ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{\sqrt{n}}$;
- ☐ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n}$.

117. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{2^{2n}}$.

118. Среди числовых знакоположительных рядов указать сходящийся.

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{-2}}$

119. При доходе потребителя $x = 4$ у.е., потребление некоторого блага y составляет 32 ед.

Известно, что скорость изменения спроса по доходу $y'(x) = \frac{40}{(x+1)^2}$. Найти объем спроса при $x=9$.

120. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функции $y = x^2 - 2x + 1$ и ее производной.

Тесты оцениваются по 100 балльной шкале. Все задания равноценны.

4.4. Методические материалы

Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, осуществляются в соответствии с Положением о структуре и содержании балльно-рейтинговой системы оценки знаний обучающихся в Волгоградском институте управления – филиале ФГБОУ ВО «Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации» (Утверждено Ученым советом ВИУ РАНХиГС от 20.01.2017 г., Протокол №2).

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

5.1. Рекомендации по планированию времени, необходимого на изучение дисциплины

Планирование времени, отводимого на изучение дисциплины «Математический анализ», является важным этапом организации учебной и самостоятельной работы каждого студента, поскольку от равномерности распределения учебной нагрузки будут, в конечном итоге, зависеть результаты его итоговой аттестации. Активизация учебной деятельности лишь в период сессии,

при отсутствии текущей деятельности в течение учебного семестра, увеличивает нагрузку на студента в несколько раз. Объем изучаемого материала, рассчитанный на весь семестр, труднее освоить за короткий промежуток времени, что, безусловно, снижает качество полученных знаний.

Основные рекомендации по организации учебной деятельности студента в течение семестра и в период сессии можно обозначить следующим образом:

1. Каждому студенту необходимо стремиться к равномерному распределению времени при изучении тем дисциплины.
2. В процессе обучения студент не должен ограничиваться лишь посещением лекционных и семинарских занятий. На лекциях следует активно воспринимать предлагаемую лектором информацию, участвуя в дискуссиях, задавая вопросы лектору, особенно в случае, если новый материал достаточно сложен для понимания. Посещение семинаров является отличной возможностью для студента продемонстрировать свои знания и повысить, тем самым, свой рейтинг по данной дисциплине. Поэтому важно помнить, что занятия по дисциплине нужно не только посещать, но и использовать весь потенциал имеющихся возможностей с целью получения знаний, обладания навыками исследователя, упрощения итоговой аттестации по дисциплине.
3. Для полноценного изучения дисциплины следует выделить не менее двух дней в неделю, помимо аудиторных занятий, для самостоятельной работы по освоению тематики данного курса.

Структура времени, необходимого на изучение дисциплины

Форма изучения дисциплины	Время, затрачиваемое на изучение дисциплины, %
Изучение литературы, рекомендованной в учебной программе	20
Решение задач, практических упражнений и ситуационных примеров	60
Изучение тем, выносимых на самостоятельное рассмотрение	20
Итого	100

5.2. Рекомендации по подготовке к практическому (семинарскому) занятию

Практическое (семинарское) занятие – одна из основных форм организации учебного процесса, представляющая собой коллективное обсуждение студентами теоретических и практических вопросов, решение практических задач под руководством преподавателя. Основной целью практического (семинарского) занятия является проверка глубины понимания студентом изучаемой темы, учебного материала и умения изложить его содержание ясным и четким языком, развитие самостоятельного мышления и творческой активности у студента. На практических (семинарских) занятиях предполагается рассматривать наиболее важные, существенные, сложные вопросы которые, наиболее трудно усваиваются студентами. При этом готовиться к

практическому (семинарскому) занятию всегда нужно заранее. Подготовка к практическому (семинарскому) занятию включает в себя следующее:

- обязательное ознакомление с планом занятия, в котором содержатся основные вопросы, выносимые на обсуждение;
- изучение конспектов лекций, соответствующих разделов учебника, учебного пособия;
- работа с основными терминами (рекомендуется их выучить);
- изучение дополнительной литературы по теме занятия, делая при этом необходимые выписки, которые понадобятся при обсуждении на семинаре;
- формулирование своего мнения по каждому вопросу и аргументированное его обоснование;
- запись возникших во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературы вопросов, чтобы затем на семинаре получить на них ответы;
- обращение за консультацией к преподавателю.

