

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС
Экономический факультет
(наименование структурного подразделения (института/факультета/филиала))

Кафедра информационных систем и математического моделирования
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНА
решением кафедры информационных систем
и математического моделирования

Протокол от «02» сентября 2019 г. №1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б.1.Б.11.01 Линейная алгебра

(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

38.05.01 Экономическая безопасность (уровень специалитета)

(код и наименование направления подготовки (специальности))

Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности

Экономист
(квалификация)

Очная, заочная
(форма(ы) обучения)

Год набора – 2020

Волгоград 2019 г.

Автор(ы)–составитель(и):

Доцент кафедры информационных систем и математического моделирования, канд. пед. наук Ключева И.А.

Заведующий кафедрой информационных систем и математического моделирования, канд. технических наук, доцент Астафурова О.А.

Рабочая программа дисциплины составлена на основе типовой рабочей программы дисциплины Б.1.Б.11.01 Линейная алгебра для специальности 38.05.01 Экономическая безопасность, авторами–составителями которой являются:

Доцент кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин к.т.н., доцент Резниченко А. В.

Доцент кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин к.э.н. доцент Жук И. А.

Заведующий кафедрой социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин к.т.н., доцент Выжигин А.Ю.

Заведующий кафедрой экономической безопасности, д.э.н., профессор Ломакин А.Л.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО	5
3. Содержание и структура дисциплины (модуля).....	6
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....	25
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	39
6. Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	44
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы	46

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина Б.1.Б.11.01 «Линейная алгебра» обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапов (компонентов)¹:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа (компонента) освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-1	Способность применять математический инструментарий для решения экономических задач	ОПК-1.1	Формирование основных навыков, необходимых для количественного и качественного анализа и решения теоретических и прикладных задач в практической деятельности

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ/ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Научно-методологическая деятельность в статистике/ деятельность по разработке и совершенствованию прикладных статистических методологий (Проф. стандарт «Статистик», утв. Приказом Минтруда России от 08.09.2015 N 605н)	ОПК-1.1	на уровне знаний: - основы линейной алгебры, необходимые для анализа и оценки информации при решении типовых математических задач;
		на уровне умений: - применять аппарат линейной алгебры для решения типовых математических задач;
		на уровне навыков: - навыки применения аппарата линейной алгебры для решения типовых математических задач;

¹ Код и наименование этапа (компонента) освоения компетенции разработчик ООП ВО определяет самостоятельно

2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО

Трудоемкость дисциплины Б.1.Б.11.01 «Линейная алгебра» составляет 3 з.е. (108 а.ч.).

Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

По очной форме:

лекции – 16 а.ч.;

практические занятия – 32 а.ч.;

самостоятельная работа – 60 а.ч.

По заочной форме:

лекции – 4 а.ч.;

практические занятия – 6 а.ч.;

самостоятельная работа – 98 а.ч.

Дисциплина «Линейная алгебра» (Б.1.Б.11.01) изучается на I курсе – 1 семестр.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных студентами в процессе освоения школьной программы по предмету «Математика».

Дисциплина «Линейная алгебра» имеет логическую и содержательно-методическую взаимосвязь с последующими дисциплинами: «Математический анализ», «Теория вероятностей», «Экономико-математические модели и методы», «Математическая статистика», «Эконометрика».

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом: контрольная работа – 1 семестр.

3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Таблица 1.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.					СР	Форма текущего контроля успеваемости ² промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л/ЭО, ДОТ ³	ЛР	ПЗ/Э, ДОТ	КСР		
Очная форма обучения								
Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии								
Тема 1	Элементы теории множеств	14	2		4		8	О, КР
Тема 2	Матрицы и определители	20	4		8		8	О, КР
Тема 3	Системы линейных уравнений	14	2		4		8	О, КР
Тема 4	Векторы на плоскости и в пространстве	22	4		8		10	О, КР
Тема 5	Комплексные числа	16	2		4		10	О, КР
Тема 6	Элементы аналитической геометрии	22	2		4		16	О, КР
Всего:		108	16		32		60	
Заочная форма обучения								
Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии								
Тема 1	Элементы теории множеств	14	0,5		0,5/0,25*		16	О, КР
Тема 2	Матрицы и определители	20	1		1/0,5*		16	О, КР
Тема 3	Системы линейных уравнений	14	0,5		1/0,5		16	О, КР
Тема 4	Векторы на плоскости и в пространстве	22	0,5		1/0,5*		16	О, КР
Тема 5	Комплексные числа	16	0,5		0,5/0,25*		16	О, КР
Тема 6	Элементы аналитической геометрии	22	1		2/1*		18	О, КР
Всего:		108	4		6/4*		98	

² **Примечание:** формы текущего контроля успеваемости: тестирование (Т), практическое задание (ПЗ). Текущий контроль проводится с применением ДОТ.

³ ДОТ - дистанционные образовательные технологии.

Примечание: лекции и практические занятия, отмеченные звездочкой, проводятся с применением ДОТ. Остальные занятия проводятся в очной форме.

* *Формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), контрольная работа (КР) и др.*

Доступ к ДОТ осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://moodle.vlgr-ganepa.ru/>. Пароль и логин к личному кабинету / профилю / учетной записи предоставляется обучающемуся в деканате.

Все формы текущего контроля, проводимые в системе дистанционного обучения, оцениваются в системе дистанционного обучения (далее - СДО).

3.1 Содержание дисциплины

Тема 1. Элементы теории множеств.

Понятия множества, способы задания и графического представления, операции над множествами. Действительные числа и их основные свойства. Метрическое пространство.

Тема 2. Матрицы и определители.

Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Определители квадратных матриц. Свойства определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Тема 3. Системы линейных уравнений.

Основные понятия и определения. Система n линейных уравнений с n переменными. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Метод Гаусса. Система m линейных уравнений с n переменными. Системы линейных однородных уравнений.

Тема 4. Вектора на плоскости и в пространстве.

Понятия n -мерного вектора и векторного пространства. Скалярное и векторное произведение. Размерность и базис векторного (линейного) пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство. Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Квадратичные формы.

Тема 5. Комплексные числа.

Модели представления комплексных чисел. Алгебраическая форма представления комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексных чисел.

Тема 6. Элементы аналитической геометрии.

Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии. Алгебраические линии первого порядка. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых и точек. Алгебраические линии второго порядка. Окружность и эллипс. Гипербола и парабола. Плоскость и прямая в пространстве.

Задания практических занятий

Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии

Тема 1. Элементы теории множеств.

Занятие 1

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

- Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
- Равны ли следующие множества:
а) $\{2, 4, 5\}$ и $\{2, 4, 5, 2\}$; **б)** $\{1, 2\}$ и $\{\{1, 2\}\}$;
на дом **в)** $\{1, 2, 3\}$ и $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$; **г)** $\{\{1, 2\}, 3\}$ и $\{\{1\}, \{2, 3\}\}$;
- Пусть даны множества: $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $X = \{1, 5\}$, $Y = \{1, 2, 4\}$, $Z = \{2, 5\}$.
 Найти множества:
а) $X \cap Y'$; **б)** $(X \cap Z) \cup Y'$; **в)** $X \cup (Y \cap Z)$.
на дом **г)** $(X \cup Y) \cap (X \cup Z)$; **д)** $(X \cup Y)'$; **е)** $X' \cap Y'$.
- Начертить диаграммы Венна, иллюстрирующие построение множеств, и показать, что эти утверждения не всегда верны:
а) $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$; **б)** $(A \setminus B) \cup B = A$; **в)** $(A \cap B) \setminus A = \emptyset$;
на дом **г)** $(A \cup B) \setminus B = A$; **д)** $(A \setminus B) \cup C = (A \cup C) \setminus (B \cup C)$.
- Определить множества $A \cap B$; $A \cup B$; $A \setminus B$; $B \setminus A$ и изобразить их на числовой оси (плоскости), если
а) $A = (-1, 2]$; $B = [1, 4)$;
б) $A = \{x: -4 < x < 1\}$; $B = \{x: 0 < x < 4\}$.
в) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$;
 $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + (y - 1)^2 \leq 1\}$, где \mathbb{R}^2 – вещественная плоскость.
на дом **г)** $A = \{x: x^2 - x - 2 > 0\}$; $B = \{x: 6x - x^2 > 0\}$;
д) $A = \{x: \sin \pi x = 0\}$; $B = \{x: \cos \pi x / 2 = 0\}$.
- Доказать, что на множестве \mathbb{R}^* имеются единственные ноль и единица.
- Решить уравнения:
а) $|x - 5| - |2x + 8| = -12$; **б)** $|5 + |x + 2|| = 10$; **в)** $|x| + |x - 1| + |x - 2| - 2,5 = 0$;
на дом
г) $x^2 + |x| - 2 = 0$; **д)** $|x + 1| + |x| + |x - 1| = 6$; **е)** $x|x + 2| - |x + 1| - (x + 1)|x| + 1 = 0$.

