

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС  
Экономический факультет  
(наименование структурного подразделения (института/факультета/филиала))

Кафедра информационных систем и математического моделирования  
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНА  
решением кафедры информационных систем  
и математического моделирования

Протокол от «02» сентября 2019 г. №1

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б.1.Б.11.02 Математический анализ**

(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

38.05.01 Экономическая безопасность (уровень специалитета)

(код и наименование направления подготовки (специальности))

Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности

Экономист  
(квалификация)

Очная, заочная  
(форма(ы) обучения)

Год набора – 2020

Волгоград 2019 г.

**Автор(ы)–составитель(и):**

Доцент кафедры информационных систем и математического моделирования, канд. пед. наук Ключева И.А.

Заведующий кафедрой информационных систем и математического моделирования, канд. технических наук, доцент Астафурова О.А.

Рабочая программа дисциплины составлена на основе типовой рабочей программы дисциплины Б.1.Б.11.02 Математический анализ\_\_для специальности 38.05.01 Экономическая безопасность, авторами–составителями которой являются:

Доцент кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин к.т.н., доцент Резниченко А. В.

Доцент кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин к.э.н. доцент Жук И. А.

Заведующий кафедрой социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин к.т.н., доцент Выжигин А.Ю.

Заведующий кафедрой экономической безопасности, д.э.н., профессор Ломакин А.Л.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....	4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО .....	6
3. Содержание и структура дисциплины .....	7
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине .....	22
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	34
6. Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	39
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы .....	40

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

1.1. Дисциплина Б.1.Б.11.02 «Математический анализ» обеспечивает овладение следующими компетенциями с учетом этапов (компонентов)<sup>1</sup>:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-1	Способность применять математический инструментарий для решения экономических задач	ОПК – 1.2	Способность применять знания основ математического аппарата и инструментальных средств для проведения финансово-экономических расчетов
ОПК-2	Способность использовать закономерности и методы экономической науки при решении профессиональных задач	ОПК-2.4	Способность применять математический инструментарий в экономических методах

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ/ профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Научно-методологическая деятельность в статистике/ деятельность по разработке и совершенствованию прикладных статистических методологий (Проф. стандарт «Статистик», утв. Приказом Минтруда России от 08.09.2015 N 605н)	ОПК – 1.2	<b>на уровне знаний:</b> - основы математического анализа, необходимые для анализа и оценки информации при решении типовых математических задач и формулирования выводов; - знать закономерности и методы экономической науки, задачи и цели профессиональной деятельности;
		<b>на уровне умений:</b> - применять аппарат математического анализа для решения типовых математических задач и формулировать выводы; - понимать экономическую специфику профессиональной

<sup>1</sup> Код и наименование этапа (компонента) освоения компетенции разработчик ООП ВО определяет самостоятельно

		<p>деятельности и верно подбирать математические методы решения профессиональных задач;</p>
		<p><b>на уровне навыков:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыки применения аппарата математического анализа для решения типовых математических задач;</li> <li>- использовать математические методы и закономерности экономической науки для подготовки и обоснования решений в профессиональной деятельности;</li> </ul>
<p>«Консультирование клиентов по составлению финансового плана и формированию целевого инвестиционного портфеля» профессионального стандарта «Финансовое консультирование» (Утвержден Приказом Минтруда от «19» марта 2015 г. №167н)</p>	<p>ОПК-2.4</p>	<p>Использует математический аппарат для решения поставленных задач</p>

## 2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре ОП ВО

Трудоемкость дисциплины Б.1.Б.11.02 «Математический анализ» составляет 3 з.е. (108 а.ч.).

Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

По очной форме:

лекции – 16 а.ч.;

практические занятия – 32 а.ч.;

самостоятельная работа – 60 а.ч.

По заочной форме:

лекции – 4 а.ч.;

практические занятия – 6 а.ч.;

самостоятельная работа – 98 а.ч.

Дисциплина «Математический анализ» (Б.1.Б.11.02) изучается на I курсе – 2 семестр.

Дисциплина базируется на знаниях, полученных студентами в процессе освоения школьной программы по предмету «Математика» и дисциплины «Линейная алгебра».

Дисциплина «Математический анализ» имеет логическую и содержательно-методическую взаимосвязь с последующими дисциплинами: «Теория вероятностей», «Экономико-математические модели и методы», «Математическая статистика», «Эконометрика».

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом: контрольная работа – 2 семестр.

### 3. Содержание и структура дисциплины

Таблица 1.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.						Форма текущего контроля успеваемости <sup>2</sup> промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л/ЭО, ДОТ <sup>3</sup>	ЛР	ПЗ/Э, ДОТ	КСР		
<b>Очная форма обучения</b>								
<b>Математический анализ</b>								
Тема 1	Функции одной переменной	14	2		4		8	О, КР
Тема 2	Дифференциальное исчисление	22	4		8		10	О, КР
Тема 3	Интегральное исчисление	22	4		8		10	О, КР
Тема 4	Ряды	14	2		4		8	О, КР
Тема 5	Функции нескольких переменных	14	2		4		8	О, КР
Тема 6	Дифференциальные уравнения.	22	2		4		16	О, КР
<b>Всего:</b>		<b>108</b>	<b>16</b>		<b>32</b>		<b>60</b>	<b>КР</b>
<b>Заочная форма обучения</b>								
<b>Математический анализ</b>								
Тема 1	Функции одной переменной	11	–		1		10	О, КР
Тема 2	Дифференциальное исчисление	20	1		1		18	О, КР
Тема 3	Интегральное исчисление	20	1		1/0, 5*		18	О, КР
Тема 4	Ряды	19,5	0,5		1/0, 5*		18	О, КР
Тема 5	Функции нескольких переменных	17,5	0,5		1/0, 5*		16	О, КР
Тема 6	Дифференциальные уравнения.	20	1		1/0, 5*		18	О, КР

<sup>2</sup> **Примечание:** формы текущего контроля успеваемости: тестирование (Т), практическое задание (ПЗ). Текущий контроль проводится с применением ДОТ.

<sup>3</sup> ДОТ - дистанционные образовательные технологии.

**Примечание:** лекции и практические занятия, отмеченные звездочкой, проводятся с применением ДОТ. Остальные занятия проводятся в очной форме.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.				СР	Форма текущего контроля успеваемости?  промежуточ ой аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				
			Л/ЭО, ДОТ <sup>3</sup>	ЛР	ПЗ/ Э, ДО Т		
<b>Очная форма обучения</b>							
<b>Математический анализ</b>							
<b>Всего:</b>		<b>108</b>	<b>4</b>		<b>6/4*</b>	<b>98</b>	<b>КР</b>

\* Формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), контрольная работа (КР) и др.

Доступ к ДОТ осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://moodle.vlgr-ganepa.ru/>. Пароль и логин к личному кабинету / профилю / учетной записи предоставляется обучающемуся в деканате.

Все формы текущего контроля, проводимые в системе дистанционного обучения, оцениваются в системе дистанционного обучения (далее - СДО).

### 3.1 Содержание дисциплины

#### Тема 1. Функции одной переменной.

Понятие функции. Основные свойства функций и их классификация. Элементарные функции. Преобразование графиков. Понятие числовой последовательности. Предел функции и числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Непрерывность функции.