В процессе семинарских занятий по дисциплине студент должен активно воспринимать, осмысливать и углублять полученную информацию, решать практические задачи, овладевать профессионально необходимыми умениями. Практическое и лабораторное занятие – особая, специфичная для вуза форма учебной работы. Целью семинарского занятия является углубление и конкретизация знаний и развитие навыков самостоятельного анализа вопросов по наиболее важным и сложным темам учебных курсов. На занятии преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой студента в течение семестра. Его результаты фиксируются в учебных журналах, а затем в конце семестра являются основанием для получения зачета.

5.3. Рекомендации по изучению методических материалов

Методические материалы по дисциплине позволяют студенту оптимальным образом организовать процесс изучения данной дисциплины. Методические материалы по дисциплине призваны помочь студенту понять специфику изучаемого материала, а в конечном итоге – максимально полно и качественно его освоить. В первую очередь студент должен осознать предназначение методических материалов: структуру, цели и задачи. В разделе, посвященном методическим рекомендациям по изучению дисциплины, приводятся советы по планированию и организации необходимого для изучения дисциплины времени, описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»), рекомендации по работе с литературой, советы по подготовке к экзамену и разъяснения по поводу работы с тестовой системой курса и над домашними заданиями. В целом данные методические рекомендации способны облегчить изучение студентами дисциплины и помочь успешно сдать экзамен.

Изучение методических материалов ставит своей целью оказание помощи студентам экономических специальностей академии в организации их самостоятельной работы по

овладению системой знаний, умений и навыков по дисциплине «Математический анализ» в объеме действующей программы. Эта работа требует не только большого упорства, но и умения, без которого затрата сил и времени не дает должного эффекта. Читать, понимать прочитанное и применять его практически – вот в чем суть умения работать с методическими пособиями.

Особое внимание необходимо уделить практикуму. Решение задач является лучшим способом творческого проникновения в математическую истину. Чтобы научиться решать задачи того или иного типа, рекомендуется сначала изучить план решения в общем виде (алгоритм), затем рассмотреть пример реализации плана в конкретном случае, решив при этом не менее 3 – 5 задач из числа предлагаемых для самостоятельного решения. Важной позицией является также то, что основным навыком профессионала является умение самостоятельно работать с литературой в процессе решения конкретной проблемы.

Конечно, общих рецептов для решения разнообразных задач не существует, однако рекомендуем придерживаться следующих советов:

- Внимательно изучите цель, поставленную в задаче; выявите, какие теоретические положения связаны с данной задачей в целом или некоторыми ее элементами.
- Не следует приступать к решению, не обдумав условия и не найдя плана решения.
- Попробуйте выделить в данной задаче серию вспомогательных задач, последовательное решение которых может привести к успеху.
- Определив алгоритм решения, реализуйте его, произведите проверку полученного результата и его анализ.
- Очень успешным бывает применение функционально-графического метода.
- Если решить задачу не удастся, обязательно обратитесь к преподавателю за консультацией.

5.4. Рекомендации по работе с литературой

Очень важную роль играет выбор учебной литературы и методических пособий. Желательно придерживаться этих учебников при изучении всего курса, так как замена может привести к утрате логической связи между отдельными темами.

В последние годы среди студентов экономических специальностей особой популярностью пользуется следующая литература:

1. Высшая математика для экономистов. / Под.ред. Н.Ш. Кремера.-М.: Юрайт, 2011.
2. Практикум по высшей математике для экономистов. / Под.ред. Н.Ш. Кремера. – М.: Юрайт, 2011.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после понимания предыдущего, выполняя все необходимые вычисления. Особое внимание следует обращать на определение основных понятий. Необходимо подробно разбирать примеры, которые

поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется выписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т.п. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные для получения консультации преподавателя.

