Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС
Экономический факультет
(наименование структурного подразделения (института/факультета/филиала)

Кафедра информационных систем и математического моделирования
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНА
решением кафедры информационных систем и математического моделирования

Протокол от «31» августа 2020 г. №1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.04.02 ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ

(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)

38.05.01 Экономическая безопасность (уровень специалитета)
(код и наименование направления подготовки (специальности))

Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности

Экономист
(квалификация)

Очная, заочная
(форма(ы) обучения)

Год набора – 2021

Волгоград 2020 г.

Автор – составитель:

канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры
информационных систем и математического моделирования СавушкинА.Ю.

Заведующий кафедрой

информационных систем и
математического моделирования
канд. технических наук, доцент Астафурова О.А.

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Дисциплина Б1.В.ДВ.04.02 «Экономико-математические модели и методы» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКо2 ОС-1	Способность использовать методы математического анализа для решения прикладных задач	ПКо2 ОС-1.4	Способен использовать математический инструментарий для проведения экономического анализа для решения прикладных задач

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Профессиональный стандарт «Специалист по управлению рисками» (утв.приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 30 августа 2018 года N 564н) ОТФ «Стратегическое управление рисками организации»	ПКо2 ОС-1.4	На уровне знаний: – сформулировать основы математического аппарата современных методов количественного финансового анализа, необходимого для решения экономических задач.
		На уровне умений: – использовать теоретические сведения при решении практических экономических задач; – выбрать инструментальные средства для обработки финансовой и экономической информации с обоснованием своего выбора.
		На уровне навыков: – применять математический инструментарий для решения экономических задач; – владеть методикой построения и применения количественного анализа финансовых операций.

2.Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.В.ДВ.04.02 «Экономико-математические модели и методы» относится к базовой части учебного. Освоение дисциплины основывается на знаниях, полученных при изучении курсов «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Теория вероятностей и математическая статистика». В свою очередь, курс «Методы оптимальных решений» является основой изучения дисциплины «Эконометрика», а также теоретической и методологической базой для всех финансово–экономических.

В соответствии с учебным планом дисциплина изучается в течение пятого семестра третьего курса общим объемом 72 часа (2 ЗЕТ).

По очной форме обучения на контактную работу с преподавателем запланировано 38 часов (20 часов лекции, 18 часов практические занятия); на самостоятельную работу – 34 часа.

По заочной форме обучения на контактную работу с преподавателем запланировано 8 часов (4 часа лекции, 4 часа практические занятия); на самостоятельную работу – 60 часов и на контроль – 4 часа.

Формой промежуточной аттестации является зачет.

3. Содержание и структура дисциплины «Экономико-математические модели и методы»

Структура дисциплины.

Наименование тем	Объем дисциплины (модуля), час						Форма текущего контроля успеваемости[1], промежуточной аттестации
	Всего	Работа обучающихся по видам учебных занятий				СР	
		Л/ЭО, ДОТ[2]	ПЗ/ЭО, ДОТ	ЛР	КСР		
Очная форма обучения							
Тема 1. Задача о назначениях. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ
Тема 2. Задача коммивояжера. Поиск оптимального решения.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ, РК
Тема 3. Элементы теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ, РК
Тема 4. Сетевое планирование и управление. Сетевые модели.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ, Кр
Тема 5. Элементы теории игр. Принцип «минимакса». Элементарные методы решения игр $2\times 2, 2\times n, m\times 2$.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ
Тема 6. Приведение матричной игры к задаче линейного программирования. Игры с природой.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ, Т

[1]***Примечание***: формы текущего контроля успеваемости: тестирование (Т), практическое задание (ПЗ). Текущий контроль проводится с применением ДОТ.

[2]ДОТ - дистанционные образовательные технологии.

Примечание: лекции и практические занятия, отмеченные звездочкой, проводятся с применением ДОТ. Остальные занятия проводятся в очной форме.

Наименование тем	Объем дисциплины (модуля), час						Форма текущего контроля успеваемости[1], промежуточной аттестации
	Всего	Работа обучающихся по видам учебных занятий				СР	
		Л/ЭО, ДОТ[2]	ПЗ/ЭО, ДОТ	ЛР	КСР		
Тема 7. Линейные балансовые модели в экономике. Модель Леонтьева.	6	2	2	–	–	2	РЗ, Кр
Тема 8. Предельный анализ экономических процессов. Производственные функции. Предельные показатели.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ
Тема 9. Модель поведения производителя.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ, РК
Тема 10. Задачи оптимизации в экономике. Задача оптимизации выбора потребителя.	18	2	4	–	–	12	Кр
Промежуточная аттестация							Зачет
ИТОГО за курс	**72**	**20**	**18**	–	–	**34**	
Очно - заочная форма обучения							
Тема 1. Задача о назначениях. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.	8	1	1	–	–	6	О, РЗ
Тема 2. Задача коммивояжера. Поиск оптимального решения.	8	1	1	–	–	6	О, РЗ, РК
Тема 3. Элементы теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе.	7		1	–	–	6	О, РЗ, РК
Тема 4. Сетевое планирование и управление. Сетевые модели.	8	1	1	–		6	О, РЗ

Наименование тем	Объем дисциплины (модуля), час						Форма текущего контроля успеваемости[1], промежуточной аттестации
	Всего	Работа обучающихся по видам учебных занятий				СР	
		Л/ЭО, ДОТ[2]	ПЗ/ЭО, ДОТ	ЛР	КСР		
Тема 5. Элементы теории игр. Принцип «минимакса». Элементарные методы решения игр $2\times 2, 2\times n, m\times 2$.	7	1		–	–	6	О, РЗ
Тема 6. Приведение матричной игры к задаче линейного программирования. Игры с природой.	6			–	–	6	О, Т
Тема 7. Линейные балансовые модели в экономике. Модель Леонтьева.	6			–	–	6	О, РЗ
Тема 8. Предельный анализ экономических процессов. Производственные функции. Предельные показатели.	6			–	–	6	О, РЗ
Тема 9. Модель поведения производителя.	6			–	–	6	О, РЗ, РК
Тема 10. Задачи оптимизации в экономике. Задача оптимизации выбора потребителя.	6			–	–	6	Кр
Промежуточная аттестация	4						зачет
ИТОГО:	**72**	**4**	**4**	**–**	**–**	**60**	**9**

Примечание: 1 – формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), тестирование (Т), контрольная работа (Кр), решение задач (РЗ), решение кейсов (РК).

Содержание дисциплины.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 1.	Задача о назначениях. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.	Постановка задачи. Математическая модель задачи о назначениях. Лемма об оптимальности. Венгерский алгоритм решения задачи на минимум (максимум). Эквивалентные преобразования, «расстановка меток».
Тема 2.	Задача коммивояжера. Поиск оптимального решения.	Общая постановка и математическая модель задачи. Связь с задачей о назначениях. Алгоритм решения задачи коммивояжера. Метод ветвей и границ. Критерий оптимальности. Склейка циклов. Дерево вариантов,эвристический алгоритм.
Тема 3.	Элементы теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе.	Определение графа. Способы задания графа. Характеристики графа. Вершины, ребра, дуги. Маршрут, цепь, простая цепь. Путь и цикл в графе. Связность графа, деревья. Ориентированные графы. Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы. Решение задачи о кратчайшем пути в графе. Алгоритм расстановки меток.
Тема 4.	Сетевое планирование и управление. Сетевые модели.	Назначение и области применения сетевого планирования и управления. Назначение, характеристика и структура СПУ. Сетевая модель. Построение сетевого графика. Критический путь. Критическая работа. Резерв времени. Оптимизация сетевых моделей.
Тема 5.	Элементы теории игр. Принцип «минимакса». Элементарные методы решения игр $2\times 2, 2\times n, m\times 2$.	Теория игр как математическая теория конфликтных ситуаций. Историческая справка. Основные понятия. Терминология. Антагонистическая игра или игра с нулевой суммой. Личный и случайный ходы. Теоремы фон Неймана. Стратегия игрока. Чистые и смешанные стратегии. Цель теории игр. Решение игры. Платежная матрица. Вполне определенные игры. Нижняя и верхняя цены игры. Принцип «Минимакса». Игры с седловой точкой. Чистая цена игры. Решение игры в чистых стратегиях. Элементарные методы решения игр 2×2, $2\times \boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{m}\times 2$. Геометрическая интерпретация. Симметрические игры.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 6.	Приведение матричной игры к задаче линейного программирования. Игры с природой.	Моделирование и разрешение игры $m \times n$ как задачи линейного программирования. Принятие решений в условиях неопределенности. Игры с природой. Принципы математического моделирования. Постановка задачи. Матрицы последствий и рисков. Принятие решений в условиях полной неопределенности. Правило Вальда (правило крайнего пессимизма). Правило Сэвиджа (правило минимального риска). Правило Гурвица (взвешивающее пессимистический и оптимистический подходы к ситуации). Принятие решений в условиях частичной неопределенности. Правило максимизации среднего ожидаемого дохода. Правило минимизации среднего ожидаемого риска. Байесовский подход к принятию решений.
Тема 7.	Линейные балансовые модели в экономике. Модель Леонтьева.	Основная задача межотраслевого баланса. Матричная модель Леонтьева межотраслевого баланса. Структура и содержание таблицы межотраслевого баланса. Показатели использования ресурсов. Матрица коэффициентов прямых затрат. Критерий продуктивности. Матрицы коэффициентов косвенных и полных затрат. Конечный продукт.
Тема 8.	Предельный анализ экономических процессов. Производственные функции. Предельные показатели.	Производственные функции. Производственная функция Кобба – Дугласа. Предельные показатели. Ценовая эластичность, предельный продукт, фондоотдача, фондовооруженность, предельная производительность. Предельные нормы замещения. Их экономический смысл. Моделирование производственной функции. Изокванты.
Тема 9.	Модель поведения производителя.	Теория одноресурсной фирмы. Многоресурсные функции. Модель оптимального поведения производителя. Золотое правило экономики. Законы Госсена.
Тема 10.	Задачи оптимизации в экономике. Задача оптимизации выбора потребителя.	Постановка задачи. Функция полезности. Основные свойства. Законы Госсена. Точка спроса потребителя. Кривая безразличия. Предельные нормы замещения. Метод Лагранжа исследования на условный экстремум функции многих переменных. Предельная полезность.

Самостоятельная работа студентов при изучении дисциплины.

Самостоятельная работа является неотъемлемым элементом учебного процесса. При самостоятельной работе достигается конкретное усвоение учебного материала, развиваются теоретические способности, столь важные для современной подготовки специалистов. Формы самостоятельной работы студентов по дисциплине: написание конспектов, подготовка ответов к вопросам, написание рефератов, решение кейсов, исследовательская работа, выполнение контрольной работы.

Самостоятельная работа студентов по дисциплине Б1.В.ДВ.04.02 «Экономико-математические модели и методы» включает следующие виды работ:

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Форма контроля	
			Очная форма	**Заочная форма**
1.	Линейное и целочисленное программирование.	1. Составление математической модели и решение задачи ЛП графическим и симплексным методом. 2. Производственная задача. Анализ полученного решения. 3. Целочисленное программирование. Решение задач методом Гомори. 4. Решение задач линейного программирования в пакете MSExcel.	О, РЗ	О, РЗ
2.	Теория двойственности.	Составление двойственной задачи к производственной. Основные теоремы теории двойственности. Анализ оптимального плана двойственной задачи. Решение задачи двойственным симплексным методом.	О, РЗ, РК	О, РЗ, РК
3.	Транспортная задача.	1. Математическая модель транспортной задачи. Решение транспортной задачи методом потенциалов. 2. Особенности, возникающие при решении транспортной задачи. Открытая модель транспортной задачи. Вырожденность опорного плана.	О, РЗ, РК	О, РЗ, РК
4.	Теория игр.	Теоретические основы матричных игр. Теорема Неймана. Равновесие Нэша. Решение игры в смешанных стратегиях. Игры $m \times n$: сведение игры к задаче линейного программирования.	О, РЗ, Кр	О, РЗ
5.	Сетевые графики	Расчет временных параметров, построение сетевого графика и распределение ресурсов. Учет стоимостных факторов при реализации сетевого графика. Минимизация сети.	О, РЗ	О, РЗ

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Форма контроля	
			Очная форма	Заочная форма
6.	Системы массового обслуживания.	Решение СМО с отказом, СМО с неограниченным ожиданием, СМО с ожиданием с ограниченной длиной очереди.	О, РЗ, Т	О, Т
7.	Элементы теории графов.	Графы. Основные определение. Матрицы графов. Достижимость и связность. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья и циклы. Кратчайший путь в графе.	РЗ, Кр	О, РЗ
8.	Модели нелинейной оптимизации. Условный экстремум.	Постановка задачи о нахождении условного экстремума. Модель оптимального поведения производителя. Модель поведения потребителя. Решение методом множителей Лагранжа. Экономический анализ. Законы Госсена.	О, РЗ	О, РЗ, РК

4. Фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

- – при проведении занятий лекционного типа: тестирование, опрос;
- – при проведении практических занятий: устный опрос, решение задач, тестирование, кейс – задачи.