#### Тема 2. Дифференциальное исчисление.

Понятие производной функции. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные неявной и параметрически заданной функции. Понятие производных высших порядков. Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Понятие о дифференциалах высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функций. Характерные точки функций и характерные линии их графиков (экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке и интервале, выпуклость функции, точки перегиба, асимптоты графика функции). Общая схема исследования функций и построения их графиков.

#### Тема 3. Интегральное исчисление.

Понятия первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Методы интегрирования (метод замены переменной, метод интегрирования по частям, интегрирование простейших рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональностей, интегрирование тригонометрических функций). Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления

определенного интеграла (замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле). Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

#### **Тема 4. Ряды.**

Понятие числового ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда. Ряды Маклорена и Тейлора.

#### **Тема 5. Функции нескольких переменных.**

Понятия функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные и полный дифференциал функции. Производная по направлению, градиент функции. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Понятие двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Геометрическая интерпретация двойного интеграла.

#### **Тема 6. Дифференциальные уравнения.**

Основные понятия. Общее и частные решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши (условие существования и единственности решения). Неполные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

### **Задания практических занятий**

#### ***Математический анализ***

#### **Тема 1. Функции одной переменной**

##### **Занятие 1**

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Определить области существования и области значений следующих функций:

$$\text{а) } y = \sqrt{3x - x^3}; \quad \text{б) } y = \log(x^2 - 4); \quad \text{в) } y = \sin(\sqrt{x})$$

$$\text{на дом } \text{г) } y = \sqrt{2 + x - x^2}; \quad \text{д) } y = \log_2 \log_4 x; \quad \text{е) } y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}.$$

3. Построить график функции  $y = ax + b$ , где  $a, b \in \mathbb{R}$ .

4. Построить графики функций:

а)  $y = -x^2$ ; б)  $y = -2(x+3)^2 + 1$ ; в)  $y = \frac{3}{x}$ ; г)  $y = \frac{3}{x-1} - 2$ ; д)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(2x)$ ; е)  $y = \sin 2x$ ;

*на дом*

ж)  $y = -2(x+3)^2$ ; з)  $y = -2x^2 + 5x - 2$ ; и)  $y = -\frac{3}{x}$ ; к)  $y = \frac{4x-3}{x-1}$ ; л)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(-2x)$ ;

м)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(3-2x)^2$ ; н)  $y = -3\sin 2x$ .

5. Найти:

а)  $f[f(x)]$ , если  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ; б)  $f(x)$ , если  $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2$ ;

*на дом*  $f(x)$ , если  $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$ .

6. Найти:

а)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{3x+5}{x-5}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x+5}{x-5}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{(x-1)^2}$ ; *на дом*

г)  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{2x-7}{x-8}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$ .

## Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Вычислить пределы

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ .

3. Найти пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2}{4x^5 + x + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^x + 3^x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + \sin x}{x - \cos x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2} \right)$ ;

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}$ ; ж)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^3 - 1}{3x^2 - 2x^4 + x}$ ;

*на дом*

з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x^3 - 15}{x^2 - 16}$ ; и)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - 3^x}{2^x + 3^x}$ ; к)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x + 3^{x+1}}{4^{x+1} + 3^x}$ ; л)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2 - 9} \right)$ ;

м)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x-3} - \sqrt{x+2})$ .

4. Найти пределы:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 8x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^6}{\sin^5 x}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} 3x \cdot \operatorname{ctg} 2x; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x+1}\right)^x;$$

*на дом*

$$\text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3 4x}{10x^3}; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{4x^2}; \quad \text{и) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2+1}{2x+5}\right)^{7x}; \quad \text{к) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+3x}{1+x}\right)^{\frac{5}{x}}.$$

## Тема 2. Дифференциальное исчисление

### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = 5^{x^3} \ln^2 x; \quad \text{б) } y = \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\cos 2x}}; \quad \text{в) } y = x^3 \log_2 x; \quad \text{г) } y = \frac{x + e^{3x}}{x - e^{3x}}; \quad \text{д) } y = 3x \ln(1 - x^2);$$

*на дом*

$$\text{е) } y = \sqrt[4]{1 + e^{4x}} + \sqrt{5}; \quad \text{ж) } y = \frac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{1 + x^2}}; \quad \text{з) } y = e^x \sqrt{1 - e^{2x}} + \arcsin e^x.$$

3. Найти производные функций и вычислить их значения при  $x = x_0$ :

$$\text{а) } y = \sqrt{1 + \ln^2 x}; \quad x_0 = 1; \quad \text{б) } y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 12}); \quad x_0 = 2 \quad \text{на дом} \quad \text{в) } y = \sin x \cdot e^{\cos x}; \quad x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

4. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2$  в заданной точке  $M(-2, 12)$ .

### Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти первую и вторую производные функций:

$$y = \ln(\operatorname{tg} x^2) \quad \text{на дом} \quad y = 5^x + \sqrt{(x - \ln x)}.$$

3. Найти производные  $x'_y$  обратных функций:

$$y = x + \cos x \quad \text{на дом} \quad y = 2x + x^3.$$

4. Найти производные  $y'_x$  от неявных функций:

$$2x + y - 4 = 0 \quad \text{на дом} \quad x \ln y + y \ln x = 0.$$

5. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t^3. \end{cases} \text{ на дом } \begin{cases} x = \frac{1}{t+1}, \\ y = \frac{t}{t+1}. \end{cases}$$

6. Найти дифференциалы первого порядка функций:

$$y = \frac{1}{12} \ln \frac{x-6}{x+6}; \text{ на дом } y = \arcsin x^2.$$

7. Найти дифференциалы второго порядка функций:

$$y = 4x^5 - 7x^2 + 3 \text{ на дом } y = 4^{-x^2}.$$

8. Найти производные  $n$ -го порядка функций:

$$y = xe^x \text{ на дом } y = 5^x.$$

### Занятие 3

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти дифференциалы второго порядка функций:

$$\text{а) } y = \cos 2x \text{ на дом } \text{б) } y = x^3 - 3x^2 + 3x; \text{ в) } y = x \sin x.$$

3. Решить задачи:

а) Составить уравнение касательной и нормали к кривой  $y = 8 / (4 + x^2)$  в точке  $x = 2$  и в точке пересечения с осью **Oy**.

б) Составить уравнения касательных к кривой  $y = x^3 + 2x + 1$ , перпендикулярных прямой  $5y + x - 4 = 0$ .

**на дом**

в) Составить уравнения касательных к кривой  $y = (2x - 7) / (x - 3)$ , параллельных прямой  $4x - y - 2 = 0$ , перпендикулярных прямой  $2x + 2y - 5 = 0$ .

4. Исследовать функции и построить их графики

$$\text{а) } y = \frac{x^2}{x^2 - 1}; \text{ б) } y = x + \frac{1}{x} \text{ на дом } \text{а) } y = \frac{3\sqrt{x}}{3x+1}; \text{ б) } y = x^{2/3}(1-3x).$$

### Занятие 4

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Исследовать функции и построить их графики:

$$\text{а) } y = 2xe^{-x/2}; \quad \text{б) } y = \frac{x^2}{4} - 2x^4; \quad \text{на дом } y = x^2 + 2\sqrt{-x}.$$

3. Решить задачи:

а) Тело движется прямолинейно по закону  $s(t) = (4t + 3) / (t + 4)$ , где  $s$  измеряется в метрах, а  $t$  — в секундах. Найти скорость и ускорение тела в момент  $t = 6$ .