Занятие 2

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

- Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
- Пусть $E = \{b, c, d, e, f\}$, $A = \{b, c, d\}$, $B = \{c, e\}$.
 Начертить диаграмму Венна, иллюстрирующую построение этих множеств.
- Описать множество $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 3x - 4 \leq 0\}$ перечислением ее элементов.
- Считая отрезок $[0, 1]$ универсальным множеством, найти и изобразить на числовой прямой дополнения множеств:
а) $\{0, 1\}$; **б)** $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$; *на дом* **в)** $(0, \frac{1}{2}]$; **г)** $\{0\} \cup [\frac{3}{4}, 1)$.
- Доказать, что для множеств $A, B, C \Rightarrow$

* \mathbb{R} - множество действительных чисел.

а) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$; б) $A \setminus B = A \cap B'$;

на дом

в) $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \cap (A \cup C')$; г) $(A \cup B) \cap (A \cup B') = A$.

6. Доказать, что

а) уравнение $a + x = b$ имеет единственное решение $x = -a + b$;

на дом

б) уравнение $ax = b$ имеет единственное решение $x = a^{-1}b$.

7. Решить (доказать) неравенства:

а) $||x^3 - x - 1| - 5| \geq x^3 + x + 8$; б) $|x - y| \geq ||x| - |y||$;

на дом

в) $|x^2 - 3x + 2| + |2x + 1| \geq 5$; г) $|x + x_1 + x_2 + \dots + x_n| \geq |x| - (|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|)$.

Тема 2. Матрицы и определители.

Занятие 1

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Даны матрицы A и B :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 13 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

а) $A + B$; б) $A^T + B$; в) $A + B^T$; г) $A^T + B^T$; д) AB ; е) $A^T B$; ж) AB^T ; з) BA^T .

на дом $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 13 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

3. Найти матрицу $C = -5A + 2B$:

а) $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$; *на дом* б) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Найти произведение матриц:

а) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$;

на дом в) $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Найти из произведений матриц AB и BA , которые существуют:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом} \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}; \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 7 \end{vmatrix}; \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}; \quad \text{на дом} \quad \text{г) } \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}; \quad \text{д) } \begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix}; \quad \text{е) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}.$$

Занятие 2

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Вычислить матрицу $D = (AB)' - C^2$:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}. \quad \text{на дом}$$

Вычислить матрицу $D = ABC - 3E$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}; C = (2 \ 0 \ 5); E - \text{единичная матрица.}$$

3. Вычислить A^3 , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Найти матрицу A^n и ее след:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}; n = 3. \quad \text{на дом} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; n = 3. \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}; n = 5.$$

5. Найти значение многочлена $f(x)$ от матрицы A :

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5; A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом} \quad f(x) = x^3 - 7x^2 + 13x - 5; A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Убедится, что определитель матрицы равен определителю транспонированной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{на дом} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0,5 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

7. Доказать тождества:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b). \quad \text{на дом} \quad \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

8. Решить уравнения:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0. \quad \text{на дом} \quad \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Занятие 3

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

1. Найти определитель матрицы:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{на дом} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель,

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ a & b & c & d \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix} \quad \text{на дом} \quad \begin{vmatrix} a & 1 & 2 & 0 \\ b & 3 & 1 & 4 \\ c & 0 & 1 & 2 \\ d & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

разлагая его по элементам
третьей строки

разлагая его по элементам
первого столбца

3. Вычислить определители:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}; \quad \text{на дом в) } \begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 & 2 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & 3 & -2 \\ -7 & 8 & 4 & 5 \end{vmatrix}; \quad г) \begin{vmatrix} 0 & 6 & 3 & 5 & 1 \\ -3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ -3 & 8 & 7 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}.$$

4. Вычислить матрицу $B = 11(A^{-1})' + A'$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Найти обратную матрицу A^{-1} двумя способами: с помощью присоединенной матрицы и элементарных преобразований:

$$a) \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad б) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad г) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -7 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Найти матрицу, обратную матрице C , если она существует

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{на дом} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти ранги матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix} \quad \text{на дом} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Занятие 4

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти ранги матриц

$$\begin{aligned}
 & \text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ -4 & -3 & 1 \end{pmatrix}; \text{ в) } \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 2 & 5 \\ -1 & 0 & 4 & 8 & 3 \\ 3 & 6 & 10 & -4 & 7 \end{pmatrix}; \\
 & \text{на дом } \text{г) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \text{ д) } \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ -4 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \text{ е) } \begin{pmatrix} 0 & 5 & -1 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 6 \\ -1 & -3 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 4 & 6 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

3. Найти максимальное число линейно независимых строк матриц:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -6 & 5 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 11 \end{pmatrix}; \text{ на дом в) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ 3 & -6 & 5 & 6 \end{pmatrix}; \text{ г) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Найти максимальное число линейно независимых столбцов матриц:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & -4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}; \text{ на дом б) } \begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 4 & 3 & 7 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

5. Покажите, что сумма произведений элементов третьего столбца матрицы на алгебраические дополнения соответствующих элементов первого столбца равна нулю. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

6. Решить задачи с экономическим содержанием:

а) В некоторой отрасли m заводов выпускают n видов продукции. Матрица A_{mn} задает объем продукции на каждом заводе в первом квартале, а матрица B_{mn} — во втором; (a_{ij}, b_{ij}) — объемы продукции j -го типа на i -ом заводе в первом и втором кварталах соответственно.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти: объемы продукции; прирост объемов продукции во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам; стоимостное выражение выпущенной продукции за полгода (в евро), если λ — курс евро по отношению к рублю.

б) Предприятие производит n типов продукции, объемы выпуска которых заданы матрицей A_{1n} . Цена реализации единицы i -го типа продукции в j -ом регионе задана матрицей B_{nk} , где k — число регионов, в которых реализуется продукция.

$$B_{3,4} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу выручки C по регионам, если $A_{13} = (100 \ 200 \ 100)$,

на дом

в) Три завода выпускают четыре вида продукции.

Необходимо найти: матрицу выпуска продукции за квартал, если заданы матрицы помесячных выпусков A_1, A_2 и A_3 ; матрицы прироста выпуска продукции за каждый месяц B_1 и B_2 и проанализировать результаты.

$$\text{Дано: } A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}; \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

г) Найти C — матрицу выручки C по регионам по условиям задачи бб), если

$$A = (10 \ 40 \ 10 \ 20); \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

Тема 3. Системы линейных уравнений.