5.5. Советы по подготовке к экзамену (зачету), контрольной работе

Фундамент математических знаний закладывается на лекционных и семинарских занятиях, а также при подготовке к ним. Буквально с первого сентября необходимо выработать серьезное отношение к конспекту по математике. Он должен в полном объеме содержать определения, теоремы и выводы основных формул курса. Записи должны быть аккуратными. Не нужно забывать, что они делаются для того, чтобы впоследствии с ними работать. Все теоремы и факты нужно понять, а поняв, уметь их самостоятельно доказывать. Прочитав доказательство какой-то теоремы, воспроизвести это доказательство на бумаге без конспекта или учебника.

Помните, что умение решать задачи является следствием глубоко понятого соответствующего теоретического материала. Учебник нужно не просто читать, а изучать; основой запоминания является понимание, знание забывается – понимание никогда; повторение – важнейшее средство, предотвращающее забывание; необходимо выработать привычку систематической самостоятельной работы, «натаскивание» к экзамену или зачету дает слабый и поверхностный результат.

Для успешной сдачи зачета и экзамена студент должен знать наизусть достаточно солидный объем теорем, формул, алгоритмов, моделей. Не откладывая процесс заучивания на последние три дня перед экзаменом, подготовка должна вестись с первых лекций. Будет очень хорошо, если вы заведете себе личный справочник и будете его регулярно изучать, пополняя новым материалом.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

6.1. Основная литература.

1. Высшая математика для экономических специальностей: учебник и практикум / под ред. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: Изд-во Юрайт, 2011.
2. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: учеб.-справ. пособие / под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Изд-во Юрайт, 2011. - 646 с.
3. Руководство к решению задач по высшей математике: учеб. пособие / Касьянов В.И. - М.: Изд-во Юрайт, 2011.

6.2. Дополнительная литература.

1. Солодовников А.С. Математика в экономике: Учеб. – М.: Финансы и статистика, 2005
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, 2007.
3. Малугин В.А. Математика для экономистов: Математический анализ. Курс лекций: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: ЭКСМО, 2005.
4. Основы математического анализа. Приложения в экономике [Электронный ресурс]: учебное пособие.– Электрон. текстовые данные / Калиева О.М. - Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/30067>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов. Т. 1–2. – М.: Интеграл-Пресс, 2006.
6. Трофимов В.В., Данко С.П. Математика: Учеб. пособие. – М.: МарТ, 2007.
7. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я., Данко С.П. Высшая математика в упражнениях и задачах. – М.: Оникс, 2007.

Справочники

1. Справочник по математике для экономистов / Под ред. В.И. Ермакова. -М.: Высшая школа, 1987.
2. Лопатников А.И. Краткий экономико-математический словарь. -М.: Наука, 1987.
3. Воднев В.Г., Наумович А.Ф. Математический словарь высшей школы. -М.:Издание МПИ, 1988.
4. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. -М.: Наука, 1987.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Задания для самостоятельной работы включают в себя комплекс аналитических заданий, выполнение которых предполагает тщательное изучение учебно – методической литературы, предлагаемой в п.6 «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины». Задания предоставляются на проверку на бумажном носителе. Предложенные задания оформляются в печатном виде (возможен рукописный вариант), форме аналитических таблиц и графических схем.

Практические задания с ответами и примеры решения задач к семинарам по всем темам курса приведены в пособиях:

- Высшая математика для экономистов: практикум / под ред. Н.Ш. Кремера. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. - 477 с.
- Высшая математика для экономических специальностей: учебник и практикум / под ред. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М.: Изд-во Юрайт, 2011.

С тестовыми материалами по дисциплине для данной специальности можно ознакомиться по адресу <http://i-exam.ru> (сайт НИИ мониторинга качества образования).