Текущая аттестация по дисциплине «Методы оптимальных решений» проводится в форме оценки и анализа результатов выполнения студентами практических заданий, контрольных работ и тестов по соответствующим темам курса.

<u>Объектами оценивания выступают:</u>

- ◇ учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине);
- ◇ степень усвоения теоретических знаний;
- ◇ уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- ◇ результаты самостоятельной работы.

<u>Фонд текущего контроля включает:</u>

→ теоретический опрос;

→ решение типовых задач;

→ тестирование;

→ решение кейс – задач;

→ выполнение контрольных работ.

4.1.2. Промежуточные аттестации проводится в формах: **экзамен + контрольная работа** (4 – семестр)**.**

Список вопросов к экзаменам и примерный тип задач представлены в п.4.3.

К сдаче экзамена по дисциплине допускаются студенты, получившие не меньше 60 баллов при текущей аттестации. При подготовке к экзамену студент внимательно просматривает вопросы, предусмотренные рабочей программой, и знакомиться с рекомендованной основной литературой. Основой для сдачи экзамена студентом является изучение конспектов обзорных лекций, прослушанных в течение семестра, информация, полученная в результате самостоятельной работы, и практические навыки, освоенные при решении задач в течение семестра.

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Практические задания по темам.

Тема 1. Задача о назначениях.

Рассматриваемые вопросы:

1. Математическая модель задачи о назначениях.
2. Лемма об оптимальности.
3. Эквивалентные преобразования.
4. Алгоритм решения задачи на минимум.
5. Алгоритм решения задачи на минимум.

Практические задания:

I. Решить задачу о назначениях на максимум.

1.

14	6	6	10	7	8
11	3	6	2	6	14
14	9	11	13	4	15
2	5	7	15	7	6
14	4	1	1	12	13
3	8	15	1	15	3

2.

11	9	9	8	10	4
6	14	10	6	9	8
7	13	13	4	11	14
2	3	9	10	2	9
8	14	10	11	12	5
4	15	2	4	1	4

3.

3	2	13	11	1	7
5	7	11	6	12	15

4.

6	3	2	3	14	8
12	2	11	2	4	12

8	4	11	6	9	10
6	2	4	7	7	5
14	10	7	13	11	12
12	12	12	4	3	13

6	5	15	13	3	2
9	4	11	1	14	12
12	8	2	8	11	9
7	7	3	6	2	13

Ответы

1. $L = 79$. Назначения: $x_{26}= 1$; $x_{32}= 1$; $x_{44}= 1$; $x_{63}= 1$; $x_{11}= 1$; $x_{55}= 1$.
2. $L = 72$. Назначения: $x_{11}= 1$; $x_{36}= 1$; $x_{44}= 1$; $x_{55}= 1$; $x_{62}= 1$; $x_{23}= 1$.
3. $L = 70$. Назначения: $x_{26}= 1$; $x_{51}= 1$; $x_{62}= 1$; $x_{13}= 1$; $x_{35}= 1$; $x_{44}= 1$.
4. $L = 71$. Назначения: $x_{15}= 1$; $x_{21}= 1$; $x_{34}= 1$; $x_{52}= 1$; $x_{66}= 1$; $x_{43}= 1$.

II. Решить задачу о назначениях на минимум.

1. $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & 10 & 10 & 11 \\ 2 & 12 & 6 & 12 & 9 & 11 \\ 5 & 2 & 13 & 14 & 7 & 1 \\ 14 & 7 & 14 & 14 & 2 & 1 \\ 1 & 9 & 8 & 8 & 4 & 2 \\ 1 & 11 & 2 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$ **2.** $\begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 & 14 & 6 & 8 \\ 5 & 3 & 6 & 14 & 3 & 13 \\ 8 & 5 & 1 & 9 & 14 & 14 \\ 2 & 15 & 2 & 11 & 10 & 8 \\ 6 & 10 & 2 & 8 & 12 & 11 \\ 5 & 7 & 5 & 3 & 13 & 8 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 8 & 12 & 14 & 6 & 10 & 3 \\ 14 & 7 & 5 & 11 & 14 & 13 \\ 10 & 7 & 14 & 9 & 13 & 8 \\ 14 & 13 & 3 & 15 & 9 & 11 \\ 12 & 6 & 5 & 9 & 12 & 5 \\ 10 & 11 & 14 & 12 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ **4.** $\begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 & 4 & 11 & 4 \\ 10 & 8 & 13 & 8 & 14 & 7 \\ 3 & 14 & 10 & 9 & 13 & 8 \\ 3 & 2 & 12 & 9 & 11 & 1 \\ 11 & 14 & 1 & 14 & 12 & 3 \\ 9 & 11 & 15 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$

Ответы

1. $L = 16$. Назначения: $x_{21}= 1$; $x_{32}= 1$; $x_{45}= 1$; $x_{56}= 1$; $x_{64}= 1$; $x_{13}= 1$.
2. $L= 23$. Назначения: $x_{16}= 1$; $x_{25}= 1$; $x_{41}= 1$; $x_{64}= 1$; $x_{32}= 1$; $x_{53}= 1$.
3. $L= 32$. Назначения: $x_{31}= 1$; $x_{43}= 1$; $x_{65}= 1$; $x_{14}= 1$; $x_{22}= 1$; $x_{56}= 1$.
4. $L= 26$. Назначения: $x_{31}= 1$; $x_{53}= 1$; $x_{65}= 1$; $x_{22}= 1$; $x_{46}= 1$; $x_{14}= 1$.

Тема 2. Задача коммивояжера

Рассматриваемые вопросы:

1. Математическая модель задачи коммивояжера.

2. Алгоритм решения. Метод ветвей и границ.

3. Дерево вариантов. Склейка циклов.

Практические задания:

Задана матрица расстояний между городами. Найти кратчайший способ циклического объезда всех городов и длину кратчайшего пути.

Задача_1.

X	4	5	3

6	X	7	2
5	7	X	8
4	2	3	X

Задача_2.

X	3	2	4	3
1	X	7	10	8
5	1	X	2	4
8	4	3	X	4
2	3	7	4	X

Задача_3.

X	90	80	40	100
60	X	40	50	70
50	30	X	60	20
10	70	20	X	50
20	40	50	20	X

Задача_4.

Испекла бабка колобок и поставила его остывать на окошко. И решил колобок, что пока он остывает, он вполне может обежать лес, посмотреть на лесных жителей и снова вернуться к деду и бабке. Сказано – сделано. Спрыгнул колобок из окошка и покатился в лес. Помогите колобку найти кратчайший маршрут его движения по лесу, если расстояния между норами лесных жителей, а также домом деда и бабки даны в таблице.

	Дед и бабка	Заяц	Волк	Медведь	Лиса
Дед и бабка	X	6	4	5	2
Заяц	6	X	3	3,5	4,5
Волк	4	3	X	5,5	5
Медведь	5	3,5	5,5	X	2
Лиса	2	4,5	5	2	X

Задача_5.

X	8	2	7	7	1
15	X	4	5	9	3
2	14	X	13	4	2
6	4	13	X	6	8
2	1	4	5	X	15
18	13	7	10	3	X

Ответ: Склейка циклов $1 \to 3 \to 6 \to 5 \to 1$ и $2 \to 4 \to 2$. Кратчайший цикл:
$1 \to 3 \to 6 \to 5 \to 2 \to 4 \to 1$. Длина 19.

Задача_6.

	16	2	14	9	10
20		7	11	3	3
1	20		15	17	14
18	6	19		17	7
5	20	15	6		1
16	16	8	16	4	

Ответ: Склейка циклов $2 \to 6 \to 5 \to 4 \to 2$ и $1 \to 3 \to 1$. Кратчайший цикл: $1 \to 4 \to 2 \to 5 \to 6 \to 3 \to 1$. Длина 33.

Задача_7.

M	3	2	1	0	55
53	M	66	20	M	71
69	3	M	0	1	0
0	0	8	M	1	6
6	13	0	97	M	11
9	0	74	9	61	M

Ответ: Длина 67.

Тема 3. Элементы теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе.

Рассматриваемые вопросы:

1. Определение графа. Способы задания графа. Матрица смежности. Матрица инцидентности.
2. Характеристики графа. Путь и цикл в графе. Связность графа, деревья. Изображение графа.
3. Математическая модель задачи о кратчайшем пути в графе.
4. Алгоритм решения (алгоритм расстановки меток).

Практические задания:

I. По заданной матрице смежности нарисовать граф и найти матрицу инцидентности.

1) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 2) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

II. По заданной матрице инцидентности нарисовать ориентированный граф и найти матрицусмежности.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

III. Задан граф с 20 вершинами, расположенными в виде прямоугольника 4×5 и изображенными кружочками. Каждая вершина соединена с соседями справа, слева, снизу, сверху неориентированными ребрами. Длины ребер указаны числами, находящимися между вершинами. Найти длины кратчайших путей из левой верхней вершины в каждую вершину графа.

1.
```
° 5 ° 7 ° 3 ° 7 °
2   4   3   6   3
° 4 ° 6 ° 5 ° 6 °
6   5   3   3   2
° 5 ° 2 ° 5 ° 6 °
7   4   7   4   7
° 2 ° 6 ° 2 ° 2 °
```

2.
```
° 2 ° 6 ° 7 ° 6 °
3   7   4   7   5
° 4 ° 2 ° 4 ° 2 °
3   3   6   6   3
° 6 ° 6 ° 5 ° 5 °
7   3   4   7   3
° 7 ° 5 ° 6 ° 2 °
```

3.
```
° 2 ° 5 ° 7 ° 4 °
2   3   5   5   5
° 3 ° 7 ° 4 ° 4 °
3   3   5   3   5
° 7 ° 4 ° 5 ° 6 °
3   5   7   5   5
° 4 ° 3 ° 2 ° 2 °
```

4.
```
° 6 ° 3 ° 3 ° 4 °
2   6   2   2   7
° 4 ° 7 ° 2 ° 2 °
3   4   5   7   3
° 3 ° 3 ° 4 ° 5 °
4   6   6   4   7
° 5 ° 6 ° 6 ° 6 °
```

5.
```
° 2 ° 3 ° 2 ° 3 °
3   7   4   4   2
° 2 ° 3 ° 6 ° 3 °
6   6   4   4   4
° 2 ° 7 ° 2 ° 5 °
5   3   6   6   7
° 2 ° 6 ° 2 ° 4 °
```

6.
```
° 2 ° 4 ° 6 ° 7 °
6   2   7   3   3
° 6 ° 6 ° 4 ° 2 °
5   3   4   3   4
° 6 ° 2 ° 7 ° 5 °
4   5   7   4   2
° 4 ° 3 ° 6 ° 5 °
```

ОТВЕТЫ

1.
```
 0  5 12 15 22
 2  6 12 17 23
 8 11 13 18 24
15 15 20 22 24
```

2.
```
 0  2  8 15 20
 3  7  9 13 15
 6 10 15 19 18
13 13 18 23 21
```

3.
```
 0  2  7 14 18
 2  5 12 16 20
 5  8 12 17 23
 8 12 15 17 19
```

4.
```
 0  6  9 12 16
 2  6 11 13 15
 5  8 11 15 18
 9 14 17 19 25
```

5.
```
 0  2  5  7 10
 3  5  8 11 12
 9 11 12 14 16
14 14 18 20 23
```

6.
```
 0  2  6 12 18
 6  4 10 14 16
11  7  9 16 20
15 12 15 20 22
```

Тема 4. Сетевое планирование и управление. Сетевые модели.