Занятие 1

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить системы уравнений методом обратной матрицы и по формулам Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - x_2 = 5, \\ 2x_1 + x_2 = 1. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -2x_1 + x_2 + 6x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases} \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \begin{cases} x_1 - \sqrt{5}x_2 = 0, \\ 2\sqrt{5}x_1 - 5x_2 = -10. \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

3. Решить системы уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -1 \end{cases}; \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases}; \quad \text{в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}.$$

на дом

$$\text{г) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 7 \\ -9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases}; \quad \text{д) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases}; \quad \text{е) } \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}.$$

4. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } AXB = C, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 7 \\ 6 & 5 & 9 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

на дом

$$\text{в) } X \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \text{г) } \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}.$$

Занятие 2

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить системы уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_2 + 3x_3 - x_4 = 10 \\ x_1 + 3x_2 + 8x_3 - x_4 = 22 \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_4 = 11 \end{cases}; \quad \text{на дом} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = -4 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -2 \end{cases}.$$

3. Решить (любым методом) системы уравнений, заданные в виде $AX = B$, где A - матрица системы; B - столбец свободных членов:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 2 & -4 & -3 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 17 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом} \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

4. Найти базисные и общие решения систем уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -2, \\ x_1 - x_2 - x_4 = 2. \end{cases}$$

$$\text{на дом} \quad \text{в) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1. \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18, \\ -x_1 - x_2 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}$$

5. Найти фундаментальные системы решений систем линейных уравнений:

$$\begin{array}{l}
 \text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 0, \\ 11x_1 + 17x_2 - 8x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases} \\
 \text{б) } \begin{cases} 6x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 0, \\ -4x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \\
 \text{дом в) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0. \end{cases} \\
 \text{г) } \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 0, \\ 7x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 0, \\ 4x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}
 \end{array}$$

Тема 4. Вектора на плоскости и в пространстве.

Занятие 1

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти косинус угла между векторами x и y , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом.

$$\text{а) } x = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{на дом б) } x = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

3. Решить задачи:

а) Даны векторы $a = 2m + 4n$, $b = m - n$, где m, n единичные векторы, образующие угол 120° . Найти угол между векторами a и b .

б) Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $a = -2j + k$, $b = 2i + j$.

в) Даны длины векторов $|a| = 11$, $|b| = 23$, $|a - b| = 30$. Определить $|a + b|$.

на дом

г) В плоскости находятся три вектора a, b и c . Известно, что $|a| = 2$, $|b| = 3$, $|c| = 5$, угол между векторами a и b равен 60° , а угол между векторами b и c тоже 60° . Найти длину вектора $d = -a + b - c$.

д) Определить длины векторов, на которых построен параллелограмм с диагоналями $c = 2i - j + 3k$, $d = 2i - 2j + 4k$.

е) При каких значениях α и β векторы $a = -2i + 3j + \beta k$ и $b = \alpha i - 6j + 2k$, будут коллинеарны, ортогональны.

4. Найти площадь треугольника, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} , если $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 1$, $\varphi = \pi/4$.

на дом

Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{c} = -\vec{m} + 2\vec{n}$, $\vec{d} = 3\vec{m} - \vec{n}$, если $|\vec{m}| = 5$, $|\vec{n}| = 4$, $\varphi = \pi/6$.

5. Даны вершины треугольника $A(0; 2; 0)$, $B(-2; 5; 0)$, $C(-2; 2; 6)$. Найти его площадь.

на дом

Проверить, будут ли коллинеарными следующие векторы: $\vec{c}(4, -2; 1)$, $\vec{d}(8; -4; 4)$.

6. Решить задачи:

а) Выяснить, является ли линейным пространством множество всех алгебраических многочленов одной переменной: степени не выше n , степени n , степени выше n ?

б) Выяснить, является ли линейным пространством множество всех решений системы n линейных однородных уравнений с n переменными?

на дом

в) Выяснить, является ли линейным пространством множество: всех матриц размера $m \times n$, диагональных матриц порядка n , невырожденных матриц порядка n , векторов?

г) Каким должно быть число a , чтобы множество, состоящее из одного этого числа, являлось линейным пространством?

Занятие 2

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Даны три вектора $a = (2; -2)$, $b = (2; -1)$, $c = (2; 4)$. Найти координаты вектора $p = 2a - b + c$ и разложить его по векторам a и b .

б) Найти длину вектора $a = 2i + 3j - 6k$ и его направляющие косинусы.

в) Найти проекцию вектора $a = i + j + 2k$ на вектор $b = i - j + 4k$.

на дом

г) Даны четыре вектора $a = (2; 1; 0)$, $b = (1; -1; 2)$, $c = (2; 2; -1)$, $d = (3; 7; -7)$. Разложить a по векторам b , c и d .

д) Вектор составляет с осями Oy и Oz углы соответственно 60° и 120° . Какой угол он составляет с осью Ox .

е) Даны векторы $a = 3i - 6j - k$, $b = i + 4j - 5k$ и $c = 3i + 4j + 2k$. Найти проекцию вектора $a + c$ на вектор $b + c$.

3. Найти векторное произведение векторов $a = 2i + 3j - k$, $b = 3i - j - 4k$.

на дом

Будут ли коллинеарны $c_1 = \bar{a}_1 - \bar{a}_2$; $c_2 = 2\bar{a}_1 + \bar{a}_2$ векторы построенные по векторам: $\bar{a}_1 = (2, 1, 1)$ и $\bar{a}_2 = (0, 3, 1)$;

4. Решить задачи:

а) В некотором базисе заданы векторы $a_1 = (-2; 0; 1)$, $a_2 = (1; -1; 0)$, $a_3 = (0; 1; 2)$. Выяснить, является ли вектор $a_4 = (2; 3; 4)$ линейной комбинацией векторов a_1 , a_2 , a_3 .

б) Выяснить являются ли линейно зависимыми или линейно независимыми векторы:

$$\mathbf{a}_1 = (-7; 5; 19), \mathbf{a}_2 = (-5; 7; -7), \mathbf{a}_3 = (-8; 7; 14).$$

в) Выяснить, образуют ли базис трехмерного пространства \mathbf{R}^3 векторы:

$$\mathbf{a}_1 = (1; 1; 1), \mathbf{a}_2 = (1; 0; 1), \mathbf{a}_3 = (2; 1; 2).$$

на дом

г) В некотором базисе заданы векторы $\mathbf{a}_1 = (2; 1)$, $\mathbf{a}_2 = (-1; 3)$. Найти все значения m , при которых вектор $\mathbf{b} = (1; m)$ в том же базисе является линейной комбинацией векторов \mathbf{a}_1 и \mathbf{a}_2 .

д) Выяснить являются ли линейно зависимыми или линейно независимыми векторы:
 $\mathbf{a}_1 = (1; 8; -1)$, $\mathbf{a}_2 = (-2; 3; 3)$, $\mathbf{a}_3 = (4; -11; 9)$.

е) Выяснить, образуют ли базис четырехмерного пространства \mathbf{R}^4 векторы:

$$\mathbf{a}_1 = (1; 1; 1; 1), \mathbf{a}_2 = (1; 0; 1; 0), \mathbf{a}_3 = (0; -1; 0; 1), \mathbf{a}_4 = (1; 0; 0; 1).$$

5. Решить задачи:

а) Дана матрица перехода

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

от базиса $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ к базису $(\mathbf{e}_1^*, \mathbf{e}_2^*)$. Найти координаты векторов $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ в базисе $(\mathbf{e}_1^*, \mathbf{e}_2^*)$.

б) Дана матрица перехода

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

от базиса $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ к базису $(\mathbf{e}_1^*, \mathbf{e}_2^*, \mathbf{e}_3^*)$. Найти координаты вектора \mathbf{e}_2^* в базисе $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$.

на дом

в) Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

перехода от базиса $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ к базису $(\mathbf{e}_1^*, \mathbf{e}_2^*, \mathbf{e}_3^*)$. Найти координаты векторов $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ в базисе $(\mathbf{e}_1^*, \mathbf{e}_2^*, \mathbf{e}_3^*)$.

г) Найти матрицу перехода от базиса $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4)$ к базису $(\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_1)$.

Занятие 3

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ в вектор } y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}, \quad \text{на дом} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ в вектор } y = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ 2x_3 \\ x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двухмерного векторного пространства в вектор y по следующему алгоритму:

а) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = x_2$;

б) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.

на дом

в) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = -x_2$.

г) поворот на 45° по часовой стрелке;

д) симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.