Тело движется прямолинейно по закону  $s(t)$ . Определить скорость и ускорение тела в

указанный момент времени  $t_0$ :  $s(t) = t^3 - 2t^2 - t$ ; *на дом*  $s(t) = (2t + 1) / (t + 3)$ ;  $t_0 = 7$ .

*на дом*

в) Тело, брошенное вертикально вверх, движется по закону  $h(t) = 9t - 2t^2$ .  
Найти начальную скорость и ускорение тела ( $t_0 = 0$ ) и максимальную высоту подъема, при которой скорость  $v(t) = 0$ .

4\*. Решить задачи с экономическим содержанием:

Объем продукции  $u$  (ед.), произведенный бригадой рабочих, может быть описан уравнением

$$u(t) = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50 \text{ (ед.)}, \quad 1 \leq t \leq 8, \quad \text{где } t \text{ — рабочее время, часы.}$$

Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения через час после начала работы и за час до ее окончания.

*на дом*

Объем производства зимней обуви  $u$  (ед.), выпускаемой некоторой фирмой, может быть описан уравнением

$$u(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{7}{2}t^2 + 6t + 2100 \text{ (ед.)}, \quad \text{где } t \text{ — календарный месяц года.}$$

Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения в начале года ( $t = 0$ ) и в конце года ( $t = 12$ ).

### Тема 3. Интегральное исчисление

#### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

$$\text{а) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}; \quad \text{б) } \int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \int e^x 5^{4x} dx.$$

3. Решить задачи:

$$\text{а) } \int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \int \frac{(2\sqrt[3]{x} + 1)^2}{\sqrt{x}} dx; \quad \text{г) } \int \frac{x^3 - x + 2}{x^2 - 1} dx.$$

4. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

$$\text{а) } \int \frac{2x}{1+x^4} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\ln^2 x}{x} dx; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx.$$

5. Решить задачи:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{9x^2 + 6x + 5}; \quad \text{б) } \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad x = \sin t;$$

*на дом*

$$\text{в) } \int \frac{dx}{\frac{1}{x^2}}, \quad t = -\frac{1}{x}; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{e^x + 1}, \quad t = 1 + e^{-x}.$$

## Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной:

$$\text{а) } \int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + 1}}; \quad \text{б) } \int \frac{x^2 dx}{x^2 + 3}; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \int \frac{x + 2x^3}{\sqrt{x^2 + 9}} dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{\cos 2x}.$$

3. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям:

$$\text{а) } \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx; \quad \text{б) } \int x e^{5x} dx; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \int \sqrt{2-x^2} dx; \quad \text{г) } \int x \ln \frac{1-x}{1+x} dx.$$

4. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей:

$$\text{а) } \int \frac{x^2 dx}{(x-1)^2(x+1)}; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{(x-1)(x^2-x+1)};$$

*на дом*

$$\text{в) } \int \frac{dx}{(x^2-1)(x+2)}; \quad \text{г) } \int \frac{x^2-x}{x^2-6x+10} dx.$$

## Занятие 3

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \ln(1-x) dx; \quad \text{б) } \int x \cdot \sin 3x dx; \quad \text{в) } \int \frac{dx}{x^4 + x^2};$$

*на дом*

$$\text{г) } \int \ln(1+x^2) dx; \quad \text{д) } \int \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx; \quad \text{е) } \int \frac{dx}{x^4 - 1}.$$

3. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_e^{e^2} \frac{2 \ln x + 1}{x} dx; \quad \text{б) } \int_1^e x \ln x dx; \quad \text{в) } \int_1^3 \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 5x + 1}};$$

*на дом*

$$\text{г) } \int_{-1}^1 x^2 e^{-x} dx; \quad \text{д) } \int_{-\pi}^{\pi} x \sin x \cos x dx.$$

4. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми:

$$y = -x^2 + 3, \quad y = 0 \quad \text{на дом} \quad y = -x^2 + 4x, \quad y = 2x.$$

#### Занятие 4

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми:

$$y = x^2 - 2x, \quad y = 4x - x^2 \quad \text{на дом} \quad y = x^2, \quad y = \sqrt{x}.$$

$$y = x^2 + 3, \quad xy = 4, \quad y = 2, \quad x = 0 \quad \text{на дом} \quad y = 3 + 2x - x^2, \quad y = x + 1.$$

$$y = \frac{1}{x}, \quad y = x, \quad x = 2 \quad \text{на дом} \quad \text{а) } y = x^2 - 2x + 3, \quad y = 3x - 1; \quad \text{б) } y = (x+1)^2, \quad y^2 = x + 1.$$

3. Вычислить несобственные интегралы

$$\text{а) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \text{б) } \int_0^5 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

4. Вычислить интегралы (если они сходятся):

$$\text{а) } \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}; \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}; \quad \text{в) } \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx;$$

*на дом*

$$\text{г) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}; \quad \text{д) } \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx; \quad \text{е) } \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}; \quad \text{ж) } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x}}.$$

## Тема 4. Ряды

### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Доказать непосредственно сходимость рядов и найти их суммы

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots \text{на дом} \quad \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots$$

3. Найти частичную сумму ряда  $S_n$ . В случае сходимости ряда найти его сумму  $S$ :

а)  $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \dots$  на дом б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$ ; в)  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+2)} + \dots$

4. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{7n+5}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$ ;

на дом г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$ ; д)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!}$ ; е)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000^n}{n!}$ .

5. С помощью признаков сравнения исследовать сходимость рядов:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+7}{3n^3+11}$  б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+7}}{n^5+12}$ ; на дом в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}$ ; г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+3)}{n^2}$ .

### Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Исследовать сходимость рядов:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3^n+7}$ ; в)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$ ;

на дом г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{3n^2-1}\right)^n$ ; д)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ ; е)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+12n}{\sqrt[5]{n^8+n^3+2}}$ .

3. Исследовать сходимость ряда (абсолютную или условную):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+3}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{n^2+1}}; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 10^n}{n^n+2}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{3n+4}{3n-7} \right)^n.$$

4. Найти область сходимости степенных рядов:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{2^n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n};$$

$$\text{на дом} \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}; \quad \text{е) } 5x + \frac{5^2 x^2}{2!} + \frac{5^3 x^3}{3!} + \frac{5^4 x^4}{4!} + \dots; \quad \text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n (n+1)}.$$

5. Разложить функции в ряд Маклорена и найти радиус сходимости ряда:

$$\text{а) } f(x) = (1+x)^n; \quad \text{на дом} \quad \text{б) } f(x) = \frac{\sin x - x}{x^3}.$$

6. Разложить в степенной ряд по степеням  $x$  следующие функции:

$$\text{а) } y = e^{-2x}; \quad \text{б) } y = x^3 \cos x; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } y = \ln(5+2x); \quad \text{г) } y = \frac{e^x - 1}{x}.$$

6. Применяя разложение подынтегральной функции в ряд по степеням  $x$  и его почленное интегрирование, найти разложение в ряд функций:

$$\text{а) } \int \frac{e^x}{x} dx; \quad \text{на дом} \quad \text{б) } \int \frac{1 - \cos x}{x} dx.$$

## Тема 5. Функции нескольких переменных

### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти частные производные функций двух переменных  $z = x^2 y - \cos^2 xy$ .