Рассматриваемые вопросы:

1. Граф. Сетевая модель. Сетевой график.
2. Основные элементы сетевого графика.
3. Обязательные требования при построении сетевых графиков.
4. Критерий оптимальности сетевой модели. Критический путь.
5. Оптимизация комплекса работ по критерию времени.

Практические задания:

Задача_1.

Предположим, что при составлении плана подготовки выставки товаров выделено шесть различных работ. Для каждой работы определены предшествующие и завершающие события, указана предполагаемая продолжительность каждой работы. Вся информация предложена в таблице.

№ п/п	Содержание работ	Длительность работ (дней)	Опорные работы
1.	Подбор кадров	6	—

2.	Заказ товаров	5	—
3.	Ремонт помещения	8	—
4.	Размещение товаров	12	2
5.	Обучение кадров	9	1
6.	Оформление торг. зала	4	3, 4, 5

Требуется:

1. Построить первоначальный сетевой график.
2. Определить ранние сроки начала и окончания работ.
3. Определить самые поздние сроки начала и окончания каждой работы.
4. Определить полные резервы времени.
5. Найти критический путь и критические работы.

Задача_2.

По предложенной таблице, описывающей сетевую модель,

Коды работ	1 – 2	2 – 3	3 – 8	1 – 4	4 – 6	4 – 7	6 – 7	7 – 8	1 – 5	5 – 8	2 – 4	5 – 6
Длительность (дни)	7	1	4	8	8	9	5	3	4	12	0	0

Требуется:

1. Построить первоначальный сетевой график.
2. Определить ранние сроки начала и окончания работ.
3. Определить самые поздние сроки начала и окончания каждой работы.
4. Определить полные резервы времени.
5. Найти критический путь и критические работы.

Задача_3.

Код работы	0 – 1	0 – 2	1 – 3	2 – 3	2 – 4	3 – 5	4 – 5	3 – 6	4 – 6	5 – 6
Продолжительность	2	3	2	3	2	3	7	2	5	6

Требуется:

1. Построить первоначальный сетевой график.
2. Определить ранние сроки начала и окончания работ.
3. Определить самые поздние сроки начала и окончания каждой работы.
4. Определить полные резервы времени.
5. Найти критический путь и критические работы.

Задача_4.

По предложенной таблице, описывающей сетевую модель,

№ работы	Предшествующие работы	Длительность
1	—	4
2	—	6
3	1, 2	7
4	2	3
5	3	4
6	4	5

Требуется:

1. Построить первоначальный сетевой график.
2. Определить ранние сроки начала и окончания работ.
3. Определить самые поздние сроки начала и окончания каждой работы.
4. Определить полные резервы времени.
5. Найти критический путь и критические работы.

Задача_5.

Предположим, что при составлении плана подготовки выставки товаров выделено шесть различных работ. Для каждой работы определены предшествующие и завершающие события, указана предполагаемая продолжительность каждой работы и приведены коэффициенты пересчёта ресурсов (таблица).

Таблица

№ п/п	**Наименование работ**	**Обозначение работы a_i**	**Опорные работы a_j**	**Длительность работ t_i (дней)**	**Коэффициент пересчета ресурсов c_i**
1.	Подбор кадров	a_1	–	$t_1 = 6$	$c_1 = 0{,}1$
2.	Заказ товаров	a_2	–	$t_2 = 5$	$c_2 = 0{,}2$
3.	Ремонт помещения	a_3	–	$t_3 = 8$	$c_3 = 0{,}3$
4.	Размещение товаров	a_4	a_2	$t_4 = 12$	$c_4 = 0{,}4$
5.	Обучение кадров	a_5	a_1	$t_5 = 9$	$c_5 = 0{,}5$
6.	Оформление торг. зала	a_6	a_3, a_4	$t_6 = 4$	$c_6 = 0{,}6$

Требуется:

1. Построить первоначальный сетевой график.
2. Провести оптимизацию всего комплекса работ по критерию времени.

3. На каждом этапе отразить результат в виде промежуточного сетевого графика в масштабе времени.
4. Построить оптимальный сетевой график.
5. Определить экономию времени в результате перераспределения ресурсов.

Тема 5. Теория игр.

Рассматриваемые вопросы:

1. Теория игр как математическая теория конфликтных ситуаций. Основные понятия.
2. Нижняя и верхняя цены игры. Принцип «минимакса». Игра с седловой точкой. Чистая цена игры. Решение игры в чистых стратегиях.
3. Смешанные стратегии. Теоретические основы решения задач в смешанных стратегиях. Теоремы Неймана.
4. Алгоритмы решения игр $2\times 2, 2\times n, m\times 2$. Геометрическая интепретация.
5. Моделирование и разрешение игры $\boldsymbol{m}\times\boldsymbol{n}$ как задачи линейного программирования.

Практические задания:

Задача № 1. (Чистые стратегии). Для следующих матриц найти оптимальные стратегии игроков, седловую точку и оптимальное решение игры:

а) $\begin{pmatrix} 5 & 7 & 11 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 0 & 3 & 2 \\ 4 & 8 & 9 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 & 4 \\ 5 & -1 & 4 & -3 & 7 \\ 9 & -2 & 6 & 8 & 2 \\ 3 & -3 & 5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ с) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 7 \\ -3 & 0 & 1 & 7 & -1 \\ 4 & 1 & 9 & 6 & 8 \end{pmatrix}$.

Задача № 2. (Доминирование). Используя принцип доминирования, свести исходную матрицу игры к матрице меньшей размерности:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} -3 & -2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & -4 & 8 & 6 \end{pmatrix}$ с) $\begin{pmatrix} 5 & 7 & 0 & 6 \\ 0 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 8 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Задача № 3. (Смешанные стратегии). Для платежной матрицы найти оптимальные стратегии игроков и значение игры:

а) $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ с) $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$.

Задача № 4. (Симметрические игры). Найти оптимальные стратегии игроков для игры, заданной кососимметрической матрицей:

а) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача № 5. Найти оптимальные стратегии игроков и значение игры, заданной матрицами:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 11 \\ 7 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 6 \\ 2 & 7 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$.

Задача №6. Найти решение игры, сведением к задаче линейного программирования.

а) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ б) $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 6 & 7 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Задача №7. Магазин может завезти в различных пропорциях товары трех типов $(\boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{A}_2, \boldsymbol{A}_3)$; их реализация и прибыль магазина зависят от вида товара и состояния спроса. Предполагается, что спрос может иметь три состояния $(\boldsymbol{B}_1, \boldsymbol{B}_2, \boldsymbol{B}_3)$ и не прогнозируется. Определить оптимальные пропорции в закупке товаров из условия максимизации средней гарантированной прибыли при следующей матрице прибыли:

Тип товара	Спрос		
	$\boldsymbol{B}_1$	$\boldsymbol{B}_2$	$\boldsymbol{B}_3$
$\boldsymbol{A}_1$	20	15	10
$\boldsymbol{A}_2$	16	12	14
$\boldsymbol{A}_3$	13	18	15

Найти решение игры, заданной матрицей:

1. $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$	2. $\begin{pmatrix} 1{,}5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	3. $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$	4. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
5. $\begin{pmatrix} 50 & 20 \\ 30 & 40 \end{pmatrix}$	6. $\begin{pmatrix} 0{,}75 & 0{,}35 \\ 0{,}6 & 0{,}8 \end{pmatrix}$	7. $\begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & 4 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 6 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	8. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
9. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$	10. $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 4 \\ 0 & 5 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$	11. $\begin{pmatrix} 12 & 2 \\ 10 & 7 \\ 7 & 9 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$	12. $\begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 & 6 \\ 9 & 6 & 5 & 10 \end{pmatrix}$
13*. $\begin{pmatrix} 2 & 10 & 3 & 14 & 5 \\ 8 & 9 & 5 & 6 & 7 \\ 10 & 8 & 4 & 8 & 12 \end{pmatrix}$	14. $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	15. $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$	16. $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Тема 6. Игры с природой.

Рассматриваемые вопросы:

1. Принципы математического моделирования. Постановка задачи. Матрицы последствий и рисков. Принятие решений в условиях полной неопределенности.
2. Правило Вальда (правило крайнего пессимизма).
3. Правило Сэвиджа (правило минимального риска).
4. Правило Гурвица (взвешивающее пессимистический и оптимистический подходы к ситуации).
5. Принятие решений в условиях частичной неопределенности. Правило максимизации среднего ожидаемого дохода. Правило минимизации среднего ожидаемого риска. Байесовский подход к принятию решений.

Практические задания:

1. Возможно строительство четырех типов электростанций: A_1(тепловых), A_2(приплотинных), A_3 (бесшлюзовых), A_4 (шлюзовых). Состояния природы обозначим P_1, P_2, P_3, P_4. Экономическая эффективность строительства отдельных типов электростанций изменяется в зависимости от состояния природы и задана матрицей: $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$. Используя критерии принятия решений в условиях неопределенности, дать рекомендацию относительно выбора типа электростанции.

2. Установленное на предприятии сложное и дорогостоящее оборудование после пяти лет работы может оказаться в одном из трех состояний:
   B_1 – оборудование вполне работоспособно и требует лишь небольшого текущего ремонта;
   B_2– некоторые детали значительно износились и требуют серьезного ремонта или замены;
   B_3– основные детали износились настолько, что дальнейшая эксплуатация оборудования невозможна. Для предприятия возможны три различных способа действия: **A_1** – оставить оборудование в работе еще на год, проведя незначительный ремонт своими силами; **A_2**– провести капитальный ремонт оборудования с вызовом специальной бригады ремонтников; **A_3**– заменить оборудование новым. Потери, которые несет предприятие при различных способах действия, приведены в таблице последствий в относительных денежных единицах.

	B_1	**B_2**	**B_3**
A_1	1	5	7
A_2	3	2	6
A_3	5	4	3

3. При игре с природой задана платежная матрица **A**

Определить:

1. Матрицу рисков R и оптимальные стратегии первого игрока при использовании им а) критерия максимакса; б) критерия Вальда; в) критерия Сэвиджа и г) критерия Гурвица с коэффициентом пессимизма p;

2. Определить оптимальную стратегию при известном векторе вероятностей состояний природы $\mathbf{P} = (p_1, p_2, p_3, p_4)$.

1. $A = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 4 & 16 \\ 12 & 18 & 5 & 22 \\ 14 & 12 & 18 & 11 \\ 6 & 21 & 17 & 8 \end{pmatrix}; \quad p = 0,1; \quad \boldsymbol{P} = (0,3;\, 0,1;\, 0,2;\, 0,4)$

2. $A = \begin{pmatrix} 11 & 14 & 5 & 15 \\ 13 & 17 & 6 & 21 \\ 15 & 11 & 19 & 10 \\ 7 & 20 & 18 & 7 \end{pmatrix}; \quad p = 0,2; \quad \boldsymbol{P} = (0,1;\, 0,2;\, 0,3;\, 0,4)$

Тема 7. Линейные балансовые модели в экономике. Модель Леонтьева.

Рассматриваемые вопросы:

1. Линейные модели в экономике. Балансовый анализ.
2. Модель Леонтьева. Основная задача межотраслевого баланса.
3. Коэффициенты прямых затрат. Матрица полных затрат.

Практические задания:

I. Завершить составление баланса, располагая следующими данными об экономической системе, состоящей из трех экономических объектов (P_1 – промышленность, P_2 – сельское хозяйство, P_3 – транспорт).