4. Выяснить является ли оператор $\tilde{A}(x)$ линейным, если вектор $x = (x_1; x_2; x_3)$:

$$\tilde{A}(x) = (x_2 - 2x_3; x_1 + x_2; x_1) \quad \text{на дом} \quad \tilde{A}(x) = (x_1 x_2; x_2 x_3; x_1 x_3).$$

5. Найти координаты вектора $y = \tilde{A}(x)$, если оператор \tilde{A} задан матрицей A (в этом базисе):

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad x = -e_1 + 2e_2 + e_3 \quad \text{на дом} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad x = (2; -1).$$

6. Найти матрицу A^* линейного оператора в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , заданного матрицей A в базисе (e_1, e_2, e_3) :

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} e_1^* = e_2; \\ e_2^* = e_1 + e_2. \end{matrix} \quad \text{на дом} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} e_1^* = 2e_1 + e_2 - e_3; \\ e_2^* = 2e_1 - e_2 + 2e_3; \\ e_3^* = 3e_1 + e_3; \end{matrix}$$

Занятие 4

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти собственные значения и собственные вектора линейного оператора \tilde{A} (матрица A):

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{г) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти базис, в котором линейный оператор \tilde{A} , задаваемый матрицей A , имеет диагональный вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом б) } A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Выяснить, приводится ли к диагональному виду матрица A . Если приводится, то записать ее диагональный вид:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом б) } A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Написать квадратичную форму L в матричном виде:

$$L = 3x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 \quad \text{на дом} \quad L = x_1^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 + 5x_1x_3.$$

6. Найти ранг квадратичной формы L :

$$L = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 \quad \text{на дом} \quad L = 2x_1^2 - x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3.$$

7. Найти квадратичную форму, полученную из данной указанным преобразованием:

$$L = 3x_1^2 - x_2^2 + 4x_1x_2; \quad \text{на дом} \quad L = 2x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 + x_2x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 = 2y_1 - y_2, \\ x_2 = y_1 + y_2. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = y_1 + y_2 - y_3, \\ x_2 = y_1 + y_2 + y_3, \\ x_3 = y_1 + y_3. \end{cases}$$

8. Привести к каноническому виду квадратичные формы:

$$L = 2x_1^2 - 3x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 8x_2x_3 \quad \text{на дом} \quad L = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3.$$

9. Исследовать на знакоопределенность квадратичную форму L :

$$L = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 \quad \text{на дом} \quad L = -2x_2^2 - x_1^2 - x_1x_3 + 2x_2x_3 - 2x_3^2.$$

10. Найти все значения параметра m , при которых положительно (отрицательно) определены квадратичные формы L :

$$L = 2x_1^2 + x_2^2 + mx_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3 \quad (L = -x_1^2 + mx_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3)$$

на дом

$$L = mx_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 \quad (L = -2x_1^2 - 2x_2^2 + mx_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3).$$

Тема 5. Комплексные числа.

Занятие 1

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и

проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Даны комплексные числа $z_1 = 15 + 8i$, $z_2 = 4 - 3i$. Найти: а) $z_1 \pm z_2$; б) $z_1 z_2$; в) z_1 / z_2 .

3. Даны комплексные числа $z_1 = 1 - i$, $z_2 = \sqrt[3]{-3 + i}$. Представить в тригонометрической форме и найти:

$$\text{а) } z_1 z_2; \text{ б) } z_1^{28} \text{ на дом в) } z_1 / z_2; \text{ г) } \sqrt[3]{z_2}.$$

4. Комплексные числа $z_1 = 1 - i$, $z_2 = \sqrt[3]{-3 + i}$ представить в показательной форме и найти:

$$\text{а) } z_1 z_2; \text{ б) } z_1 / z_2.$$

на дом

Комплексные числа $z_1 = 1 - i$, $z_2 = \sqrt[3]{-3 - i}$ представить в показательной форме и найти:

$$\text{а) } z_1 z_2; \text{ б) } z_1 / z_2.$$

5. Построить множество точек z по условиям:

$$\text{а) } |z| < 3; \text{ б) } |z| < 2 \text{ и } \pi/2 < \varphi < \pi \text{ на дом в) } 2 < |z| < 4 \text{ и } -\pi < \varphi < \pi/2.$$

6. Найти все значения $\sqrt[4]{-1}$. *на дом* Вычислить $(4 - 3i) / (4 + 3i)$.

7. Даны комплексные числа $z_1 = 3 - 4i$, $z_2 = -2 + \sqrt{5}i$. Представить в тригонометрической форме и экспоненциальной форме и изобразить на комплексной плоскости эти числа, а также

$$z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \cdot z_2, z_1 / z_2.$$

Занятие 2

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Даны комплексные числа $z_1 = 5 - 12i$, $z_2 = -6 + 8i$. Найти: а) $z_1 \pm z_2$; б) $z_1 z_2$; в) z_1 / z_2 .

3. Вычислить:

$$\text{а) } (a + bi)^3 - (a - bi)^3; \text{ б) } \frac{(1+i)^{100}}{(\sqrt{3}-i)^{50}}; \text{ на дом в) } (1-i)^6; \text{ г) } (2+i\sqrt{12})^5; \text{ д) } \sqrt{2}e^{i\frac{2\pi}{9}}.$$

4. Решить уравнения:

$$\text{а) } x^2 + 16 = 0; \text{ б) } x^4 + 3x^2 + 4 = 0; \text{ в) } x^8 - 17x^4 + 16 = 0;$$

$$\text{на дом г) } x^2 + x + 4 = 0; \text{ д) } x^6 - 64 = 0.$$

Тема 6. Элементы аналитической геометрии.

Занятие 1

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) На оси абсцисс найти точку, отстоящую на расстояние $d = 10$ от точки $A(2, 6)$.

б) На осях абсцисс и ординат найти точки, равноудаленные от точек $A(2, 3)$ и $B(5, 6)$.

в) Даны три вершины параллелограмма: точки $A(3, -5)$, $B(5, -3)$, $C(-1, 3)$.

Определить четвертую вершину D , противоположную B .

г) Точки $A(-2, 1)$, $B(2, 3)$, $C(4, -1)$ – середины сторон треугольника. Найти координаты его вершин.

д) Найти центр масс однородной пластинки, имеющей форму треугольника с вершинами $A(2, 4)$, $B(0, 1)$, $C(4, -2)$.

е) Лежат ли на одной прямой три данные точки $A(2, 0)$, $B(6, 4)$, $C(11, 9)$.

на дом

ж) Отрезок, ограниченный точками $A(1, -3)$ и $B(4, 3)$, разделен на три равные части. Определить координаты точек деления.

з) Даны вершины треугольника: $A(3, 5)$, $B(-3, 3)$, $C(5, -8)$. Определить длину медианы, проведенной из вершины C .

и) Составить уравнение множества точек, равноудаленных от двух данных точек: $M_1(-4, 3)$ и $M_2(2, 5)$.

к) Составить уравнение множества точек, равноудаленных от оси Oy и точки $F(4, 0)$.

л) Составить уравнение траектории точки $M(x, y)$, которая при своем движении остается вдвое ближе к точке $A(0, -1)$, чем к точке $B(0, -4)$.

м) Треугольник координатами вершин: $A(3, 5)$, $B(9, -3)$, $C(0, 1)$. Найти длину биссектрисы угла A .

Занятие 2

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $A(-4, 1)$ параллельно осям координат.

б) Составить уравнение прямой, проходящей через две точки $A(-4, 2)$ и $B(3, -1)$.

в) Составить уравнения прямых, проходящих через точку $M(2, 3)$ под угол 45° к прямой $5x + 2y - 4 = 0$.

г) Через вершины треугольника $A(-1, 2)$, $B(3, -1)$, $C(0, 4)$ проведены прямые параллельно противоположным сторонам. Составить их уравнение.

д) Даны середины сторон треугольника $P(1, 2)$, $Q(5, -1)$, $R(-4, 3)$. Составить уравнения его сторон.

е) Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $5x - y + 10 = 0$ и $8x + 4y + 9 = 0$ параллельно прямой $x + 3y = 0$.

на дом

ж) Найти угол между прямой $3x + y - 6 = 0$ и прямой, проходящей через точки $A(-3, 1)$ и $B(3, 3)$.