3. Найти частные производные функций:

$$\text{а) } z = e^{x-y}(2x-1); \quad \text{б) } z = xe^y + x^y; \quad \text{в) } z = \ln \sqrt{x+y^2};$$

$$\text{на дом} \quad \text{г) } z = \left( \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + 1 \right); \quad \text{д) } z = xye^{xy}; \quad \text{е) } y = \arcsin \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

4. Полагая, что произвольная функция  $f$  дифференцируема, проверить следующие равенства:

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad z = f(x^2 + y^2) \quad \text{на дом} \quad x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0, \quad z = \frac{y^2}{3x} + f(xy).$$

5. Найти производные функций по заданным направлениям  $l$ :

а)  $z = 3x^4 - xy + y^2$ ;  $l$  составляет с осью  $Ox$  угол  $60^\circ$ .

б)  $z = x + y^2$ ;  $l$  — биссектриса первого координатного угла.

*на дом*

в)  $z = 5x^4 - 3x - y - 1$  в точке  $M(2;1)$ ;  $l$  — прямая  $MN$ , где  $N(5,5)$ .

6. Найти градиент функции  $z = f(x,y)$  и его модуль для функций в указанных точках  $M$ :

а)  $z = 7 - x^2 - y^2$ ;  $M(2;2)$ . *на дом* б)  $z = xye^{1+x+y}$ ;  $M(0;-1)$ ; в)  $z = \sin(x + y^2)$ ;

$$M\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right).$$

7. Найти величину градиента функции в точке  $M(x_0, y_0, z_0)$ :

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad M(1, 2, 1) \quad \text{на дом} \quad f(x, y, z) = xyz, \quad M(1, 1, 1).$$

## Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Исследовать функции на экстремум:

а)  $z = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y$ ; б)  $z = xy(1 - x - y)$ ;

*на дом* в)  $z = 3x + 6y - x^2 - xy + y^2$ ; г)  $z = e^{y/2}(x^2 + y)$ .

3. Исследовать функции на условный экстремум:

а)  $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  при  $x + y = 2$ ; б)  $z = x - y$  при  $x^2 + y^2 = 1$ ;

*на дом* в)  $z = xy^2$  при  $x + 2y = 4$ ; г)  $z = \frac{x - y - 4}{\sqrt{2}}$  при  $x^2 + y^2 = 1$ .

4. Найти точки локального экстремума функции и проверить в них выполнение достаточного условия экстремума:

$$u = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^2 + z^2$$

5. Вычислить двойные интегралы  $\iint_G f(x, y) dx dy$  по области  $G$ , заданной границами

а)  $f(x, y) = xy$ ,  $G: \{y = 0, y = x, x = 1\}$ ;

б)  $f(x, y) = x + y^2$ ,  $G: \{y = x, y = x^2\}$

*на дом*  $f(x, y) = x - y$ ,  $G$  – треугольник с вершинами  $(1, 1)$ ,  $(4, 1)$ ,  $(4, 4)$ .

6. Вычислить двойные интегралы:

а)  $\iint_D (x + y^2) dx dy$ , где  $D$  ограничена прямыми  $y = x$ ,  $y = 2x$ ,  $y = -x + 4$ .

б)  $\iint_D e^{xy} dx dy$ , где  $D$  ограничена гиперболой  $xy = 1$ , осью абсцисс и прямыми  $x = 2$ ,  $x = 3$ .

*на дом*

в)  $\iint_D \frac{x}{y} dx dy$ , где  $D$  ограничена линиями  $y = e^x$ ,  $y = e^{2x}$ ,  $x = 2$ .

г)  $\iint_D (\sqrt{x} + \sqrt{y}) dx dy$ , где  $D$  ограничена параболой  $y = x^2$ ,  $y = 4x^2$  и прямой  $x = 2$ .

7. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:

$$xy = 1, \quad x + y = 2,5 \quad \text{на дом} \quad y^2 = 2x + 1, \quad y^2 = -2x + 1.$$

## Тема 6. Дифференциальные уравнения

### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Показать, что функция  $y = 2\operatorname{tg}(2x - 1)$  удовлетворяет уравнению  $y'' = 2yy'$ .

б) Показать, что функция  $y = 2e^{3x} - e^{-3x}$  удовлетворяет уравнению  $yy''' = y'y''$ .

*на дом*

в) Показать, что функция  $y = (1 - x^2/4) \cdot \cos x + (1 + x/4) \cdot \sin x$  удовлетворяет уравнению

$$y'' + y = x \cdot \sin x.$$

3. Проверить, что функции являются интегралами дифференциальных уравнений:

а)  $x^2 - xy + y^2 = C^2$ ,  $(x - 2y)y' = 2x - y$ ; б)  $x\sqrt{1 + y^2} = Cy$ ,  $xy' - y = y^3$ .

*на дом* в)  $y^2 - 2 = Ce^{\frac{1}{x}}$ ,  $2x^2 yy' + y^2 = 2$ ; г)  $y = C_1 \ln x - \frac{x^2}{4} + C_2$ ,  $x(y'' + 1) + y' = 0$ .

4. При каких значениях параметра  $a$  следующие функции являются решениями (интегралами) дифференциальных уравнений:

$$x = Cy^2 - y^a, \quad y^2 - (2xy + 3)y' = 0; \quad \text{на дом} \quad y = ax^4 + \frac{C}{x^2}, \quad y' + \frac{2y}{x} = x^3.$$

5. Составить дифференциальные уравнения семейств кривых:

$$\text{а) } y = Ce^x; \quad \text{б) } x^2 + Cy^2 = 2y; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } Cy = \sin Cx; \quad \text{г) } y^3 = C_1(x + C_2)^2.$$

### Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными

$$\text{а) } y' = -\frac{2xy^2}{x^2 - 1} \quad \text{б) } y' + \frac{y}{x} = 0; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } x^2 y' - \sqrt{x} \cos^2 y = 0.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } (3x - 1)dy + y^2 dx = 0; \quad \text{б) } y' = (x + y)^2; \quad y' = \sqrt{4x + 2y - 1}. \quad \text{в)}$$

*на дом*

$$3x^2 y dx + 2\sqrt{4 - x^2} dy = 0; \quad \text{г) д) } x^2(y' - 1) = 2y'; \quad \text{е) } y'e^{-x} = x - 1.$$

4. Найти решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющих указанным начальным условиям:

$$\text{а) } (1 + x^2)y^3 dx - (y^2 - 1)x^3 dy = 0, \quad y(1) = -1; \quad \text{б) } (\sqrt{xy} + \sqrt{x})y' - y = 0, \quad y(1) = 1.$$

$$\text{на дом} \quad \text{в) } x^2(2yy' - 1) = 1, \quad y(1) = 0; \quad \text{г) } y dx + \operatorname{ctg} x dy = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1.$$

5. Решить однородные дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } (xy - x^2)y' = y^2; \quad \text{б) } xy' = y \ln \frac{x}{y}; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } xy^2 dy = (x^3 + y^3) dx; \quad \text{г) } y' = \frac{1 - 3x - 3y}{1 + x + y}.$$

### Занятие 3

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти общие решения дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\text{а) } y' + \frac{y}{x} = \frac{1}{x}; \text{ б) } y' - 2xy = e^{x^2} \quad \text{на дом} \quad \text{в) } y' + x^2y = x^2.$$

3. Решить уравнения:

$$\text{а) } 4y' + \frac{2y}{x+1} = \frac{x^3}{y^2}; \text{ б) } 1 - 2xyy' = y^3y'; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } y' - 2y = e^{2x}; \text{ г) } (y^2 + x)y' = 1.$$

4. Решить уравнения:

$$\text{а) } y'' = -\frac{x}{y'}; \text{ б) } xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } yy'' - y'(1 + y') = 0; \text{ г) } yy'' = (y')^2.$$