Задача_1

Отрасли	P_1	P_2	P_3	$\sum$	X	Y
P_1	**20**	**50**	30	100	**200**	**300**
P_2	**10**	**0**	**40**	50	450	**500**
P_3	**0**	60	100	160	**240**	400
$\sum$	30	110	170	**310**		
V	270	**390**	230			
X	300	500	400			

Задача_2

	P_1	P_2	Σ	Y	X
P_1	160	0		140	
P_2	40	140			
Σ					
V					
X		300			

Задача_3

	P_1	P_2	Σ	Y	X
P_1	15	25			
P_2	0	33		47	
Σ					
V	45				
X					

Задача_4

	P_1	P_2	Σ	Y	X
P_1		12			
P_2	6		18		50
Σ					
V	29				
X	40				

Задача_5

	P_1	P_2	Σ	Y	X
P_1	19	31			
P_2	42	0		58	
Σ					
V	99				
X					

Задача_6

	P_1	P_2	Σ	Y	X
P_1		12		15	
P_2		0	19		
Σ					
V		10			
X	30				

Задача_7

	P_1	P_2	Σ	Y	X
P_1		10	21	15	
P_2					
Σ		19	47		
V		23			
X					

Задача_8

	P_1	P_2	P_3	Σ	Y	X

P_1	20		50	100		
P_2		70		210	240	
P_3	40			190		
Σ						
V	160	210	150			
X	300					

Задача_9

	P_1	P_2	P_3	Σ	Y	X
P_1	15	19		45		200
P_2		0			150	200
P_3	82	18			100	
Σ				245		
V	82					
X						

II. Используя отчетный баланс: 1) найти a_{ij}; 2) построить систему балансовых уравнений в двух формах; 3) по вектору Y найти вектор X; 4) найти вектор Y, если дан X; 5) определить матрицы коэффициентов полных и косвенных затрат; 6) построить новые балансовые таблицы.

Задача_1

	P_1	P_2	Σ	Y	X
P_1	5	12	17	23	40
P_2	6	12	18	32	50

$$Y=\begin{pmatrix}10\\20\end{pmatrix},X=\begin{pmatrix}50\\100\end{pmatrix}$$

Задача_2

	P_1	P_2	Σ	Y	X
P_1	160	0	160	140	300
P_2	40	40	80	120	200

$$Y=\begin{pmatrix}50\\50\end{pmatrix},X=\begin{pmatrix}200\\100\end{pmatrix}$$

Задача_3

	P_1	P_2	Σ	Y	X
P_1	19	31	50	110	160
P_2	42	0	42	58	100

$$Y=\begin{pmatrix}100\\60\end{pmatrix},\ X=\begin{pmatrix}100\\150\end{pmatrix}$$

III-a. По данному вектору объемов производства X найти вектор–столбец конечной продукции Y.

$$A=\begin{pmatrix}0,4 & 0\\0,1 & 0,5\end{pmatrix},X=\begin{pmatrix}100\\50\end{pmatrix}.$$

III-b. По известному вектору конечной продукции Y найти вектор объемов производства X.

$$A=\begin{pmatrix}0,4 & 0\\0,1 & 0,5\end{pmatrix},Y=\begin{pmatrix}60\\15\end{pmatrix}$$

IV. Завершите заполнение отчетного баланса «затраты–выпуск». По известному вектору конечной продукции найдите вектор объемов производства и составить новую балансовую таблицу

Задача_1

	P_1	P_2	Σ	Y	X
P_1	10	40		50	
P_2	50	0		150	

$$Y=\begin{pmatrix}100\\50\end{pmatrix}$$

Задача_2

	P_1	P_2	P_3	Y	X

P_1	18	0	20		180
P_2	36	0	40	80	
P_3	9	15	60		200

$$Y = \begin{pmatrix} 177{,}6 \\ 105{,}2 \\ 168{,}05 \end{pmatrix}$$

Тема 8-9. Предельный анализ в экономике процессов. Производственные функции.

Рассматриваемые вопросы:

1. Производственные функции. Функция Кобба – Дугласа.
2. Свойства и основные характеристики производственных функций. Линии уровня (изокванты) производственных функций. Средняя производительность труда. Средняя фондоотдача. Средняя фондовооруженность.
3. Использование производственных функций в задачах экономического анализа, прогнозирования и планирования.
4. Предельные показатели. Эластичность (относительная производная). Предельная производительность. Предельная норма замещения ресурсов. Эластичность производства. Ценовая эластичность.

Практические задания:

0. *Объем добычи щебня y(т/ч) зависит от количества вложенного труда x(чел./час):* $y = 6\sqrt{x}$. *Цена щебня 40 руб./т, зарплата рабочего 30 руб./ч. Кроме зарплаты, другие издержки не учитываются. Найдите оптимальное количество вложенного труда (рабочих). Решение: x=16.*

1. Производственная функция описывается функцией Кобба–Дугласа $f(x, y) = 1500x^{\frac{2}{5}}y^{\frac{3}{5}}$, где x – затраты капитала, y– затраты труда. Рассчитать предельную и среднюю фондоотдачу; предельную и среднюю производительность труда при $x = 243$, $y = 32$.

2. Фирма работает в условиях совершенной конкуренции: выпускает один вид продукции, используя при этом два вида ресурсов. Производственная функция равна $f(x, y) = xy$, цена реализации продукции – 20 д.е., ресурсы приобретаются по ценам $p_1 = 100$ д.е., $p_2 = 200$ д.е. соответственно. Решить задачу фирмы максимизации прибыли.

3. В небольшой теплице ежедневно снимаемый урожай огурцов yкг зависит от числа работников x: $y = 4\sqrt{x} + 4\ln(x)$. Найдите оптимальное число работников, если дневная зарплата работника равна цене 2 кг огурцов.

4. Несколько семей рыбаков сообща владеют небольшим рыболовецким судном. Объем добычи рыбы y (кг/день) зависит от количества рыбаков x на судне: $y = 100\sqrt{x}$. Цена одного кг рыбы

8000 руб., зарплата рыбака p=100000 (руб./день). Найти оптимальный размер бригады рыбаков. *Решение: x=16.*

5. Для функций: $z=\left(x^2y+1\right)^2$, $z(x,y)=(y-1)x^2$, $z(x,y)=xy+y^2$:

а) построить линии уровня при C=0 и C=1;

б) найти частные производные до второго порядка включительно в точке (1;1);

в) найти градиент в точке (2;3);

г) найти дифференциал в общем виде и в точке (3;5);

д) найти производную в точке (0;0) по направлению вектора $l=\overrightarrow{(1;4)}$;

е) найти направление и величину максимальной скорости роста функций в точке (1;1).

6. Пусть производственная функция есть функция Кобба – Дугласа. Чтобы увеличить выпуск продукции на 3%, необходимо увеличить фонды на 6% или численность рабочих на 9%. В настоящее время один работник за месяц производит продукции на 1 млн. руб., а всего работников 1000. Основные фонды оцениваются в 10 млрд. рублей. Запишите производственную функцию и найдите предельную производительность труда, предельную фондоотдачу, среднюю фондовооруженность, эластичности по обоим ресурсам. ($Y=1000\cdot K^{\frac{1}{2}}\cdot L^{\frac{1}{3}}$)

7. Завод за месяц производит продукции на 10 млн. руб. Его основные фонды также составляют 1 млн. руб. Подсчитано, что для увеличения выпуска на 1 млн. руб. необходимо приобрести оборудования на 0,3 млн. руб. Найти производственную функцию Кобба – Дугласа, для которой $\alpha+\beta=1$ и численность рабочих 1000 человек. ($Y=1000\cdot K^{\frac{1}{3}}\cdot L^{\frac{2}{3}}$)

8. Основные фонды фермерского хозяйства составляют 100 млн. руб. Количество работников равно 100. Когда пригласили еще 20 работников, то доход вырос на 10% и составил 1,1 млн. руб. Найти функцию Кобба – Дугласа, для которой $\alpha+\beta=1$. ($Y=100\cdot K^{\frac{1}{2}}\cdot L^{\frac{1}{2}}$)

9. Фирма производит в месяц продукции на 3 тыс. д.е. на 5 станках. Для увеличения прибыли на 500 д.е. необходимо приобрести еще 1 станок. Численность рабочих 5 человек. Составить функцию Кобба – Дугласа при условии $\alpha+\beta=1$. ($Y=600\cdot K^{\frac{5}{6}}\cdot L^{\frac{1}{6}}$)

10. Дана производственная функция $Y=3,2\cdot K^{0,4}\cdot L^{0,6}$. Произошло изменение производственных ресурсов: стоимость основных фондов возросла на 2%, а трудовые ресурсы в результате сокращения снизились на 3%. На сколько при этом изменился объем производимой продукции. (*ответ обосновать*).

11. Процесс производства описывается с помощью функции выпуска $Y = 0{,}05 \cdot K^{\frac{1}{3}} \cdot L^{\frac{2}{3}}$, (К=400, L=200). Предполагается увеличить трудовые ресурсы до 260. Сколько при этом высвободится производственных фондов.

12. Производственная функция (в денежном выражении) имеет вид $Y = 30 \cdot \sqrt{K} \cdot \sqrt[3]{L}$. Стоимость единицы первого ресурса – 5, второго – 10 ден. ед. Найти максимальную прибыль при использовании ресурсов.

13. Пусть производственная функция есть функция Кобба–Дугласа. Чтобы увеличить выпуск продукции на 1 %, надо увеличить основные фонды на 4 % или численность работников на 3 %. В настоящее время один работник за месяц производит продукции на 100000 руб., а всего работников L = 10000 . Основные фонды оцениваются в К = 10^6 руб. Найдите производственную функцию, среднюю фондоотдачу, среднюю производительность труда, фондовооруженность.

14. *Группа «челноков» в количестве E решила объединиться с N продавцами. Прибыль от дня работы (выручка минус расходы, но не зарплата) выражается формулой* $Y = 600(E \cdot N)^{\frac{1}{3}}$. *Зарплата «челнока» 120 руб. в день, продавца – 80 руб. в день. Найдите оптимальный состав группы из «челноков» и продавцов, т. е. сколько должно быть «челноков» и сколько продавцов.* Решение: $E \approx 7$, $N \approx 10$.

15. Бизнесмен решил основать небольшое автотранспортное предприятие. Ознакомившись со статистикой, он увидел, что примерная зависимость ежедневной выручки от числа автомашин А и числа рабочих N выражается формулой $Y = 900A^{1/2}N^{1/4}$. Амортизационные и другие ежедневные расходы на одну машину равны 400 руб., ежедневная зарплата рабочего 100 руб. Найдите оптимальную численность рабочих и автомашин.

16. Бизнесмен задумал открыть пивной бар. Предположим, что зависимость выручки Y (за вычетом стоимости пива и закусок) от числа столиков M и числа официантов F выражается формулой $Y = 200M^{\frac{2}{3}} \cdot F^{\frac{1}{4}}$. Расходы на один столик составляют 50 руб., зарплата официанта – 100 руб. Найдите оптимальный размер бара, т. е. число официантов и столиков.

17. Производство 60 единиц продукта требует затрат ресурсов в количествах $K = 12$, $L = 4$. Предельный продукт первого ресурса (предельная фондоотдача) составляет $F'_K = 3$. Чему равна предельная производительность?

18. Пусть производственная функция есть функция Кобба–Дугласа. Чтобы увеличить выпуск продукции на 2%, надо увеличить основные фонды на 4% или численность работников на 6%. В настоящее время один работник за месяц производит продукции на 1000 у.е., а всего работников 1000. Основные фонды оцениваются в 1 000 000 у.е. Найдите производственную функцию.

19. Процесс производства описывается с помощью степенной функции выпуска $Y = 0{,}5K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}$:

а) как следует изменить затраты *K*, чтобы компенсировать уменьшение *L* на 50% (уровень выпуска при этом сохраняется);

б) на сколько процентов уменьшатся затраты *K* при увеличении *L* на 25%?

в) как изменится выпуск, если затраты обоих ресурсов увеличить в 2 раза (уменьшить в 3 раза)?

г) во сколько раз надо увеличить затраты *L*, чтобы компенсировать уменьшение *K* в 4 раза?

20. Производственная функция (в денежном выражении) имеет вид $K(x, y) = 30\sqrt{x}\sqrt[3]{y}$ (x – количество единиц первого ресурса, y– второго). Стоимость единицы первого ресурса – 5, второго – 10 ден. ед. Найти максимальную прибыль при использовании ресурсов.