з) Дана прямая $2x + 5y - 1 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1, 3)$: параллельно данной прямой; перпендикулярно данной прямой.

и) Даны две прямые $y = 3x - 2$ и $3x - y + 12 = 0$. Составить уравнение прямой, проведенной параллельно данным на равном расстоянии между ними.

к) Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - 3y + 5 = 0$ и $3x + y - 7 = 0$ перпендикулярно к прямой $x = 2y$.

л) Составить уравнение перпендикуляра к прямой $8x + 4y - 3 = 0$ в точке пересечения ее с прямой $x - y = 0$.

Занятие 3

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Найти центр и радиус окружности $3x^2 + 3y^2 - 6x + 8y = 0$.

б) Найти центр и радиус окружности, проходящей через точки $A(-1, 5)$, $B(-2, -2)$, $C(5, 5)$.

в) Составить каноническое уравнение эллипса, если его большая полуось равна 12, а эксцентриситет – 0,5. Найти расстояние между фокусами эллипса.

г) Составить каноническое уравнение гиперболы $9x^2 - 16y^2 = 144$. Найти координаты ее фокусов и вершин, эксцентриситет и уравнения асимптот.

д) Составить каноническое уравнение гиперболы, проходящей через точки $A(2, 1)$, $B(-4, \sqrt{7})$.

е) Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от точки $A(2; -2)$ равно ее расстоянию от прямой $x + 1 = 0$.

ж) Вычислить длину хорды, образуемой пересечением прямой $y = 4x$ и параболой $y = 3 + 2x - y^2$.

на дом

з) Задано уравнение окружности $x^2 + y^2 + 4x + 12y + 15 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через ее центр параллельно прямой $x + y = 0$.

и) Определить эксцентриситет эллипса, если расстояние между фокусами равно расстоянию между вершинами его большой и малой осей.

к) Составить уравнения асимптот равнобочной гиперболы $y = (2x + 3) / (x - 3)$ и найти координаты ее вершин.

л) Составить уравнения осей симметрии равнобочной гиперболы $y = (4 - 3x) / (x - 1)$.

м) Составить уравнение окружности, имеющей центр в фокусе параболы $y^2 = 2px$ и касающейся ее директрисы. Найти точки пересечения параболы и окружности.

Занятие 4

Цель: дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Ox и точку $A(1, -1, 3)$.

б) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2, 3, 4)$ и отсекающей на осях Ox и Oy отрезки $a = 1$, $b = -1$.

в) Из точки $M(1, -1, 4)$ опущен на плоскость перпендикуляр, его основание $N(2, 1, 3)$. Составить уравнение плоскости.

г) Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(3, -1, 2)$, $M_2(4, -1, -1)$ и $M_3(2, 0, 2)$.

д) Составить уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(2, -1, -1)$ и $M_2(3, 3, -1)$.

на дом

е) Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oy и точку $B(2, 1, -1)$.

ж) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(4, -4, 2)$ параллельно плоскости xOz .

з) Плоскость проходит через ось Oz и образует с плоскостью $2x + y - \sqrt{5}z = 0$. Составить уравнение плоскости.

и) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2, 7, 3)$ параллельно плоскости $x - 4y + 5z + 1 = 0$.

к) Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2, -3, 1)$ параллельно векторам $a = (-3, 2, -1)$ и $b = (1, 2, 3)$.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

В ходе реализации дисциплины Б.1.Б.11.01 «Линейная алгебра» рекомендуется применять следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- ✓ при проведении занятий лекционного типа: опрос.
- ✓ при проведении практических занятий: опрос, проверка выполнения домашнего задания.

4.1.1. Экзамен (зачет, контрольная работа) проводится с применением следующих методов (средств):

Контрольная работа по дисциплине «Линейная алгебра» выполняется в письменном виде по индивидуальным вариантам, построенным по типовым заданиям.

Умения и навыки обучающегося на экзамене оцениваются как «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» с возможностью последующего конвертирования в систему ECTS и БРС⁴. Итоговая оценка по дисциплине является суммой баллов результатов текущего контроля и промежуточных аттестаций.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация по дисциплине проводятся в соответствии с Регламентом о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры Института права и национальной безопасности. Текущий контроль успеваемости осуществляется преподавателем в ходе проведения занятий семинарского типа. Не реже одного раза в месяц с целью регулярного отслеживания результатов текущего контроля успеваемости в Институте организуются контрольные недели. Результаты текущего контроля успеваемости в рамках проведения контрольных недель фиксируются преподавателем в ведомости (в бумажном и электронном виде) с внесением записи «аттестован», «не аттестован» и доводятся до сведения обучающихся. Обучающимся, не аттестованным по результатам текущего контроля в срок, индивидуальные сроки прохождения текущего контроля устанавливаются преподавателем.

Тема 1. Элементы теории множеств.

Вопросы для опроса:

1. Понятия множества, способы задания и графического представления, операции над множествами.
2. Действительные числа и их основные свойства.
3. Метрическое пространство.

⁴ При условии, если балльно-рейтинговая система (БРС) внедрена в учебный процесс структурным подразделением/филиалом Академии

Вариант контрольной работы:

Начертить диаграмму Венна, иллюстрирующую построение следующих множеств:

Вариант 1. $X \cap Y'$

Вариант 2. $(X \cap Z) \cup Y'$

Вариант 3. $X \cup (Y \cap Z)$

Вариант 4. $(X \cup Y) \cap (X \cup Z)$

Вариант 5. $(X \cup Y)'$

Вариант 6. $X' \cap Y'$

Вариант 7. $(X \cup Y) \cup Z$

Вариант 8. $X \Delta Z$

Вариант 9. $(X \setminus Z) \cup (Y \setminus Z)$

Вариант 10. $(X \cap Y) \cup (X \cap Z)$

Литература:

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://bibli-online.ru/book/vysshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.bibli-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

Тема 2. Матрицы и определители.

Вопросы для опроса:

1. Основные сведения о матрицах.
2. Операции над матрицами.
3. Определители квадратных матриц.
4. Свойства определителей.
5. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Вариант контрольной работы:

Найти определитель произведения двух матриц $\det(A \cdot D)$ и $\det(A \cdot D^{-1})$.

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 2	$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}$	$D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$
Вариант 3	$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 5 & 7 & 4 \end{pmatrix}$
Вариант 4	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 8 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 5	$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$D = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 6	$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	$D = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 7	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$	$D = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
Вариант 8	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$	$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & -2 \\ 5 & 9 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 9	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$	$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
Вариант 10	$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$D = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

Литература:

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://bibli-online.ru/book/vyshshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и

др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

Тема 3. Системы линейных уравнений.

Вопросы для опроса:

1. Основные понятия и определения.
2. Система n линейных уравнений с n переменными.
3. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Метод Гаусса.
4. Система m линейных уравнений с n переменными.
5. Системы линейных однородных уравнений.

Вариант контрольной работы:

Найти ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 0 & -6 & 2 \\ -5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

Литература:

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://biblionline.ru/book/vyshshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.]— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblionline.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

Тема 4. Вектора на плоскости и в пространстве.

Вопросы для опроса:

1. Понятия n - мерного вектора и векторного пространства.
2. Скалярное и векторное произведение.
3. Размерность и базис векторного (линейного) пространства.
4. Переход к новому базису. Евклидово пространство.
5. Линейные операторы.
6. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
7. Квадратичные формы.

Вариант контрольной работы:

Решить систему уравнений методом Гаусса

Вариант 1

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 11 \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = -3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Вариант 7

Вариант 8

Вариант 9

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ -4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -12 \\ 4x_1 + 8x_3 = -48 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 4x_3 = -5 \\ 2x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 26 \\ -2x_1 + 9x_3 = 19 \end{cases}$$

Литература:

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://biblionline.ru/book/vyshshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.]— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblionline.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

Тема 5. Комплексные числа.

Вопросы для опроса:

1. Модели представления комплексных чисел.
2. Алгебраическая форма представления комплексных чисел.
3. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексных чисел.