5. Решить уравнения:

$$\text{а) } y'' - 2y' + 2y = 0; \text{ б) } y'' - 2y' + y = 2e^x; \text{ в) } y'' + y' - 6y = xe^{2x};$$

$$\text{на дом} \quad \text{г) } y'' + y = \cos x; \text{ д) } y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}.$$

#### Занятие 4

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти решение дифференциальных уравнений второго порядка

$$\text{а) } xy'' + y' = 0; \text{ б) } y'' + 3y' = 5x + 1;$$

$$\text{на дом} \quad \text{в) } y'' + 2y' = (3x + 7)e^x; \text{ г) } y'' + y' - 2y = 8 \sin 2x;$$

3. Решить уравнения:

$$y'' + y' = \sin^2 x; \quad \text{на дом} \quad y'' - 3y' = x + \cos x.$$

4. Найти решения уравнений, удовлетворяющие указанным начальным условиям:

$$\text{а) } y'' + y' - 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -3; \text{ б) } y'' + y = 4 \sin x; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1;$$

$$\text{на дом} \quad \text{в) } y'' + 2y' + y = xe^{-x}; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

5. Решить задачи с экономическим содержанием:

Изменения численности населения горнорудного поселка с течением времени описывается следующим уравнением:  $y' = 0,3y(2 - 10^{-4}y)$ , где  $y = y(t)$  - время в годах.

В начальный момент времени население поселка составляло 500 человек. Каким оно станет через три года?

**на дом**

Функции спроса и предложения имеют соответственно вид:

$$y = 25 - 2p + 3 \frac{dp}{dt}; \quad x = 15 - p + 4 \frac{dp}{dt}.$$

Найти зависимость равновесной цены от времени, если в начальный момент  $p = 9$ .

## **4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине**

### **4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.**

В ходе реализации дисциплины Б.1.Б.11.02 «Математический анализ» рекомендуется применять следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- ✓ при проведении занятий лекционного типа: опрос.
- ✓ при проведении практических занятий: опрос, проверка выполнения домашнего задания.
- ✓ задания.

#### **4.1.1. Промежуточная аттестация проводится в форме контрольной работы.**

Контрольная работа по дисциплине «Математический анализ» выполняется в письменном виде по индивидуальным вариантам, построенным по типовым заданиям.

Умения и навыки обучающегося на контрольной работе оцениваются как «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» с возможностью последующего конвертирования в систему ECTS и БРС<sup>4</sup>. Итоговая оценка по дисциплине является суммой баллов результатов текущего контроля и промежуточных аттестаций.

### **4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.**

Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация по дисциплине проводятся в соответствии с Регламентом о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры Института права и национальной безопасности. Текущий контроль успеваемости осуществляется преподавателем в ходе проведения занятий семинарского типа. Не реже одного раза в месяц с целью регулярного отслеживания результатов текущего контроля успеваемости в Институте организуются контрольные недели. Результаты текущего контроля успеваемости в рамках проведения контрольных недель фиксируются преподавателем в ведомости (в бумажном и электронном виде) с внесением записи «аттестован», «не аттестован» и доводятся до сведения обучающихся. Обучающимся, не аттестованным по результатам текущего контроля в срок, индивидуальные сроки прохождения текущего контроля устанавливаются преподавателем.

#### **Тема 1. Функции одной переменной.**

Вопросы для опроса:

Понятие функции. Основные свойства функций и их классификация. Элементарные функции. Преобразование графиков. Понятие числовой последовательности. Предел функции и числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие

---

<sup>4</sup> При условии, если балльно-рейтинговая система (БРС) внедрена в учебный процесс структурным подразделением/филиалом Академии

величины. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Непрерывность функции.

Пример контрольной работы: Вычислить пределы функций

**Вариант 1**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2}$$

**Вариант 2**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$$

**Вариант 3**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3x}}{\sqrt[3]{x^3 - 2x^2}}$$

**Вариант 4**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \operatorname{tg} x}{1 - \cos x}$$

**Вариант 5**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}$$

**Вариант 6**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})$$

**Вариант 7**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right)$$

**Вариант 8**

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

**Вариант 9**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+x} - 1}$$

**Вариант 10**

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{3}{x}}$$

Литература:

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://bibli-online.ru/book/vysshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — [www.bibli-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186](http://www.bibli-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186).

**Тема 2.** Дифференциальное исчисление.

Вопросы для опроса:

Понятие производной функции. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные неявной и параметрически заданной функции. Понятие производных высших порядков. Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Понятие о дифференциалах высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталья. Возрастание и убывание функций. Характерные точки функций и характерные линии их графиков (экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке и интервале, выпуклость функции, точки перегиба, асимптоты графика функции). Общая схема исследования функций и построения их графиков.

Пример контрольной работы:

Вычислить точечные значения производных для функций:

<b>Вариант 1</b>	<b>Вариант 2</b>	<b>Вариант 3</b>	<b>Вариант 4</b>
$f(x) = 3x^2 - \frac{1}{2x^2}$ , найти $f'(2)$	$f(x) = \frac{1 - 2 \cdot 10^x}{1 + 3 \cdot 10^x}$ , найти $f'(0)$	$f(x) = x \cdot \ln 3x$ , найти $f'(e)$	$f(x) = \frac{1}{4} \ln \frac{2x-3}{x+3}$ , найти $f'(0)$
<b>Вариант 5</b>	<b>Вариант 6</b>	<b>Вариант 7</b>	<b>Вариант 8</b>
$f(x) = \frac{\ln 3x}{2x}$ , найти $f'(e^2)$	$f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2 + 2}$ , найти $f'(1)$	$f(x) = x \cdot \sin 4x$ , найти $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$	$f(x) = \frac{3x+1}{2x-1}$ , найти $f'(0)$
<b>Вариант 9</b>	<b>Вариант 10</b>		
$f(x) = \frac{2x^3}{3} - 3x^2 + x$ , найти $f'(-1)$	$f(x) = 3x - \frac{\ln(1+2x^2)}{2}$ , найти $f'(1)$		

Литература:

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://bibli-online.ru/book/vysshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>
2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»
3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»
4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр.

### Тема 3. Интегральное исчисление.

Вопросы для опроса:

Понятия первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Методы интегрирования (метод замены переменной, метод интегрирования по частям, интегрирование простейших рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональностей, интегрирование тригонометрических функций). Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенного интеграла (замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле). Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

Пример контрольной работы:

Найти неопределенный интеграл.

#### Вариант 1

$$\int x \cdot \operatorname{arctg} 2x \, dx$$

#### Вариант 2

$$\int x \cdot \ln 3x \, dx$$

#### Вариант 3

$$\int x^2 e^{-x} \, dx$$

#### Вариант 4

$$\int \cos^3 2x \, dx$$

#### Вариант 5

$$\int \ln^2 2x \, dx$$

#### Вариант 6

$$\int \ln(3x + 2) \, dx$$

#### Вариант 7

$$\int x \cdot e^{2x-1} \, dx$$

#### Вариант 8

$$\int (x + 2) \cdot \cos 3x \, dx$$

#### Вариант 9

$$\int \frac{x \, dx}{x^2 + 3x - 4}$$

#### Вариант 10

$$\int \sin^3 3x \, dx$$

Литература:

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://biblio-online.ru/book/vyshshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — [www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186](http://www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186).