21. О фирме с мультипликативной (степенной) ПФ известны следующие факты. В настоящее время основные производственные фонды фирмы оцениваются в $K = 10^8$ д.е., всего в фирме занято 1000 сотрудников, каждый из которых производит продукции в среднем на 10^4 д.е. в месяц. Для увеличения выпуска на 3% необходимо увеличить основные производственные фонды на 6% или увеличить численность работников на 9%. Требуется найти ПФ. $\left\{F(K;L) = 100K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{3}}\right\}$

22. В условиях предыдущего примера известна средняя заработная плата сотрудник – 1000 д.е. в месяц и период амортизации основных производственных фондов – 12 месяцев. Требуется рассчитать оптимальный размер производственных фондов и оптимальную численность работников. Затем определить, во сколько раз увеличится прибыль фирмы при переходе к оптимальным затратам факторов производства. $\{K = 144\ 000\ 000; L = 8\ 000; \text{в шесть раз}\}$

23. Задана ПФ: $Y = Y_0K^{\frac{3}{4}}L^{\frac{1}{4}}$. На сколько единиц должны увеличиться затраты труда при уменьшении затрат капитала на одну единицу при неизменном выпуске продукции, если капиталовооруженность равна 6. $\{0,5\}$

Дополнительные задачи.

24. Заданы функции спроса $q(p) = 10 - p$ и предложения $s(p) = 3p - 6$. Найти: а) равновесную цену; б) эластичность спроса для равновесной цены; в) изменение дохода при изменении равновесной цены на 5%.

25. Заданы функции спроса $q(p) = \dfrac{p+8}{p+2}$ и предложения $s(p) = p + 0{,}5$. Найти: а) равновесную цену; б) эластичность спроса для равновесной цены; в) изменение дохода при изменении равновесной цены на 10%.

26. Заданы функции спроса $q(p)=7-p$ и предложения $s(p)=p+1$. Найти: а) равновесную цену; б) эластичность спроса и предложения для равновесной цены; в) изменение дохода при увеличении равновесной цены на 5%.

27. Известна функция спроса $d(p)=5-0,5p$. Проанализировать спрос при $p=2;5;9$. Определить при какой цене выручка оптимальна.

28. Предприятие производит x единиц продукции в месяц и реализует ее по цене $p=25-\frac{1}{30}x$. Суммарные издержки производства составляют $K=\frac{1}{15}x^2+5x+300$. Определить, при каком объеме производства прибыль предприятия будет максимальной.

Основные показатели, получаемые при анализе производственной функции

$Y=AK^{\alpha}L^{\beta}$ (K – объем производственных фондов, L – объем трудовых ресурсов)

1. Средняя производительность труда $\frac{Y}{L}$ (количество продукции, произведенное одним рабочим).
2. $\frac{L}{Y}$ – трудоемкость (количество труда на единицу выпускаемой продукции).
3. Средняя фондоотдача $\frac{Y}{K}$ (количество продукции, приходящееся на один станок).
4. $\frac{K}{Y}$ – капиталоемкость (капитал, приходящийся на единицу выпускаемой продукции).
5. Средняя фондовооруженность $\frac{K}{L}$ (стоимость фондов, приходящихся на единицу трудовых ресурсов, например на одного рабочего).

<u>Функции полезности.</u>

1. Дана функция полезности $u(x_1,x_2)=\sqrt{x_1x_2}$:
   a. Построить несколько кривых безразличия;
   b. Найти предельные полезности в точке (1;1); проверить положительность предельных полезностей и выполнение I – закона Госсена (убывание предельных полезностей);
   c. Найти эластичность по товарам в точке (2;3);
   d. Найти точку спроса при доходе 40 и ценах (4;1).
2. Дана функция полезности $u(x_1,x_2)=3\sqrt[3]{x_1}\sqrt[3]{x_2^2}$:

a. Найти предельные полезности в точке (1;1); проверить положительность предельных полезностей и выполнение I – закона Госсена (убывание предельных полезностей);
b. Найти эластичность по товарам в точке (2;2);
c. Найти точку спроса при доходе 50 и ценах (2;3).

3. Функция полезности потребителя задана уравнением $U = X^2Y$. Общий доход, которым располагает потребитель, равен 240 у.е. Цена товара *X*: P_x=4 у.е.; цена товара *Y*: P_y= 8 у.е. Найти точку спроса. *Решение:X=40, Y=10, U=16000 ютилей.*
4. Функция полезности потребителя задана уравнением $U = 2X + 5Y$. Общий доход, которым располагает потребитель, равен 1 000 у.е. Цена товара *X*: P_x=10 у.е.; цена товара *Y*: P_y=20 у.е. Найти точку спроса. *Решение:X=0, Y=50, U=250 ютилей.*
5. Функция полезности потребителя задана уравнением $U = \min\{2x, y\}$. Построить кривую безразличия при *U=4*. Общий доход, которым располагает потребитель, равен 1 000 у.е. Цена товара *X*: P_x=20 у.е.; цена товара *Y*: P_y=10 у.е. Найти точку спроса. *Решение:X=25, Y=50, U=50 ютилей.*
6. Функция полезности потребителя задана уравнением $U = X^{0,5} + Y$. Общий доход, которым располагает потребитель, равен 1000 у.е. Цена товара *X*: P_x=5 у.е.; цена товара *Y*: P_y=20 у.е. Найти точку спроса. *Решение:X=4, Y=49, U=51 ютилей.*
7. Потребитель выделил на приобретение двух товаров 3300 д.е. Цена первого товара 15 д.е., второго – 22 д.е. Функция полезности потребителя: U(*x*,*y*) = 60*x* + 90*y*. Решить задачу потребителя.
8. Потребитель тратит 600 рублей в месяц на приобретение двух товаров. Цена товара *X*– 20 рублей, а товара *Y*– 10 рублей. Задана функция полезности потребителя *U = XY*. Составить уравнение бюджетной линии. Найти предельную норму замещения. Определить оптимум потребителя. Представить графически. *Решение:X=15, Y=30, U=450 ютилей*.

Тема 10. Модель поведения потребителя.

Рассматриваемые вопросы:

1. Функция полезности. Основные свойства.
2. Законы Госсена.
3. Метод Лагранжа определения точки оптимального спроса потребления.
4. Предельная полезность.
5. Кривые безразличия.
6. Предельные нормы замещения. Экономический смысл.

Практические задания:

1. Дана функция полезности $u(x_1,x_2)=\sqrt{x_1x_2}$:
   1.1. Построить несколько кривых безразличия;
   1.2. Найти предельные полезности в точке (1;1); проверить положительность предельных полезностей и выполнение I – закона Госсена (убывание предельных полезностей);
   1.3. Найти эластичность по товарам в точке (2;3);
   1.4. Найти точку спроса при доходе 40 и ценах (4;1).
2. Дана функция полезности $u(x_1,x_2)=3\sqrt[3]{x_1}\sqrt[3]{x_2^2}$:
   2.1. Найти предельные полезности в точке (1;1); проверить положительность предельных полезностей и выполнение I – закона Госсена (убывание предельных полезностей);
   2.2. Найти эластичность по товарам в точке (2;2);
   2.3. Найти точку спроса при доходе 50 и ценах (2;3).
3. Функция полезности потребителя задана уравнением $U = X^2Y$. Общий доход, которым располагает потребитель, равен 240 у.е. Цена товара *X*: P_x=4 у.е.; цена товара *Y*: P_y= 8 у.е. Найти точку спроса. *Решение:X=40, Y=10, U=16000 ютилей.*
4. Функция полезности потребителя задана уравнением $U=2X+5Y$. Общий доход, которым располагает потребитель, равен 1 000 у.е. Цена товара *X*: P_x=10 у.е.; цена товара *Y*: P_y=20 у.е. Найти точку спроса. *Решение:X=0, Y=50, U=250 ютилей.*
5. Функция полезности потребителя задана уравнением $U=\min\{2x,y\}$. Построить кривую безразличия при *U=4*. Общий доход, которым располагает потребитель, равен 1 000 у.е. Цена товара *X*: P_x=20 у.е.; цена товара *Y*: P_y=10 у.е. Найти точку спроса. *Решение:X=25, Y=50, U=50 ютилей.*
6. Функция полезности потребителя задана уравнением $U = X^{0,5}+Y$. Общий доход, которым располагает потребитель, равен 1000 у.е. Цена товара *X*: P_x=5 у.е.; цена товара *Y*: P_y=20 у.е. Найти точку спроса. *Решение:X=4, Y=49, U=51 ютилей.*
7. Потребитель выделил на приобретение двух товаров 3300 д.е. Цена первого товара 15 д.е., второго – 22 д.е. Функция полезности потребителя: U(*x*,*y*) = 60*x* + 90*y*. Решить задачу потребителя.
8. Потребитель тратит 600 рублей в месяц на приобретение двух товаров. Цена товара *X*– 20 рублей, а товара *Y*– 10 рублей. Задана функция полезности потребителя *U = XY*. Составить уравнение бюджетной линии. Найти предельную норму замещения. Определить оптимум потребителя. Представить графически. *Решение:X=15, Y=30, U=450 ютилей.*

9. Функция полезности имеет вид $U(x,y)=xy$. Цена единицы первого товара 10 ден. ед., а второго 40 ден. ед. Бюджетное ограничение составляет 400 ден. ед. Найти оптимальный потребительский набор. *Решение:X=20, Y=5, U=100 ютилей.*

10. Функция полезности имеет вид $U(x,y)=xy$. Цена первого товара p_1 повысилась в два раза. До какого уровня должен быть компенсирован доход потребителя для сохранения уровня благосостояния потребителя. $\left\{Q^*_{новое}=\sqrt{2}Q, X^*_{новое}=\frac{X^*}{\sqrt{2}}, Y^*_{новое}=\sqrt{2}Y^*\right\}$

11. Функция полезности имеет вид $U(x,y)=\sqrt{xy}$. Цена единицы первого товара 20 ден. ед., а второго 10 ден. ед. Бюджет потребителя составляет 200 ден. ед. Найти оптимальный потребительский набор. *Решение:X=5, Y=10, U=* $5\sqrt{2}$ *100 ютилей.*

12. Сколько денежных единиц должна составлять компенсация для сохранения уровня благосостояния потребителя в условии задачи 11, если цена первого товара повысилась на 21%. Каков при этом будет оптимальный потребительский набор. $\left\{\Delta Q=20, X=\frac{50}{11}, Y=11\right\}$.

13. Цена на товар ***A*** равна 10 р. Цена товара ***B*** – 5р. Чему равна предельная полезность товара ***B***, если потребитель оценивает предельную полезность товара ***A*** в 100 ютилей. $\left\{U_B{}'=50\right\}$

14. За месяц студент расходует на апельсины и бананы 100р. Цена одного апельсина – 5р., цена одного банана – 2р. Какое количество апельсинов и бананов потребляет рациональный студент в месяц, если $U=XY$. $\{X=10; Y=25\}$

15. Индивид, получающий доход 900 ед., потребляет два блага в количествах ***X*** и ***Y***, его предпочтения описываются функцией полезности $U=XY^3$. Найти набор благ, потребляемый индивидом при ценах $P_x=5,\ P_y=12$. $\{X=400; Y=500\}$

16. Функция полезности имеет вид: $U(x,y)=2\ln(x-1)+3\ln(y-1)$. Цена единицы первого блага равна 4, второго – 9. На приобретение этих благ может быть затрачена сумма, равная 133. Как следует распределить эту сумму между двумя благами, чтобы полезность от их приобретения была наибольшей? $\{X=13; Y=9\}$

<u>Функция полезности</u> – экономическаямодель для определения предпочтений экономических субъектов. Основополагающим условием концепта функции полезности является рациональное поведение потребителя, выражающееся в выборе набора товаров (благ), который выводят его на более высокий уровень полезности (благосостояния). В микроэкономике концепт функции полезности служит для объяснения поведения потребителей и производителей, в то время как в макроэкономике им пользуются для изображения предпочтений государственных интересов.

Первая производная функции полезности по количеству определённого блага $\frac{\partial U}{\partial x_i}$ называется предельной полезностью этого блага. **Предельная полезность выражает, сколько дополнительной полезности приносит дополнительная единица блага** i. Предельная полезность, равная 0, означает достижение насыщенности.

Большинство функций полезности, рассматриваемых в экономике, имеют отрицательную вторую производную–закон убывающей предельной полезности.

Функция полезности может быть использована для определения спроса потребителя через решение задачи о максимизации полезности. Полученное решение носит название маршаллловского спроса.