Вариант контрольной работы:

Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двумерного линейного пространства в вектор y по следующему алгоритму:

Вариант 1.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем поворот на 90° по часовой стрелке.
Вариант 2.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$, а затем поворот на 90° против часовой стрелки.
Вариант 3.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.
Вариант 4.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$, а затем

	симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.
Вариант 5.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем поворот на 90° против часовой стрелки.
Вариант 6.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.
Вариант 7.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$.
Вариант 8.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.
Вариант 9.	Поворот по часовой стрелке на 90° , а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.
Вариант 10.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем поворот на 90° против часовой стрелки.

Литература:

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://biblionline.ru/book/vyshshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblionline.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

Тема 6. Элементы аналитической геометрии.

Вопросы для опроса:

1. Системы координат.
2. Простейшие задачи аналитической геометрии.
3. Алгебраические линии первого порядка.
4. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых и точек. Алгебраические линии второго порядка. Окружность и эллипс.
5. Гипербола и парабола. Плоскость и прямая в пространстве.

Вариант контрольной работы:

Даны вершины треугольника $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.

Составить: а) уравнения медианы и высоты треугольника ABC , проведенные из вершины A ;

б) уравнение биссектрисы внутреннего угла B .

	A	B	C
Вариант 1	(3,1)	(-13,-11)	(-6,-3)
Вариант 2	(26,-5)	(2,2)	(-2,-1)
Вариант 3	(-2,3)	(-18,-9)	(-11,15)
Вариант 4	(6,8)	(-1,-2)	(1,-7)
Вариант 5	(5,4)	(3,-9)	(-12,8)
Вариант 6	(14,-2)	(11,8)	(15,-6)
Вариант 7	(-21,4)	(4,10)	(-6,7)
Вариант 8	(-3,-4)	(8,-7)	(16,12)
Вариант 9	(22,8)	(4,14)	(-5,9)
Вариант 10	(-8,-7)	(6,16)	(-4,-14)

Литература:

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://biblionline.ru/book/vyshshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblionline.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

Критерии оценки при опросе:

- ✓ продемонстрирована способность оценивать, делать заключения с учетом внутренних условий или внешних критериев;
- ✓ продемонстрирован междисциплинарный подход к решению задачи, осуществлена интеграция знаний из разных научных областей;
- ✓ сформулированы критерии для оценки, создана система доказательств, убедительно аргументирующая выводы, положенные в основу решения задачи.

В зависимости от темы занятия 2 - 3 балла

Задание выполнено полностью

В зависимости от темы занятия 2 балла	Задание выполнено с незначительными погрешностями
В зависимости от темы занятия 1 балл	Обнаруживает знание и понимание большей части задания

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Формируемые компетенции

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-1	Способность применять математический инструментарий для решения экономических задач	ОПК-1.1	Формирование основных навыков, необходимых для количественного и качественного анализа и решения теоретических и прикладных задач в практической деятельности

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ОПК-1.1	Способен осуществлять количественный и качественный анализ для решения теоретических и прикладных задач в практической деятельности	Использует методы количественного и качественного анализа Решает прикладные задачи в практической деятельности с использованием необходимого математического инструментария

4.3.2 Типовые оценочные средства

Оценивание студентов при текущем контроле и промежуточной аттестации проводится с использованием балльно-рейтинговой системы по 100-балльной шкале. Текущий контроль оценивается в пределах 60 баллов. Он включает баллы по

посещаемости занятий и успеваемости на практических занятиях. Посещение студентом каждого занятия оценивается в 1 балл, но не более 16 баллов суммарно (16 занятий x 1 балл). Успеваемость студента каждого занятия оценивается в пределах 44 баллов. Итоговый контроль оценивается в пределах 40 баллов. В Институте установлена шкала перевода оценки из балльно-рейтинговой системы в бинарную систему для осуществления промежуточной аттестации в форме зачета: «не зачтено» - 0-50 баллов; «зачтено» - от 51 до 100 баллов, Passed (P) – 100-51 балл – «зачтено»; Not passed (NP) – 50 и менее баллов – «не зачтено». Минимальное количество баллов для выставления обучающемуся зачета составляет 51 балл.

Перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Понятие множества. Способы задания.
2. Подмножество. Мощност конечного множества.
3. Диаграмма Венна-Эйлера.
4. Операции над множествами.
5. Свойства множеств.
6. Действительные числа и их основные свойства
7. Метрическое пространство
8. Основные сведения о матрицах.
9. Операции над матрицами.
10. Определители квадратных матриц.
11. Свойства определителей.
12. Обратная матрица.
13. Ранг матрицы.
14. Система n линейных уравнений с n переменными.
15. Метод обратной матрицы и формулы Крамера.
16. Метод Гаусса.
17. Системы линейных однородных уравнений.
18. Понятия n -мерного вектора и векторного пространства.
19. Скалярное и векторное произведение.
20. Размерность и базис векторного пространства.
21. Переход к новому базису.
22. Евклидово пространство.
23. Линейные операторы.
24. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
25. Квадратичные формы.
26. Модели представления комплексных чисел.
27. Алгебраическая форма представления комплексных чисел.
28. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексных чисел.
29. Системы координат.

30. Простейшие задачи аналитической геометрии.
31. Уравнение линии на плоскости.
32. Уравнение прямой.
33. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
34. Расстояние от точки до прямой.
35. Окружность и эллипс.
36. Гипербола и парабола.
37. Полярные координаты.
38. Плоскость и прямая в пространстве.

**Примеры тестовых заданий по дисциплине «Линейная алгебра»
для подготовки к комплексному экзамену**

Задание	Поставьте любой знак в квадрате против правильного ответа
1. Какой операции над множествами соответствует формальное определение: $\{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$?	1) $A \cap B$ <input type="checkbox"/> 2) $\overline{A \setminus B}$ <input type="checkbox"/> 3) $A \cup B$ <input type="checkbox"/> 4) \overline{A} <input type="checkbox"/>
2. Вычислить сумму элементов первого столбца матрицы $C = 2A - 3B$, если $A = \begin{pmatrix} -3 & 9 & -78 \\ 5 & 12 & -45 \\ -4 & 7 & 6 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 11 & 5 & -4 \\ -1 & 4 & 5 \\ 0 & 7 & 34 \end{pmatrix}$	1) -33 <input type="checkbox"/> 2) -34 <input type="checkbox"/> 3) -35 <input type="checkbox"/> 4) -36 <input type="checkbox"/>
3. Если все элементы определителя второго порядка умножить на 5, то новый определитель будет больше исходного...	1) в 25 раз <input type="checkbox"/> 2) на 20 <input type="checkbox"/> 3) в 5 раз <input type="checkbox"/> 4) на 5 <input type="checkbox"/>
4. Найти алгебраическое дополнение A_{23} определителя $\begin{vmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 6 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix}$	1) -3 <input type="checkbox"/> 2) -5 <input type="checkbox"/> 3) -6 <input type="checkbox"/> 4) -7 <input type="checkbox"/>
5. Чему равен ранг матрицы? $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	1) 1 <input type="checkbox"/> 2) 2 <input type="checkbox"/> 3) 3 <input type="checkbox"/> 4) 4 <input type="checkbox"/>