#### Тема 4. Ряды.

Вопросы для опроса:

Понятие числового ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость знакочередующихся рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда. Ряды Маклорена и Тейлора.

Пример контрольной работы:

Исследовать сходимость числового ряда

#### Вариант 1

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 2n}{n^3 + 5n - 5}$$

#### Вариант 2

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$$

#### Вариант 3

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 7}}{n^5 + 12}$$

#### Вариант 4

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+3)}$$

#### Вариант 5

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3} \ln(n+1)}$$

#### Вариант 6

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \cdot 3^n}{n^n}$$

#### Вариант 7

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{3^n}$$

#### Вариант 8

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{12^n + n^2}$$

#### Вариант 9

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(3^n - 4)}$$

#### Вариант 10

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n^3} \ln(n+1)}$$

Литература:

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://biblio-online.ru/book/vysshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и

др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — [www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186](http://www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186).

### **Тема 5. Функции нескольких переменных.**

Вопросы для опроса:

Понятия функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные и полный дифференциал функции. Производная по направлению, градиент функции. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Понятие двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Геометрическая интерпретация двойного интеграла.

Пример контрольной работы:

Исследовать функции на экстремум

#### **Вариант 1**

$$z = x^3 y^2 (2 - x - y)$$

#### **Вариант 2**

$$z = x^3 y^2 (1 - x + y)$$

#### **Вариант 3**

$$z = e^{\frac{y}{x}} (x^2 + y)$$

#### **Вариант 4**

$$z = e^x (y^2 - 2x)$$

#### **Вариант 5**

$$z = xy - \ln(x + y)$$

#### **Вариант 6**

$$z = x^2 y^3 (1 - x - y)$$

#### **Вариант 7**

$$z = x^2 y^2 (1 - 2x - y)$$

#### **Вариант 8**

$$z = e^{\frac{y}{x}} (x^2 - y)$$

#### **Вариант 9**

$$z = e^x (y^2 + 2x)$$

#### **Вариант 10**

$$z = -xy - \ln(x - y)$$

Литература:

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://biblio-online.ru/book/vyshshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и

др.]— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — [www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186](http://www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186).

## Тема 6. Дифференциальные уравнения.

Вопросы для опроса:

Основные понятия. Общее и частные решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши (условие существования и единственности решения). Неполные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Пример контрольной работы:

Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка

### Вариант 1

$$2xy y' - y^2 + x = 0$$

### Вариант 2

$$y' + \frac{y}{x} = x e^{x/2}$$

### Вариант 3

$$xy' + y = \frac{1}{x}$$

### Вариант 4

$$xyy' = 1 - x^2$$

### Вариант 5

$$yy' + x = 1$$

### Вариант 6

$$y' = \frac{4}{x}y + x\sqrt{y}$$

### Вариант 7

$$xy' - y = y^3$$

### Вариант 8

$$y' - y = e^x$$

### Вариант 9

$$y' - 2xy = e^{x^2}$$

### Вариант 10

$$2x^2yy' + y^2 = 2$$

Литература:

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://biblio-online.ru/book/vyshshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.]— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — [www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186](http://www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186).

#### **Критерии оценки при опросе:**

– продемонстрирована способность оценивать, делать заключения с учетом внутренних условий или внешних критериев;

– продемонстрирован междисциплинарный подход к решению задачи, осуществлена интеграция знаний из разных научных областей;

– сформулированы критерии для оценки, создана система доказательств, убедительно аргументирующая выводы, положенные в основу решения задачи.

В зависимости от темы занятия 2 - 3 балла	Задание выполнено полностью
В зависимости от темы занятия 2 балла	Задание выполнено с незначительными погрешностями
В зависимости от темы занятия 1 балл	Обнаруживает знание и понимание большей части задания

### **4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.**

#### **4.3.1. Формируемые компетенции**

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
-----------------	--------------------------	--------------------------------	---

ОПК-1	Способность применять математический инструментарий для решения экономических задач	ОПК – 1.2	Способность применять знания основ математического аппарата и инструментальных средств для проведения финансово-экономических расчетов
ОПК-2	Способность использовать закономерности и методы экономической науки при решении профессиональных задач	ОПК-2.4	Способность применять математический инструментарий в экономических методах

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ОПК – 1.2	Применяет математический аппарат и инструментальные средства для проведения финансово-экономических расчетов	Знает и использует математический аппарат и инструментальные средства для проведения расчетов
ОПК-2.4	Способен использовать математический аппарат для решения поставленных задач	Использует математический аппарат для решения поставленных задач

#### 4.3.2 Типовые оценочные средства

Оценивание студентов при текущем контроле и промежуточной аттестации проводится с использованием балльно-рейтинговой системы по 100-балльной шкале. Текущий контроль оценивается в пределах 60 баллов. Он включает баллы по посещаемости занятий и успеваемости на практических занятиях. Посещение студентом каждого занятия оценивается в 1 балл, но не более 16 баллов суммарно (16 занятий x 1 балл). Успеваемость студента каждого занятия оценивается в пределах 44 баллов. Итоговый контроль оценивается в пределах 40 баллов. В Институте установлена шкала перевода оценки из балльно-рейтинговой системы в бинарную систему для осуществления промежуточной аттестации в форме зачета: «не зачтено» - 0-59 баллов; «зачтено» - от 60 до 100 баллов, Passed (P) – 100-60 балл – «зачтено»; Not passed (NP) – 59 и менее баллов – «не зачтено». Минимальное количество баллов для выставления обучающемуся зачета составляет 60 балл.

##### 4.3.2.1 Перечень вопросов для подготовки к контрольной работе

- 1.....Понятие функции. Основные свойства и классификация.
- 2.....Предел функции. Основные теоремы о пределах.

- 3.....Непрерывность функции.
- 4.....Понятие производной функции.
- 5.....Основные правила дифференцирования.
- 6.....Дифференциал функции.
- 7.....Основные теоремы дифференциального исчисления.
- 8.....Правило Лопиталья.
- 9.....Возрастание и убывание функций.
- 10...Характерные точки функций и характерные линии их графиков.
- 11...Общая схема исследования функций и построения их графиков.
- 12...Понятия первообразной и неопределенного интеграла.
- 13...Свойства неопределенного интеграла.
- 14...Методы интегрирования.
- 15...Понятие определенного интеграла.
- 16...Свойства определенного интеграла.
- 17...Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
- 18...Методы вычисления определенного интеграла.
- 19...Геометрические приложения определенного интеграла.
- 20...Несобственные интегралы.
- 21...Понятие числового ряда. Основные свойства рядов.
- 22...Понятие сходимости ряда. Необходимый признак сходимости ряда.
- 23...Признаки сравнения для исследования сходимости рядов с положительными членами.
- 24...Достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.
- 25...Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.
- 26...Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда.
- 27...Ряды Тейлора и Маклорена.
- 28...Понятие функции нескольких переменных, предел и непрерывность функции.
- 29...Частные производные первого порядка и полный дифференциал функции нескольких переменных.
- 30...Производная по направлению, градиент функции.
- 31...Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума.
- 32...Условный экстремум функции двух переменных. Метод множителей Лагранжа.
- 33...Двойные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.
- 34...Геометрическая интерпретация двойного интеграла.
- 35...Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия.
- 36...Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
- 37...Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
- 38...Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
- 39...Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
- 40...Общее решение однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
- 41...Частное решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

### Шкала оценивания

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0 – 100 %. Критерием оценивания при проведении тестирования, является количество верных ответов, которые дал студент на вопросы теста. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам тестирования, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \times 100\%,$$

где Б – количество баллов, полученных студентом по итогам тестирования;

В – количество верных ответов, данных студентом на вопросы теста;

О – общее количество вопросов в тесте.