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКо2 ОС-1	Способность использовать методы математического анализа для решения прикладных задач	ПКо2 ОС-1.4	Способен использовать математический инструментарий для проведения экономического анализа для решения прикладных задач

4.3.2 Типовые оценочные средства

Полный комплект оценочных материалов для промежуточной аттестации представлен в Приложении 1 РПД.

Шкала оценивания

При оценивании результатов аттестации используется следующая шкала оценок:

100% - 90% (отлично)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на высоком уровне. Свободное владение материалом, выявление межпредметных связей. Уверенное владение понятийным аппаратом дисциплины. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы на высоком уровне. Способность к самостоятельному нестандартному решению практических задач
89% - 75% (хорошо)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы достаточно. Детальное воспроизведение учебного материала. Практические навыки профессиональной деятельности в

	значительной мере сформированы. Присутствуют навыки самостоятельного решения практических задач с отдельными элементами творчества.
74% - 60% (удовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на минимальном уровне. Наличие минимально допустимого уровня в усвоении учебного материала, в т.ч. в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы не в полной мере.
менее 60% (неудовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, не сформированы. Недостаточный уровень усвоения понятийного аппарата и наличие фрагментарных знаний по дисциплине. Отсутствие минимально допустимого уровня в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности не сформированы.

Оценка обучающегося при тестировании во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критерием оценивания при проведении тестирования, является количество верных ответов, которые дал студент на вопросы теста. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам тестирования, используется следующая формула:

$$Б = \frac{В}{О} \times 100\% ,$$

где Б – количество баллов, полученных студентом по итогам тестирования;

В – количество верных ответов, данных студентом на вопросы теста;

О – общее количество вопросов в тесте.

Оценка обучающегося во время промежуточной аттестации определяется оценками «Отлично» / «Хорошо»/ «Удовлетворительно»/ «Неудовлетворительно».

Для дисциплин, формой итогового отчета которых является зачет, приняты следующие соответствия: 60% – 100% – «зачтено»; менее 60% – «не зачтено».

4.4. Методические материалы

«Процедура оценивания результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, осуществляются в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в ФГБОУ ВО РАНХиГС и Регламентом о балльно-рейтинговой системе в Волгоградском институте управления - филиале РАНХиГС».

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

5.1. Рекомендации по планированию времени, необходимого на изучение дисциплины

Планирование времени, отводимого на изучение дисциплины «Методы оптимальных решений», является важным этапом организации учебной и самостоятельной работы каждого студента, поскольку от равномерности распределения учебной нагрузки будут, в конечном итоге, зависеть результаты его итоговой аттестации. Активизация учебной деятельности лишь в период сессии, при отсутствии текущей деятельности в течение учебного семестра, увеличивает нагрузку на студента в несколько раз. Объём изучаемого материала, рассчитанный на весь семестр, труднее освоить за короткий промежуток времени, что, безусловно, снижает качество полученных знаний.

Основные рекомендации по организации учебной деятельности студента в течение семестра и в период сессии можно обозначить следующим образом:

1. Каждому студенту необходимо стремиться к равномерному распределению времени при изучении тем дисциплины.
2. В процессе обучения студент не должен ограничиваться лишь посещением лекционных и семинарских занятий. На лекциях следует активно воспринимать предлагаемую лектором информацию, участвуя в дискуссиях, задавая вопросы лектору, особенно в случае, если новый материал достаточно сложен для понимания. Посещение семинаров является отличной возможностью для студента продемонстрировать свои знания и повысить, тем самым, свой рейтинг по данной дисциплине. Поэтому важно помнить, что занятия по дисциплине нужно не только посещать, но и использовать весь потенциал имеющихся возможностей с целью получения знаний, обладания навыками исследователя, упрощения итоговой аттестации по дисциплине.
3. Для полноценного изучения дисциплины следует выделить не менее двух дней в неделю, помимо аудиторных занятий, для самостоятельной работы по освоению тематики данного курса.

Структура времени, необходимого на изучение дисциплины

Форма изучения дисциплины	Время, затрачиваемое на изучение дисциплины, %
Изучение литературы, рекомендованной в учебной программе	20
Решение задач, практических упражнений и ситуационных примеров	60
Изучение тем, выносимых на самостоятельное рассмотрение	20
Итого	100

5.2. Рекомендации по подготовке к практическому (семинарскому) занятию

Практическое (семинарское) занятие – одна из основных форм организации учебного процесса, представляющая собой коллективное обсуждение студентами теоретических и практических вопросов, решение практических задач под руководством преподавателя. Основной целью практического (семинарского) занятия является проверка глубины понимания студентом изучаемой темы, учебного материала и умения изложить его содержание ясным и четким языком, развитие самостоятельного мышления и творческой активности у студента. На практических (семинарских) занятиях предполагается рассматривать наиболее важные, существенные, сложные вопросы которые, наиболее трудно усваиваются студентами. При этом готовиться к практическому (семинарскому) занятию всегда нужно заранее. Подготовка к практическому (семинарскому) занятию включает в себя следующее:

- обязательное ознакомление с планом занятия, в котором содержатся основные вопросы, выносимые на обсуждение;
- изучение конспектов лекций, соответствующих разделов учебника, учебного пособия;
- работа с основными терминами (рекомендуется их выучить);
- изучение дополнительной литературы по теме занятия, делая при этом необходимые выписки, которые понадобятся при обсуждении на семинаре;
- формулирование своего мнения по каждому вопросу и аргументированное его обоснование;
- изучение алгоритмов решения и анализа типовых задач;
- запись возникших во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературы вопросов, чтобы затем на семинаре получить на них ответы;
- обращение за консультацией к преподавателю.

5.3. Рекомендации по изучению методических материалов

Методические материалы по дисциплине позволяют студенту оптимальным образом организовать процесс изучения данной дисциплины. Методические материалы по дисциплине призваны помочь студенту понять специфику изучаемого материала, а в конечном итоге – максимально полно и качественно его освоить. В первую очередь студент должен осознать предназначение методических материалов: структуру, цели и задачи. В разделе, посвященном методическим рекомендациям по изучению дисциплины, приводятся советы по планированию и организации необходимого для изучения дисциплины времени, описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»), рекомендации по работе с литературой, советы по подготовке к экзамену и разъяснения по поводу работы с тестовой системой курса и над домашними заданиями. В целом данные методические рекомендации способны облегчить изучение студентами дисциплины и помочь успешно сдать экзамен.

Изучение методических материалов ставит своей целью оказание помощи студентам экономических специальностей академии в организации их самостоятельной работы по овладению системой знаний, умений и навыков по дисциплине «Методы оптимальных решений» в объеме действующей программы. Эта работа требует не только большого упорства, но и умения, без которого затрата сил и времени не дает должного эффекта. Читать, понимать прочитанное и применять его практически – вот в чем суть умения работать с методическими пособиями.

Особое внимание необходимо уделить практикуму. Решение задач является лучшим способом творческого проникновения в математическую истину. Чтобы научиться решать задачи того или иного типа, рекомендуется сначала изучить план решения в общем виде (алгоритм), затем рассмотреть пример реализации плана в конкретном случае, решив при этом не менее 3 – 5 задач из числа предлагаемых для самостоятельного решения. Важной позицией является также то, что основным навыком профессионала является умение самостоятельно работать с литературой в процессе решения конкретной проблемы.

Конечно, общих рецептов для решения разнообразных задач не существует, однако рекомендуем придерживаться следующих советов:

- Внимательно изучите цель, поставленную в задаче; выявите, какие теоретические положения связаны с данной задачей в целом или некоторыми ее элементами.
- Не следует приступать к решению, не обдумав условия и не найдя плана решения.
- Попробуйте выделить в данной задаче серию вспомогательных задач, последовательное решение которых может привести к успеху.
- Определив экономико-математическую модель решения, реализуйте ее, произведите проверку полученного результата и его анализ.
- Очень успешным бывает применение функционально-графического метода.
- Если решить задачу не удается, обязательно обратитесь к преподавателю за консультацией.

5.4. Рекомендации по работе с литературой

Очень важную роль играет выбор учебной литературы и методических пособий. Желательно придерживаться этих учебников при изучении всего курса, так как замена может привести к утрате логической связи между отдельными темами. В связи с этим рекомендуем особое внимание уделить следующим разделам:

- ❑ Теория игр.
- ❑ Сетевые модели.
- ❑ Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
- ❑ Производственная функция. Модель оптимального поведения производителя.
- ❑ Функция полезности. Модель оптимального поведения потребителя.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после понимания предыдущего, выполняя все необходимые вычисления. Особое внимание следует обращать на определение основных понятий. Необходимо подробно разбирать решения классических задач оптимизации и уметь строить аналогичные исследования самостоятельно. При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется выписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т.п. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные для получения консультации преподавателя.

5.5. Советы по подготовке к экзамену (зачету), контрольной работе

Фундамент знаний закладывается на лекционных и семинарских занятиях, а также при подготовке к ним. Буквально с первого сентября необходимо выработать серьезное отношение к конспекту по эконометрике. Он должен в полном объеме содержать определения и анализ основных эконометрических моделей.

Помните, что владение навыками эконометрического моделирования является следствием глубоко понятого соответствующего теоретического материала. Учебник нужно не просто читать, а изучать; основой запоминания является понимание, знание забывается – понимание никогда; повторение – важнейшее средство, предотвращающее забывание; необходимо выработать привычку систематической самостоятельной работы, «натаскивание» к экзамену или зачету дает слабый и поверхностный результат.

Для успешной сдачи зачета и экзамена студент должен знать наизусть достаточно солидный объем теорем, формул, алгоритмов, моделей. Не откладывая процесс заучивания на последние три дня перед экзаменом, подготовка должна вестись с первых лекций. Будет очень хорошо, если вы заведете себе личный справочник и будете его регулярно изучать, пополняя новым материалом. При подготовке к экзамену па первое место выходит умение студента решать и исследовать практические задачи. Следует отметить, что помимо выполнения строгого алгоритма при выполнении того или иного задания, решающую роль играет понимание экономической сути полученных результатов. Грамотные выводы, глубокое экономическое резюме решающие составляющие положительной оценки. При освещении теоретических вопросов билета всегда более эффектно выглядит ответ, иллюстрируемый примерами. Этот факт должен быть обязательно учтен при подготовке к экзамену. Особое внимание уделите базовым темам курса. Как правило, они формируют дополнительные вопросы. И не забывайте, что подготовка к экзамену начинается с первого дня изучения дисциплины.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Экономико-математические модели и методы».

6.1. Основная литература.

1. Балдин, К. В. Методы оптимальных решений : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев ; под общ. ред. К. В. Балдина. - 5-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2020. - 323 с. - ISBN 978-5-9765-2068-4. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1145336 – Режим доступа: по подписке.
2. Мастяева, И. Н. Методы оптимальных решений : учебник / И.Н. Мастяева, Г.И. Горемыкина, О.Н. Семенихина. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2023. — 384 с. - ISBN 978-5-905554-24-7. -

Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1907609. – Режим доступа: по подписке.

6.2. Дополнительная литература.

1. Кундышева, Е. С. Математические методы и модели в экономике : учебник для бакалавров / Е. С. Кундышева ; под науч. ред. проф. Б. А. Суслакова. — 2-е изд. — Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2020. — 286 с. - ISBN 978-5-394-03138-0. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1091164 (дата обращения: 18.06.2023). – Режим доступа: по подписке.
2. Орлова, И. В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование : учебное пособие / И. В. Орлова, В. А. Половников. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Вузовский учебник : Инфра-М, 2019. - 389 с. - ISBN 978-5-9558-0208-4. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1021491 (дата обращения: 18.06.2023). – Режим доступа: по подписке.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Материал для самостоятельной работы включают в себя комплекс аналитических заданий, выполнение которых предполагает тщательное изучение учебно – методической литературы, предлагаемой в п.6 «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины». Задания предоставляются на проверку на бумажном носителе. Предложенные задания оформляются в печатном виде (возможен рукописный вариант), форме аналитических таблиц и графических схем.

С тестовыми материалами по дисциплине для данной специальности можно ознакомиться по адресу http://i-exam.ru (сайт НИИ мониторинга качества образования).

6.4. Нормативные правовые документы.

Не предусмотрены.

6.5. Интернет-ресурсы, справочные системы.