<p>6. Система линейных уравнений</p> $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 = 1 \end{cases}$ <p>решается по правилу Крамера. Установить соответствие между определителями системы и их значениями: А) Δ; Б) Δ_1; В) Δ_2. а) -3; б) 2; в) 16; г) 3</p>	<p>1) А–а; Б–в; В–б <input type="checkbox"/></p> <p>2) А–в; Б–б; В–г <input type="checkbox"/></p> <p>3) А–г; Б–а; В–б <input type="checkbox"/></p> <p>4) А–г; Б–в; В–а <input type="checkbox"/></p> <p>5) А–в; Б–а; В–г <input type="checkbox"/></p>
<p>7. Сколько решений имеет система уравнений</p> $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$	<p>1) Ни одного <input type="checkbox"/></p> <p>2) Одно <input type="checkbox"/></p> <p>3) Три <input type="checkbox"/></p> <p>4) Бесконечное множество <input type="checkbox"/></p>
<p>8. Если $\vec{a} = -6\vec{i} - 8\vec{j} + 24\vec{k}$, то $\vec{a} = \dots$</p>	<p>1) 13 <input type="checkbox"/> 2) 15 <input type="checkbox"/></p> <p>3) 23 <input type="checkbox"/> 4) 26 <input type="checkbox"/></p> <p>5) $\sqrt{46}$ <input type="checkbox"/></p>
<p>9. Даны векторы $a = (-2, 5)$; $b = (2, -10)$; $c = (-4, 10)$. Какие пары векторов образуют базис пространства R^2?</p>	<p>1) Только $(a$ и $c)$ <input type="checkbox"/></p> <p>2) Только $(a$ и $b)$ и $(a$ и $c)$ <input type="checkbox"/></p> <p>3) Только $(b$ и $c)$ <input type="checkbox"/></p> <p>4) Только $(a$ и $b)$ и $(b$ и $c)$ <input type="checkbox"/></p> <p>5) Никакие <input type="checkbox"/></p>
<p>10. Вектор $x = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ является собственным вектором матрицы A, соответствующим собственному значению $\lambda = 2$. Тогда произведение Ax равно...</p>	<p>1) $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ <input type="checkbox"/> 2) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ <input type="checkbox"/></p> <p>3) $\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$ <input type="checkbox"/> 4) $\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$ <input type="checkbox"/></p>
<p>11. Квадратичная форма $\lambda x_1^2 + 2\lambda x_1 x_2 + 4x_2^2$ является положительно определенной при λ, равном...</p>	<p>1) 1 <input type="checkbox"/> 2) -1 <input type="checkbox"/></p> <p>3) 5 <input type="checkbox"/> 4) -5 <input type="checkbox"/></p>
<p>12. Комплексное число $(1 - i)^2$ равно...</p>	<p>1) $2i$ <input type="checkbox"/> 2) $1 + i$ <input type="checkbox"/></p> <p>3) $2 - 2i$ <input type="checkbox"/> 4) 2 <input type="checkbox"/></p> <p>5) $-2i$ <input type="checkbox"/></p>
<p>13. Даны три прямые: а) $5 - 2x + 4y = 0$; б) $7 - 2y - 4x = 0$; в) $-4x + 2y - 4 = 0$. Перпендикулярными являются...</p>	<p>1) а) и в) <input type="checkbox"/></p> <p>2) перпендикулярных нет <input type="checkbox"/></p> <p>3) б) и в) <input type="checkbox"/></p> <p>4) а) и б) <input type="checkbox"/></p>

<p>74% – 60% (удовлетворительно)</p>	<p>Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на минимальном уровне. Наличие минимально допустимого уровня в усвоении учебного материала, в т.ч. в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы не в полной мере.</p>
<p>менее 60% (неудовлетворительно)</p>	<p>Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, не сформированы. Недостаточный уровень усвоения понятийного аппарата и наличие фрагментарных знаний по дисциплине. Отсутствие минимально допустимого уровня в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности не сформированы.</p>

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого на изучение дисциплины (модуля)

Структура времени, необходимого на изучение дисциплины

Форма изучения дисциплины	Время, затрачиваемое на изучение дисциплины, %
Изучение литературы, рекомендованной в учебной программе	40
Решение задач, практических упражнений и ситуационных примеров	40
Изучение тем, выносимых на самостоятельное рассмотрение	20
Итого	100

Рекомендации по подготовке к практическому (семинарскому) занятию

Практическое (семинарское) занятие – одна из основных форм организации учебного процесса, представляющая собой коллективное обсуждение студентами теоретических и практических вопросов, решение практических задач под руководством преподавателя. Основной целью практического (семинарского) занятия является проверка глубины понимания студентом изучаемой темы, учебного материала и умения изложить его содержание ясным и четким языком, развитие самостоятельного мышления и творческой активности у студента. На практических (семинарских) занятиях предполагается рассматривать наиболее важные, существенные, сложные вопросы которые, наиболее трудно усваиваются студентами. При этом готовиться к практическому (семинарскому) занятию всегда нужно заранее. Подготовка к практическому (семинарскому) занятию включает в себя следующее:

- обязательное ознакомление с планом занятия, в котором содержатся основные вопросы, выносимые на обсуждение;
- изучение конспектов лекций, соответствующих разделов учебника, учебного пособия, содержания рекомендованных нормативных правовых актов;
- работа с основными терминами (рекомендуется их выучить);
- изучение дополнительной литературы по теме занятия, делая при этом необходимые выписки, которые понадобятся при обсуждении на семинаре;
- формулирование своего мнения по каждому вопросу и аргументированное его обоснование;
- запись возникших во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературы вопросов, чтобы затем на семинаре получить на них ответы;
- обращение за консультацией к преподавателю.

Практические (семинарские) занятия включают в себя и специально подготовленные рефераты, выступления по какой-либо сложной или особо актуальной

проблеме, решение задач. На практическом (семинарском) занятии студент проявляет свое знание предмета, корректирует информацию, полученную в процессе лекционных и внеаудиторных занятий, формирует определенный образ в глазах преподавателя, получает навыки устной речи и культуры дискуссии, навыки практического решения задач.

Рекомендации по изучению методических материалов

Методические материалы по дисциплине позволяют студенту оптимальным образом организовать процесс изучения данной дисциплины. Методические материалы по дисциплине призваны помочь студенту понять специфику изучаемого материала, а в конечном итоге – максимально полно и качественно его освоить. В первую очередь студент должен осознать предназначение методических материалов: структуру, цели и задачи. Для этого он знакомится с преамбулой, оглавлением методических материалов, говоря иначе, осуществляет первичное знакомство с ним. В разделе, посвященном методическим рекомендациям по изучению дисциплины, приводятся советы по планированию и организации необходимого для изучения дисциплины времени, описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»), рекомендации по работе с литературой, советы по подготовке к экзамену и разъяснения по поводу работы с тестовой системой курса и над домашними заданиями. В целом данные методические рекомендации способны облегчить изучение студентами дисциплины и помочь успешно сдать экзамен. В разделе, содержащем учебно-методические материалы дисциплины, содержание практических занятий по дисциплине, словарь основных терминов дисциплины.

Рекомендации по самостоятельной работе студентов

Неотъемлемым элементом учебного процесса является самостоятельная работа студента. При самостоятельной работе достигается конкретное усвоение учебного материала, развиваются теоретические способности, столь важные для современной подготовки специалистов. Формы самостоятельной работы студентов по дисциплине: написание конспектов, подготовка ответов к вопросам, написание рефератов, решение задач, исследовательская работа, выполнение контрольной работы.

Задания для самостоятельной работы включают в себя комплекс аналитических заданий выполнение, которых, предполагает тщательное изучение научной и учебной литературы, периодических изданий, а также законодательных и нормативных документов предлагаемых в п.6.4 «Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине». Задания предоставляются на проверку в печатном виде.

Рекомендации по работе с литературой

При изучении курса учебной дисциплины особое внимание следует обратить на рекомендуемую основную и дополнительную литературу.

Важным элементом подготовки к семинару является глубокое изучение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по теме занятия, а также первоисточников. При этом полезно прочитанную литературу законспектировать. Конспект должен отвечать трем требованиям: быть содержательным, по возможности кратким и правильно оформленным.

Содержательным его следует считать в том случае, если он передает все основные мысли авторов в целостном виде. Изложить текст кратко – это значит передать содержание книги, статьи в значительной мере своими словами. При этом следует придерживаться правила - записывать мысль автора работы лишь после того, как она хорошо понята. В таком случае поставленная цель будет достигнута. Цитировать авторов изучаемых работ (с обязательной ссылкой на источник) следует в тех случаях, если надо записывать очень важное определение или положение, обобщающий вывод.

Важно и внешнее оформление конспекта. В его начале надо указать тему семинара, дату написания, названия литературных источников, которые будут законспектированы. Глубокая самостоятельная работа над ними обеспечит успешное усвоение изучаемой дисциплины.