6.4. Нормативные правовые документы.

Не предусмотрены.

6.5. Интернет-ресурсы, справочные системы.

1. Образовательный математический сайт - http://old.exponenta.ru/educat/links/l_school.asp.
2. Сайт НИИ мониторинга качества образования i-exam.ru.
3. Электронный учебный центр «Резольвента» <http://www.resolventa.ru/>.
4. Образовательный математический сайт www.matburo.ru.
5. **Математический сайт** <http://www.math.ru/> - на сайте представлены книги, видео-лекции, занимательные математические факты, различные по уровню и тематике задачи, истории из жизни математиков, официальные документы Министерства образования и науки, необходимые в работе.
6. **Софт@Mail** http://soft.mail.ru/subcat_list.php?ps=0&cat=179&lic=3&osid=0 – на сайте представлена рубрика «Электронные издания», где Вы сможете ознакомиться с электронными учебниками, энциклопедиями, справочниками. Часть электронных ресурсов можно скачать на сайте как платно, так и бесплатно.
7. **Естественно-научный портал** <http://en.edu.ru/> - это математический портал, на котором вы найдете любой материал по математическим дисциплинам.
8. **Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ им. М.В.Ломоносова** <http://lib.mexmat.ru/helpdesk.php> - в электронной библиотеке мехмата МГУ содержится несколько тысяч книг по математике, физике, компьютерным и другим наукам. Библиотека регулярно пополняется.
9. **Образцы решения задач по высшей математике** <http://reshebnik.ru/solutions/>.
10. **Высшая математика** <http://mathhelp.spb.ru> - сайт содержит лекции, учебники on-line, web-сервисы по высшей математике в помощь студентам.

7. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- ✓ лекционные аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном и доской;

- ✓ компьютерные классы, для проведения занятий практического типа и самостоятельной работы оснащенные современными компьютерами с выходом в Интернет (компьютеры, принтеры, проекторы, экраны, аудиторные доски, компьютерные кресла, компьютерные столы, стулья, письменные столы, сеть Интернет, доступ к электронно-библиотечным системам и к электронной информационно-образовательной среде института);
- ✓ учебные аудитории для групповых и индивидуальных консультаций (письменные столы, стулья, аудиторная доска;

Дисциплина должна быть поддержана соответствующими лицензионными программными продуктами. Программные средства обеспечения учебного процесса должны включать:

- ✓ Операционные системы семейства Windows (98, XP, Vista, 7, 8);
- ✓ Microsoft Office;
- ✓ программы презентационной графики;
- ✓ видеопроигрыватели;
- ✓ графические редакторы.

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Материально-техническое обеспечение дисциплины для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов включает в себя следующее:

- ✓ учебные аудитории оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения для обучающихся с различными видами ограничений здоровья;
- ✓ учебная аудитория, в которой обучаются студенты с нарушением слуха оборудована компьютерной техникой, аудиотехникой (акустический усилитель и колонки), видеотехникой (мультимедийный проектор), мультимедийной системой. Для обучения лиц с нарушениями слуха используются мультимедийные средства и другие технические средств для приема-передачи учебной информации в доступных формах;
- ✓ для слабовидящих обучающихся в лекционных и учебных аудиториях предусмотрен просмотр удаленных объектов (например, текста на доске или слайда на экране) при помощи видеоувеличителей для удаленного просмотра;
- ✓ для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата в лекционных и учебных аудиториях предусмотрены специально оборудованные рабочие места;
- ✓ для контактной и самостоятельной работы используется мультимедийные комплексы, электронные учебники и учебные пособия, адаптированные к ограничениям здоровья обучающихся.

Обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды, в отличие от остальных, имеют свои специфические особенности восприятия, переработки материала, выполнения промежуточных и итоговых форм контроля знаний. Они обеспечены печатными и электронными образовательными ресурсами (программы, учебники, учебные пособия, материалы для самостоятельной работы и т. д.) в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха, с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.