1. Образовательный математический сайт - exponenta.ru.
2. Сайт НИИ мониторинга качества образования i-exam.ru.
3. Электронный учебный центр «Резольвента» http://www.resolventa.ru/
4. Образовательный математический сайт www.matburo.ru
5. http://www.finstat.ru/econometrics.htm - Тематический каталог, изд. «Финансы и статистика»

6. mathnet.spb.ru
7. www.math.ru
8. economictheory.narod.ru
9. http://fmi.asf.ru/Library/Book/OperReserch/
10. http://www.intuit.ru/department/itmngt/microecon/
11. http://www.gaudeamus.omskcity.com/
12. http://eusi.ru/umk/vzfei_ekonomiko_matematiceskie_metody_i/

7. Материально-техническое и программное обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- Лекционные аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном;
- Помещения для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью.
- Дисциплина поддержана соответствующими лицензионными программными продуктами: MicrosoftWindows 7 Prof, MicrosoftOffice 2010, Kaspersky 8.2, СПС Гарант, СПС Консультант.

Программные средства обеспечения учебного процесса включают:

- Программы презентационной графики (MS PowerPoint – для подготовки слайдов и презентаций);
- Текстовые редакторы (MS WORD), MS ECXEL – для таблиц, диаграмм.

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихсявключают следующую оснащенность: столы аудиторные, стулья, доски аудиторные, компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет.

Для изучения учебной дисциплины используются автоматизированная библиотечная информационная система и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», «Электронно-библиотечная система IPRbooks»,«Научная электронная библиотека eLIBRARY» и др.

8. Приложение 1. (ФОС)

Фонды оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине
«Экономико-математические модели и методы»

Варианты контрольных работ (примерные задания)

<u>Контрольная работа №1</u>

1. Решить задачу о назначениях на максимум

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 13 & 11 & 1 & 7 \\ 5 & 7 & 11 & 6 & 12 & 15 \\ 8 & 4 & 11 & 6 & 9 & 10 \\ 6 & 2 & 4 & 7 & 7 & 5 \\ 14 & 10 & 7 & 13 & 11 & 12 \\ 12 & 12 & 12 & 4 & 3 & 13 \end{pmatrix}$$

2. Решить задачу дробно-линейного программирования, максимизируя рентабельность.

	P1	P2	Запасы
P1	0,5	3	5
P2	3,8	0,2	2
Уд. затраты	0,01	0,04	Уд. пер. затраты0,1
прибыль	0,19	0,019	

3. Для двухкритериальной задачи найдите оптимальное решение по первому при уровне притязаний по второму в 0,5 от его максимума на допустимом множестве.

$$2x_1 + 8x_2 \to \max$$

$$4x_1 + x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 \le 15 \\ 6x_1 + x_2 \le 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

4. Найти ранние и поздние сроки выполнения работ, полные резервы, критический путь.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 & 3 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 4 \\ 7 & 6 & 6 & 4 & 7 \\ 5 & 2 & 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Найти кратчайшие пути из левой верхней вершины графа в другие вершины

$$\begin{pmatrix} \circ & 2 & \circ & 2 & \circ & 5 & \circ & 3 & \circ \\ 3 & & 6 & & 5 & & 4 & & 6 \\ \circ & 4 & \circ & 6 & \circ & 5 & \circ & 2 & \circ \\ 7 & & 2 & & 6 & & 4 & & 3 \\ \circ & 7 & \circ & 6 & \circ & 6 & \circ & 4 & \circ \\ 6 & & 4 & & 3 & & 4 & & 2 \\ \circ & 5 & \circ & 2 & \circ & 2 & \circ & 7 & \circ \end{pmatrix}$$

6. Решить задачу коммивояжера

$$\begin{pmatrix} x & 12 & 1 & 1 & 7 & 2 \\ 20 & x & 16 & 8 & 2 & 3 \\ 16 & 3 & x & 20 & 4 & 8 \\ 8 & 20 & 16 & x & 9 & 11 \\ 3 & 14 & 14 & 5 & x & 18 \\ 13 & 16 & 2 & 20 & 12 & x \end{pmatrix}$$

Контрольная работа №2

1. Найти нижнюю и верхнюю цену игры, седловую точку, если она есть.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 & 3 \\ 1 & 8 & 5 & 9 \\ 7 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Решить игру (2x2) аналитически и графически.

а) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

3. Решить игру.

а) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 4 \\ 2 & 6 & 3 & 7 \end{pmatrix}$.

4. Заданы вероятности холодной и теплой погоды, найти оптимальную стратегию игрока.

$$\begin{array}{c} 0.4 \\ 0.6 \end{array}\begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

5. Для функции полезности $u = x_1^{1/4} x_2^{3/4}$ найдите:

а) предельные полезности в общем виде и в точке (1,1), проверьте их положительность и выполнение первого закона Госсена;

б) эластичность полезности по каждому товару;

в) найдите точку спроса в общем виде и при доходе 100, ценах (2,5).

6. Фирма производит в месяц продукции на 5000 д.е. на 20 станках. Подсчитано, что для увеличения прибыли на 1000 д.е. надо приобрести еще 5 станков. Численность рабочих составляет 20 человек. Предполагая, что производственная функция это функция Кобба – Дугласа, у которой $\alpha + \beta = 1$, найдите ее общий вид.

7. Подсчитано, что зависимость объема выпуска продукции предприятием от количества станков K и рабочих L определяется функцией $Y = 30K^{1/3}L^{1/3}$. Расходы на один станок составляют 5 у.е., а зарплата рабочего 2 у.е. Определите оптимальное количество станков и рабочих.

Контрольная работа №3

1. Найти и построить на координатной плоскости XY область определения функции двух вещественных переменных $z(x,y)=\sqrt{1-\frac{x^2}{49}-\frac{y^2}{25}}+\ln(xy)$.
2. Получить уравнения изолиний функции двух вещественных переменных *z(x,y),* построить их на координатной плоскости XY и вычислить вектор градиента функции в точке M(1;1). Найдите также в этой точке уравнение касательной плоскости к поверхности графика функции и координаты соответствующего ей вектора единичной нормали: $z(x,y)=x^2+4y^2-2x-16y+20$.
3. Исследовать на экстремум функцию двух вещественных переменных:

$$z(x,y)=xy+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$$

4. Исследовать на условный экстремум функцию двух вещественных переменных $z(x,y)=x+2y$, при наличии уравнения связи: $x^2+y^2=5$.
5. Даны зависимости спроса D и предложения S от цены p ($D(p)=400-20p, \quad S(p)=70+10p$). Найдите равновесную цену, выручку при равновесной цене. Найдите цену, при которой выручка максимальна, и саму эту максимальную выручку.
6. Дядя Федор, кот Матроскин и Шарик создали в деревне «Простоквашино» частное фермерское хозяйство «Burenka». На местный рынок они решили поставлять коровье молоко по цене 38 руб. за литр и свежие куриные яйца поцене 20 руб. за десяток. Как показали экономические исследования кота Матроскина, издержки производства этой незамысловатой сельхозпродукции, связанные с закупкой комбикормов для коровы, кур и прочей живности, а также уплатой натуральных налогов почтальону Печкину можно приблизительно описать формулой:

$$g(x,y)=3x^2+2y^2-4xy,$$

где x –объем молока в литрах, которое дает корова Буренка за неделю, а y –число десятков яиц, получаемых от кур несушек за тот же период. Используя эту информацию, требуется записать функцию чистой прибыли для хозяйства «Burenka» и рассчитать оптимальный бизнес–план.Выяснить, сколько литров молока и сколько десятков яиц следует производить за неделю, чтобы чистая прибыль была бы максимальной. Найдите эту прибыль!

<u>Вопросы к зачету:</u>

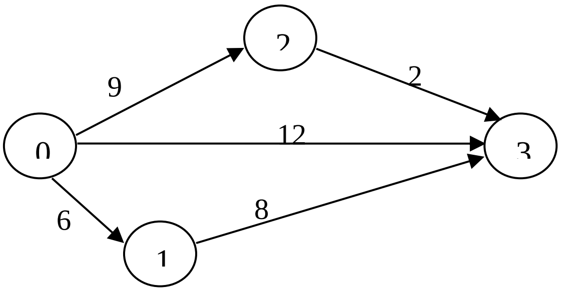
1. Задача о назначениях. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.
2. Задача коммивояжера.
3. Элементы теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе.

4. Основные понятия теории игр. Матричные игры. Цель игры. Решение игры.
5. Верхняя и нижняя цена игры. Максимин и минимакс. Седловая точка.
6. Доминирование стратегий. Симметричные игры.
7. Решение игр 2×2 аналитически.
8. Графическое решение игр 2×2.
9. Графическое решение игр $2\times n$ и $2\times m$.
10. Сведение игр к задаче линейного программирования.
11. Игры с природой.
12. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Балансовый анализ.
13. Уравнения межотраслевого баланса. Коэффициенты прямых затрат.
14. Основная задача межотраслевого баланса. Матрица полных затрат.
15. Сетевые графики. Основные понятия. Критический путь. Сетевое планирование.
16. Ранние и полные сроки в сетевом графике. Полные резервы.
17. Предельный анализ экономических процессов. Маржинальные показатели. Эластичность функции. Ценовая эластичность спроса.
18. Модель оптимального поведения производителя для одноресурсной фирмы; для многоресурсной фирмы.
19. Многофакторные производственные функции. Производственная функция Кобба-Дугласа. Основные свойства.
20. Многофакторные производственные функции.Основные маржинальные (предельные характеристики). Предельная норма замещения.
21. Задача оптимизации выбора потребителя. Функция полезности. Основные свойства.
22. Предельные показатели функции полезности. Кривая безразличия. Предельные нормы замещения.
23. Определение точки спроса (маршалловский спрос) потребления. Законы Госсена.

Банк тестовых заданий

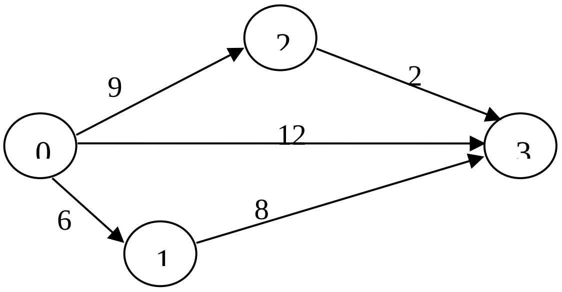
С тестовыми материалами по дисциплине для данной специальности можно ознакомиться по адресу http://i-exam.ru (сайт НИИ мониторинга качества образования).

1. Указать время выполнения всего комплекса работ по заданному сетевому графику:



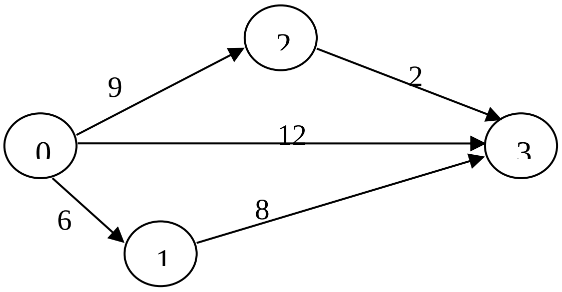
○ 14; ○ 12; ○ 11; ○ 21.

2. Найти полный резерв времени для работы 0–2по заданному сетевому графику:



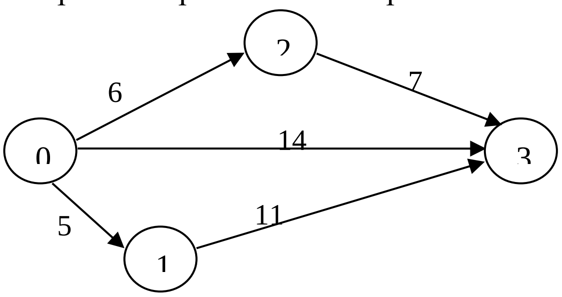
○ 3; ○ 0; ○ 1; ○ 2.