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время промежуточной аттестации определяется оценками «зачтено», «не зачтено», «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно». Критериями оценивания на экзамене является демонстрация основных теоретических положений в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике, овладение навыками решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.

При оценивании результатов обучения используется следующая шкала оценок:

100% – 90% (отлично)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на высоком уровне. Свободное владение материалом, выявление межпредметных связей. Уверенное владение понятийным аппаратом дисциплины. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы на высоком уровне. Способность к самостоятельному нестандартному решению практических задач
89% – 75% (хорошо)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы достаточно. Детальное воспроизведение учебного материала. Практические навыки профессиональной деятельности в значительной мере сформированы. Присутствуют навыки самостоятельного решения практических задач с отдельными элементами творчества.
74% – 60% (удовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на минимальном уровне. Наличие минимально допустимого уровня в усвоении учебного материала, в т.ч. в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы не в полной мере.
менее 60% (неудовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, не сформированы. Недостаточный уровень усвоения понятийного аппарата и наличие фрагментарных знаний по дисциплине. Отсутствие минимально допустимого

	уровня в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности не сформированы.
--	---

## 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

### Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого на изучение дисциплины (модуля)

#### Структура времени, необходимого на изучение дисциплины

Форма изучения дисциплины	Время, затрачиваемое на изучение дисциплины, %
Изучение литературы, рекомендованной в учебной программе	40
Решение задач, практических упражнений и ситуационных примеров	40
Изучение тем, выносимых на самостоятельное рассмотрение	20
Итого	100

#### Рекомендации по подготовке к практическому (семинарскому) занятию

Практическое (семинарское) занятие – одна из основных форм организации учебного процесса, представляющая собой коллективное обсуждение студентами теоретических и практических вопросов, решение практических задач под руководством преподавателя. Основной целью практического (семинарского) занятия является проверка глубины понимания студентом изучаемой темы, учебного материала и умения изложить его содержание ясным и четким языком, развитие самостоятельного мышления и творческой активности у студента. На практических (семинарских) занятиях предполагается рассматривать наиболее важные, существенные, сложные вопросы которые, наиболее трудно усваиваются студентами. При этом готовиться к практическому (семинарскому) занятию всегда нужно заранее. Подготовка к практическому (семинарскому) занятию включает в себя следующее:

- обязательное ознакомление с планом занятия, в котором содержатся основные вопросы, выносимые на обсуждение;
- изучение конспектов лекций, соответствующих разделов учебника, учебного пособия, содержания рекомендованных нормативных правовых актов;
- работа с основными терминами (рекомендуется их выучить);
- изучение дополнительной литературы по теме занятия, делая при этом необходимые выписки, которые понадобятся при обсуждении на семинаре;
- формулирование своего мнения по каждому вопросу и аргументированное его обоснование;
- запись возникших во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературы вопросов, чтобы затем на семинаре получить на них ответы;
- обращение за консультацией к преподавателю.

Практические (семинарские) занятия включают в себя и специально подготовленные рефераты, выступления по какой-либо сложной или особо актуальной проблеме, решение задач. На практическом (семинарском) занятии студент проявляет свое знание предмета, корректирует информацию, полученную в процессе лекционных и внеаудиторных занятий, формирует определенный образ в глазах преподавателя, получает навыки устной речи и культуры дискуссии, навыки практического решения задач.

### **Рекомендации по изучению методических материалов**

Методические материалы по дисциплине позволяют студенту оптимальным образом организовать процесс изучения данной дисциплины. Методические материалы по дисциплине призваны помочь студенту понять специфику изучаемого материала, а в конечном итоге – максимально полно и качественно его освоить. В первую очередь студент должен осознать предназначение методических материалов: структуру, цели и задачи. Для этого он знакомится с преамбулой, оглавлением методических материалов, говоря иначе, осуществляет первичное знакомство с ним. В разделе, посвященном методическим рекомендациям по изучению дисциплины, приводятся советы по планированию и организации необходимого для изучения дисциплины времени, описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»), рекомендации по работе с литературой, советы по подготовке к экзамену и разъяснения по поводу работы с тестовой системой курса и над домашними заданиями. В целом данные методические рекомендации способны облегчить изучение студентами дисциплины и помочь успешно сдать экзамен. В разделе, содержащем учебно-методические материалы дисциплины, содержание практических занятий по дисциплине, словарь основных терминов дисциплины.

### **Рекомендации по самостоятельной работе студентов**

Неотъемлемым элементом учебного процесса является самостоятельная работа студента. При самостоятельной работе достигается конкретное усвоение учебного материала, развиваются теоретические способности, столь важные для современной подготовки специалистов. Формы самостоятельной работы студентов по дисциплине: написание конспектов, подготовка ответов к вопросам, написание рефератов, решение задач, исследовательская работа, выполнение контрольной работы.

Задания для самостоятельной работы включают в себя комплекс аналитических заданий выполнение, которых, предполагает тщательное изучение научной и учебной литературы, периодических изданий, а также законодательных и нормативных документов предлагаемых в п.6.4 «Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине». Задания предоставляются на проверку в печатном виде.

### **Рекомендации по работе с литературой**

При изучении курса учебной дисциплины особое внимание следует обратить на рекомендуемую основную и дополнительную литературу.

Важным элементом подготовки к семинару является глубокое изучение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по теме занятия, а также первоисточников. При этом полезно прочитанную литературу законспектировать. Конспект должен отвечать трем требованиям: быть содержательным, по возможности кратким и правильно оформленным.

Содержательным его следует считать в том случае, если он передает все основные мысли авторов в целостном виде. Изложить текст кратко – это значит передать содержание книги, статьи в значительной мере своими словами. При этом следует придерживаться правила - записывать мысль автора работы лишь после того, как она хорошо понята. В таком случае поставленная цель будет достигнута. Цитировать авторов изучаемых работ (с обязательной ссылкой на источник) следует в тех случаях, если надо записывать очень важное определение или положение, обобщающий вывод.

Важно и внешнее оформление конспекта. В его начале надо указать тему семинара, дату написания, названия литературных источников, которые будут законспектированы. Глубокая самостоятельная работа над ними обеспечит успешное усвоение изучаемой дисциплины.

Одним из важнейших средств серьезного овладения теорией является **конспектирование первоисточников.**

Для составления конспекта рекомендуется сначала прочитать работу целиком, чтобы уяснить ее общий смысл и содержание. При этом можно сделать пометки о ее структуре, об основных положениях, выводах, надо стараться отличать в тексте основное от второстепенного, выводы от аргументов и доказательств. Если есть непонятные слова, надо в энциклопедическом словаре найти, что это слово обозначает. Закончив чтение (параграфы, главы, статьи) надо задать себе вопросы такого рода: В чем главная мысль? Каковы основные звенья доказательства ее? Что вытекает из утверждений автора? Как это согласуется с тем, что уже знаете о прочитанном из других источников?

Ясность и отчетливость восприятия текста зависит от многого: от сосредоточенности студента, от техники чтения, от настойчивости, от яркости воображения, от техники фиксирования прочитанного, наконец, от эрудиции – общей и в конкретно рассматриваемой проблеме.