Одним из важнейших средств серьезного овладения теорией является **конспектирование первоисточников.**

Для составления конспекта рекомендуется сначала прочитать работу целиком, чтобы уяснить ее общий смысл и содержание. При этом можно сделать пометки о ее структуре, об основных положениях, выводах, надо стараться отличать в тексте основное от второстепенного, выводы от аргументов и доказательств. Если есть непонятные слова, надо в энциклопедическом словаре найти, что это слово обозначает. Закончив чтение (параграфа, главы, статьи) надо задать себе вопросы такого рода: В чем главная мысль? Каковы основные звенья доказательства ее? Что вытекает из утверждений автора? Как это согласуется с тем, что уже знаете о прочитанном из других источников?

Ясность и отчетливость восприятия текста зависит от многого: от сосредоточенности студента, от техники чтения, от настойчивости, от яркости воображения, от техники фиксирования прочитанного, наконец, от эрудиции – общей и в конкретно рассматриваемой проблеме.

Результатом первоначального чтения должен быть простой **план текста и четкое представление о неясных местах**, отмеченных в книге. После предварительного ознакомления, при повторном чтении следует **выделить основные мысли автора** и их развитие в произведении, обратить внимание на обоснование отдельных положений, на методы и формы доказательства, наиболее яркие примеры. В ходе этой работы окончательно отбирается материал для записи и определяется ее вид: **план, тезисы, конспект.**

План это краткий, последовательный перечень основных мыслей автора. Запись прочитанного в виде тезисов – это выявление и запись опорных мыслей текста. Разница между планом и тезисами заключается в следующем: в плане мысль называется (ставь всегда вопрос: о чем говорится?), в тезисах – формулируется – (что именно об этом говорится?). Запись опорных мыслей текста важна, но полного представления о прочитанном на основании подобной записи не составишь. Важно осмыслить, как автор доказывает свою мысль, как убеждает в истинности своих выводов. Так возникает конспект. Форма записи, как мы уже отметили, усложняется в зависимости от целей работы: план – о чем?; тезисы – о чем? что именно?; конспект – о чем? что именно? как?

Конспект – это краткое последовательное изложение содержания. Основу его составляет план, тезисы и выписки. Недостатки конспектирования: многословие, цитирование не основных, а связующих мыслей, стремление сохранить стилистическую связанность текста в ущерб его логической стройности. Приступать к конспектированию

необходимо тогда, когда сложились навыки составления записи в виде развернутого подробного плана.

Форма записи при конспектировании требует особого внимания: важно, чтобы собственные утверждения, размышления над прочитанным, четко отделялись при записи. Разумнее выносить свои пометки на широкие поля, записывать на них дополнительные справочные данные, помогающие усвоению текста (дата события, упомянутого авторами; сведения о лице, названном в книге; точное содержание термина). Если конспектируется текст внушительного объема, необходимо указывать страницы книги, которые охватывает та или иная часть конспекта.

Для удобства пользования своими записями важно озаглавить крупные части конспекта, подчеркивая *заголовки*. Следует помнить о назначении красной строки, стремиться к четкой графике записей – уступами, колонками. Излагать главные мысли автора и их систему аргументов необходимо преимущественно своими словами, перерабатывая таким образом информацию, – так проходит уяснение ее сути. Мысль, фразы, понятия в контексте, могут приобрести более пространное изложение в записи. Но текст оригинала свертывается, и студент, отрабатывая логическое мышление, учится выделять главное и обобщать однотипные суждения, однородные факты. Кроме того, делая записи своими словами, обобщая, студент учится письменной речи.

Знание общей стратегии чтения, техники составления плана и тезисов определяет и технологию конспектирования:

- внимательно читать текст, попутно отмечая непонятные места, незнакомые термины и понятия. *Выписать на поля* значение отмеченных понятий.
- при первом чтении текста необходимо составить его *простой план*, последовательный перечень основных мыслей автора.
- при повторном чтении текста выделять *систему доказательств* основных положений работы автора.
- заключительный этап работы с текстом состоит в осмыслении ранее отмеченных мест и их краткой последовательной записи.
- при конспектировании нужно стремиться *выразить мысль автора своими словами*, это помогает более глубокому усвоению текста.
- в рамках работы над первоисточником важен умелый *отбор цитат*. Необходимо учитывать, насколько ярко, оригинально, сжато изложена мысль. Цитировать необходимо те суждения, на которые впоследствии возможна ссылка как на авторитетное изложение мнения, вывода по тому или иному вопросу.

Конспектировать целесообразно не на отдельном листе, а в общей тетради на одной странице листа. Обратная сторона листа может быть использована для дополнений, необходимость которых выяснится в дальнейшем. При конспектировании литературы следует оставить широкие поля, чтобы записать на них план конспекта. Поля могут быть использованы также для записи своих замечаний, дополнений, вопросов. При выступлении на семинаре студент может пользоваться своим конспектом для цитирования первоисточника. Все обучающиеся внимательно слушают выступления одногруппников, отмечают спорные или ошибочные положения в них, вносят поправки, представляют свои решения и обоснования обсуждаемых проблем.

В конце семинара, когда преподаватель подводит итоги занятия, студенты с учетом рекомендаций преподавателя и выступлений сокурсников дополняют или исправляют свои конспекты.

6. Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература.

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://biblionline.ru/book/vysshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>
2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»
3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»
4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — www.biblionline.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186.

6.2. Дополнительная литература.

1. Высшая математика для экономического бакалавриата: Учебник и практикум / Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. 4-е изд. – М.: «Юрайт», 2016. – 909 с.
2. Красс М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с.
3. Ахтямов М.А. Математика для социологов и экономистов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

1. Солодовников, А.С. Бабайцев В.А., Браилов А.В. Математика в экономике. Ч.1. Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование. [Электронный ресурс]: Учебники. – М. – 384 с. – Финансы и статистика, 2011. Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/5363>.
2. Солодовников, А.С. Бабайцев В.А. Браилов А.В. Математика в экономике. Ч.2. Математический анализ. [Электронный ресурс]: Учебники. – М. – 560 с. – Финансы и статистика, 2011. Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/5364>.

6.4. Нормативные правовые документы.

6.5. Интернет-ресурсы.

6.6. Иные источники.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- лекционные аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном;
- помещения для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью;

Дисциплина должна быть поддержана соответствующими лицензионными программными продуктами.

Программные средства обеспечения учебного процесса должны включать:

- программы презентационной графики;
- текстовые и табличные редакторы.

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся включают следующую оснащенность: столы аудиторные, стулья, доски аудиторные, компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет.

Для изучения учебной дисциплины используются автоматизированная библиотечная информационная система и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», «Электронно-библиотечная система IPRbooks», «Научная электронная библиотека eLIBRARY» и др.

Материально-техническое обеспечение дисциплины для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов включает в себя следующее:

- учебные аудитории оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения для обучающихся с различными видами ограничений здоровья;
- учебная аудитория, в которой обучаются студенты с нарушением слуха, оборудована компьютерной техникой, аудиотехникой (акустический усилитель и колонки), видеотехникой (мультимедийный проектор), мультимедийной системой. Для обучения лиц с нарушениями слуха используются мультимедийные средства и другие технические средств для приема-передачи учебной информации в доступных формах;
- для слабовидящих обучающихся в лекционных и учебных аудиториях предусмотрен просмотр удаленных объектов (например, текста на доске или слайда на экране) при помощи видеоувеличителей для удаленного просмотра;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата в лекционных и учебных аудиториях предусмотрены специально оборудованные рабочие места;
- для контактной и самостоятельной работы используется мультимедийные комплексы, электронные учебники и учебные пособия, адаптированные к ограничениям здоровья обучающихся.

Обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды, в отличие от остальных, имеют свои специфические особенности восприятия, переработки материала, выполнения промежуточных и итоговых форм контроля знаний. Они обеспечены печатными и электронными образовательными ресурсами (программы, учебники, учебные пособия, материалы для самостоятельной работы и т. д.) в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха, с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.