Результатом первоначального чтения должен быть простой **план текста и четкое представление о неясных местах**, отмеченных в книге. После предварительного ознакомления, при повторном чтении следует **выделить основные мысли автора** и их развитие в произведении, обратить внимание на обоснование отдельных положений, на методы и формы доказательства, наиболее яркие примеры. В ходе этой работы окончательно отбирается материал для записи и определяется ее вид: **план, тезисы, конспект.**

План это краткий, последовательный перечень основных мыслей автора. Запись прочитанного в виде тезисов – это выявление и запись опорных мыслей текста. Разница между планом и тезисами заключается в следующем: в плане мысль называется (ставь всегда вопрос: о чем говорится?), в тезисах – формулируется – (что именно об этом говорится?). Запись опорных мыслей текста важна, но полного представления о прочитанном на основании подобной записи не составишь. Важно осмыслить, как автор доказывает свою мысль, как убеждает в истинности своих выводов. Так возникает конспект. Форма записи, как мы уже отметили, усложняется в зависимости от целей работы: план – о чем?; тезисы – о чем? что именно?; конспект – о чем? что именно? как?

Конспект – это краткое последовательное изложение содержания. Основу его составляет план, тезисы и выписки. Недостатки конспектирования: многословие, цитирование не основных, а связующих мыслей, стремление сохранить стилистическую связанность текста в ущерб его логической стройности. Приступать к конспектированию необходимо тогда, когда сложились навыки составления записи в виде развернутого подробного плана.

Форма записи при конспектировании требует особого внимания: важно, чтобы собственные утверждения, размышления над прочитанным, четко отделялись при записи. Разумнее выносить свои пометки на широкие поля, записывать на них дополнительные справочные данные, помогающие усвоению текста (дата события, упомянутого авторами; сведения о лице, названном в книге; точное содержание термина). Если конспектируется текст внушительного объема, необходимо указывать страницы книги, которые охватывает та или иная часть конспекта.

Для удобства пользования своими записями важно озаглавить крупные части конспекта, подчеркивая *заголовки*. Следует помнить о назначении красной строки, стремиться к четкой графике записей – уступами, колонками. Излагать главные мысли автора и их систему аргументов необходимо преимущественно своими словами, перерабатывая таким образом информацию, – так проходит уяснение ее сути. Мысль, фразы, понятия в контексте, могут приобрести более пространное изложение в записи. Но текст оригинала свертывается, и студент, отрабатывая логическое мышление, учится выделять главное и обобщать однотипные суждения, однородные факты. Кроме того, делая записи своими словами, обобщая, студент учится письменной речи.

Знание общей стратегии чтения, техники составления плана и тезисов определяет и технологию конспектирования:

- внимательно читать текст, попутно отмечая непонятные места, незнакомые термины и понятия. *Выписать на поля* значение отмеченных понятий.
- при первом чтении текста необходимо составить его *простой план*, последовательный перечень основных мыслей автора.
- при повторном чтении текста выделять *систему доказательств* основных положений работы автора.
- заключительный этап работы с текстом состоит в осмыслении ранее отмеченных мест и их краткой последовательной записи.
- при конспектировании нужно стремиться *выразить мысль автора своими словами*, это помогает более глубокому усвоению текста.
- в рамках работы над первоисточником важен умелый *отбор цитат*. Необходимо учитывать, насколько ярко, оригинально, сжато изложена мысль. Цитировать необходимо те суждения, на которые впоследствии возможна ссылка как на авторитетное изложение мнения, вывода по тому или иному вопросу.

Конспектировать целесообразно не на отдельном листе, а в общей тетради на одной странице листа. Обратная сторона листа может быть использована для дополнений, необходимость которых выяснится в дальнейшем. При конспектировании литературы следует оставить широкие поля, чтобы записать на них план конспекта. Поля могут быть использованы также для записи своих замечаний, дополнений, вопросов. При выступлении на семинаре студент может пользоваться своим конспектом для цитирования первоисточника. Все обучающиеся внимательно слушают выступления одногруппников,

отмечают спорные или ошибочные положения в них, вносят поправки, представляют свои решения и обоснования обсуждаемых проблем.

В конце семинара, когда преподаватель подводит итоги занятия, студенты с учетом рекомендаций преподавателя и выступлений сокурсников дополняют или исправляют свои конспекты.

**6. Основная и дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины, ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

**6.1. Основная литература.**

1. Попов, А.М. Высшая математика для экономистов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. М. Попов, В. Н. Сотников; по ред. А. М. Попова – 2 изд., перераб. и доп. – М. : Издательство Юрайт, 2014. – 566 с. <https://biblio-online.ru/book/vyshshaya-matematika-dlya-ekonomistov-v-2-ch-chast-1-442289>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям/ Н.Ш. Кремер [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2017.— 481 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74953.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Аникин.С.А. Математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Аникин.С.А., Никонов.О.И., Медведева.М.А.— Электрон. текстовые данные.— Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014.— 73 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65941.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 276 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05820-8. — [www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186](http://www.biblio-online.ru/book/70E2BD31-7FB4-43CE-BBA1-FC5799960186).

**6.2. Дополнительная литература.**

1. Высшая математика для экономического бакалавриата: Учебник и практикум / Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. 4-е изд. – М.: «Юрайт», 2016. – 909 с.

2. Красс, М.С. Математика для экономистов: Учебное пособие / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – СПб: Питер, 2016 – 464 с.

3. Ахтямов, М.А. Математика для социологов и экономистов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.

**6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.**

**6.4. Нормативные правовые документы.**

**6.5. Интернет-ресурсы.**

**6.6. Иные источники.**

## **7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- лекционные аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном;
- помещения для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью;

Дисциплина должна быть поддержана соответствующими лицензионными программными продуктами.

Программные средства обеспечения учебного процесса должны включать:

- программы презентационной графики;
- текстовые и табличные редакторы.

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся включают следующую оснащенность: столы аудиторные, стулья, доски аудиторные, компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет.

Для изучения учебной дисциплины используются автоматизированная библиотечная информационная система и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», «Электронно-библиотечная система IPRbooks», «Научная электронная библиотека eLIBRARY» и др.

Материально-техническое обеспечение дисциплины для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов включает в себя следующее:

- учебные аудитории оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения для обучающихся с различными видами ограничений здоровья;
- учебная аудитория, в которой обучаются студенты с нарушением слуха, оборудована компьютерной техникой, аудиотехникой (акустический усилитель и колонки), видеотехникой (мультимедийный проектор), мультимедийной системой. Для обучения лиц с нарушениями слуха используются мультимедийные средства и другие технические средств для приема-передачи учебной информации в доступных формах;
- для слабовидящих обучающихся в лекционных и учебных аудиториях предусмотрен просмотр удаленных объектов (например, текста на доске или слайда на экране) при помощи видеоувеличителей для удаленного просмотра;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата в лекционных и учебных аудиториях предусмотрены специально оборудованные рабочие места;
- для контактной и самостоятельной работы используется мультимедийные комплексы, электронные учебники и учебные пособия, адаптированные к ограничениям здоровья обучающихся.

Обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды, в отличие от остальных, имеют свои специфические особенности восприятия, переработки материала, выполнения промежуточных и итоговых форм контроля знаний. Они обеспечены печатными и электронными образовательными ресурсами (программы, учебники, учебные пособия, материалы для самостоятельной работы и т. д.) в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,

Для лиц с нарушениями слуха, с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.