3. Для изображенного сетевого графика критическими являются работы…



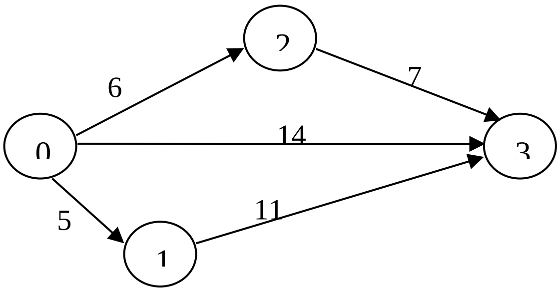
○ 0–1 и 1–3; ○ 0–1; ○ 1–3; ○ 0–2 и 2–3.

4. Найти ранний срок окончания работы 0–3.



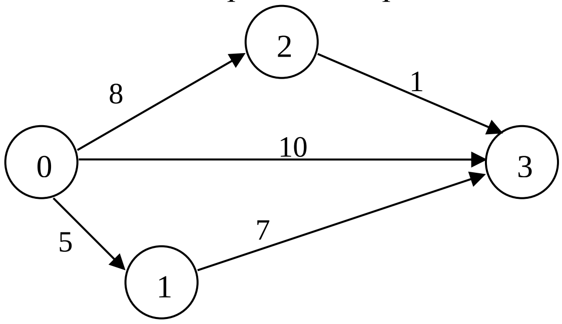
○ 14; ○ 16; ○ 13; ○ 6.

5. Найти ранний срок начала работы 2–3.



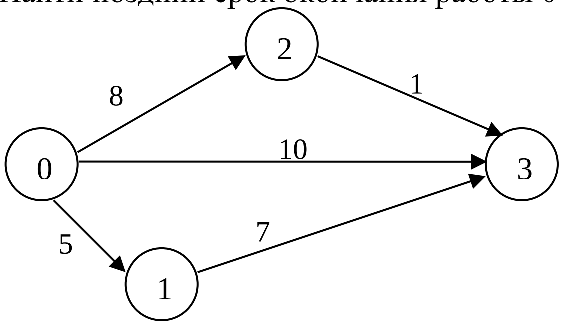
○ 0; ○ 5; ○ 2; ○ 6.

6. Найти поздний срок начала работы 1–3.



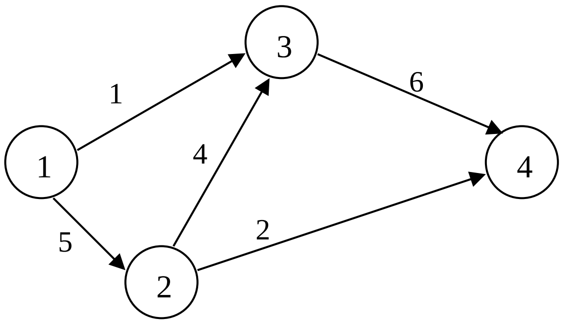
○ 5; ○ 0; ○ 4; ○ 1.

7. Найти поздний срок окончания работы 0–2.



○ 11; ○ 12; ○ 10; ○ 9.

8. Указать некритические работы сетевого графика.



○ 1–3; ○ 2–4; ○ 3–4; ○ 2–4.

9. Максимин – это…

○ цена игры; ○ нижняя цена игры; ○ верхняя цена игры; ○ равновесие.

10. Минимакс – это…

○ цена игры; ○ нижняя цена игры; ○ верхняя цена игры; ○ равновесие.

11. Игра имеет седловую точку, если…

○ $\alpha > \beta$; ○ $\alpha < \beta$; ○ $\alpha = \beta$; ○ $\alpha \neq \beta$.

12. Нижняя цена игры, заданной платежной матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$, равна…

○ 2; ○ 6; ○ 4; ○ 5.

13. Верхняя цена игры, заданной платежной матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, равна…

○ 1; ○ 5; ○ 4; ○ 3.

14. Основная теорема теории игр «Каждая конечная матричная игра имеет, по крайней мере, одно решение среди смешанных стратегий» - это теорема…

○Сэвиджа; ○Вальда; ○ Байеса 4;○ Неймана.

15. Найти оптимальную смешанную стратегию S_B^* игрока **В**в матричной игре $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -6 & 10 \end{pmatrix}$

○ (0,3; 0,7) ○ (0,7; 0,3) ○ (0,4; 0,6) 4;○ (0,6; 0,4).

15. Найти оптимальную смешанную стратегию S_A^* игрока **А**в матричной игре $A = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$

○ (0,36; 0,64) ○ (0,56; 0,44)○ (0,44; 0,56)4;○ (0,64; 0,36).

16. Найти цену матричной игры $A = \begin{pmatrix} 24 & -11 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}$

○ -0,1; ○ 0,1; ○ 0,2; ○ 0,3.

17. Оптимальной стратегией по критерию Байесаявляется $\begin{matrix} 0.4 \\ 0.6 \end{matrix}\begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

○A_2; ○A_1; ○A_3; ○A_4.

18. Найти оптимальную стратегию игры с природой по критерию Лапласа $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

○A_2; ○A_1; ○A_3; ○A_4.

19. Найти оптимальную стратегию игры с природой по критерию Вальда $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

○A_2; ○A_1; ○A_3; ○A_4.

20. Найти оптимальную стратегию игры с природой по критерию Гурвица при степени пессимизма 0,6 $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

○A_2; ○A_1; ○A_3; ○A_4.

21. Найти оптимальную стратегию игры с природой по критерию полного оптимизма $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

○A_2; ○A_1; ○A_3; ○A_4.

22. Найти оптимальную стратегию игры с природой по критерию Сэвиджа $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

○A_2; ○A_1; ○A_3; ○A_4.

23. Линия уровни функции полезности называется…

○изокванта; ○ кривая «доход – потребление; ○ кривая «цена – потребление; ○ кривая безразличия.

24. Задана функция полезности $u = x + 2\sqrt{y}$. Тогда кривая безразличия задается уравнением…

○ $\frac{x}{2\sqrt{y}} = C$; ○ $x + 2\sqrt{y} = C$; ○ $1 + \frac{1}{\sqrt{y}} = C$; ○ $2x\sqrt{y} = C$.

25. Функция полезности потребителя имеет вид $u = \sqrt{xy}$. Цена на благо $x = 20$, на благо $y = 10$, доход потребителя равен 200. Тогда оптимальный набор благ потребителя имеет вид…

○ $x = 0; y = 20$; ○ $x = 8; y = 4$; ○ $x = 5; y = 10$; ○ $x = 10; y = 10$.

26. Функция полезности потребителя имеет вид $u = \sqrt{xy}$. Цена на благо $x = 20$, на благо $y = 5$, доход потребителя равен 200. Тогда оптимальный набор благ потребителя имеет вид…

○ $x = 4; y = 24$; ○ $x = 20; y = 20$; ○ $x = 5; y = 20$; ○ $x = 0; y = 40$.

27. Функция полезности потребителя имеет вид $U(X;Y) = X^{0,4}Y^{0,5}$. Тогда предельная норма замещения продукта *Y*продуктом *X* $k = -\frac{U'_Y}{U'_X}$ равна…

○ 1,25; ○ 0,8; ○ -1,25; ○ -0,8.

28. Дана функция спроса $q = \frac{p+8}{p+1}$ и предложения $s = 2p + 2,5$, где p – цена товара. Тогда равновесный объем «спрос – предложение» равен…

○ 4,5; ○ 1; ○ 8; ○ 13,5.

29. Дана функция спроса $q=\dfrac{p+6}{p+1}$ и предложения $s=2p+1,5$, где p – цена товара. Тогда равновесный объем «спрос – предложение» равен…

○ 3,5; ○ 4,5; ○ 1; ○ 2,25.

30. Формула для вычисления эластичности функции имеет вид…

○ $E_x(y)=\dfrac{y}{x}y'$; ○ $E_x(y)=xyy'$; ○ $E_x(y)=\dfrac{x}{y}y'$; ○ $E_x(y)=\dfrac{y'}{xy}$.

31. Эластичность степенной функции $y=x^{\alpha}$ равна…

○ $\alpha x^{\alpha-1}$; ○ α; ○ $1-\alpha$; ○ $1+\alpha$.

32. Эластичность линейной функции $y=kx+b$ равна…

○ $\dfrac{kx}{kx+b}$; ○ $\dfrac{kx+b}{kx}$; ○ k; ○ kx.

33. Исследованиями установлено, что спрос q(изделий в сутки) на товар А в торговой фирме «Ландыш» зависит от его цены в рублях pпо формуле $q=2592-2p^2+18p$. При какой цене неэластичный спрос переходит в эластичный?

○ 15; ○ 16; ○ 18; ○ 20; ○ 24.

34. Спрос на товар называется эластичным, если…

○ $\left|E_p(q)\right|<1$; ○ $\left|E_p(q)\right|=1$; ○ $\left|E_p(q)\right|=0$; ○ $\left|E_p(q)\right|>1$.

35. Исследованиями установлено, что спрос q(изделий в сутки) на товар А в торговой фирме «Ландыш» зависит от его цены в рублях pпо формуле $q=432-p^2+15p$. При какой цене неэластичный спрос переходит в эластичный?

○ 15; ○ 16; ○ 18; ○ 20; ○ 24.

36. Линия уровни производственной функции называется…

○изокванта; ○кривая безразличия; ○изокоста; ○ изоклиналь.

37. Для мультипликативной производственной функции $Y=2K^{0,6}L^{0,51}$ коэффициент эластичности по капиталу равен…

○ 1,11; ○ 0,6; ○ 0,51; ○ 3,11.

38. Для мультипликативной производственной функции $Y=2K^{0,57}L^{0,64}$ коэффициент эластичности по труду равен…

○ 0,57; ○ 3,21; ○ 1,21; ○ 0,64.

39. Производственная функция задается как $Y=K^{0,5}L^{0,5}$. Тогда предельный продукт труда $\dfrac{\partial Y}{\partial L}$ при K=4, L=25 равен…

○ 0,4; ○ 0,2; ○ 1,25; ○ 2,5.

40. Производственная функция задается как $Y = K^{0,5}L^{0,5}$. Тогда предельный продукт труда $\frac{\partial Y}{\partial L}$ при K=25, L=4равен…

○ 10; ○ 2,5; ○ 1,25; ○ 0,2.

41. Производственная функция задается как $Y = K^{0,5}L^{0,5}$. Тогда предельный продукт труда $\frac{\partial Y}{\partial L}$ при K=36, L=9равен…

○ 18; ○ 0,25; ○ 2; ○ 1.

42. Производственная функция задается как $Y = K^{0,5}L^{0,5}$. Тогда предельная фондоемкость $\frac{\partial Y}{\partial K}$ при K=4, L=25 равен…

○ 0,4; ○ 0,2; ○ 1,25; ○ 2,5.

43. Производственная функция задается как $Y = K^{0,5}L^{0,5}$. Тогда предельная фондоемкость $\frac{\partial Y}{\partial K}$ при K=25, L=4равен…

○ 0,4; ○ 0,2; ○ 1,25; ○ 2,5.

44. Производственная функция задается как $Y = K^{0,5}L^{0,5}$. Тогда предельная фондоемкость $\frac{\partial Y}{\partial K}$ при K=8, L=50равен…

○ 0,4; ○ 0,2; ○ 1,25; ○ 2,5.

45. Неоклассическая мультипликативная производственная функция может иметь вид…

○ $Y(K;L) = K^{-0,4}L^{-0,6}$; ○ $Y(K;L) = 0,4K + 0,6L$; ○ $Y(K;L) = K^{0,4}L^{0,6}$; ○ $Y(K;L) = K^{4}L^{0,6}$.

46. Неоклассическая мультипликативная производственная функция может иметь вид…

○ $Y(K;L) = K^{-0,3}L^{-0,7}$; ○ $Y(K;L) = 0,3K + 0,7L$; ○ $Y(K;L) = K^{0,3}L^{0,7}$; ○ $Y(K;L) = K^{3}L^{0,7}$.

47. Мультипликативная производственная функция имеет вид $Y(K;L) = K^{0,6}L^{0,3}$. Тогда увеличение объема капитала на 1% приведет к увеличению валового выпуска на…

○ 0,6%; ○ 0,3%; ○ 0,9%; ○ 0,5%.

48. Мультипликативная производственная функция имеет вид $Y(K;L) = 0,7K^{0,5}L^{0,3}$. Тогда увеличение объема труда на 1% приведет к увеличению валового выпуска на…

○ 0,7%; ○ 0,3%; ○ 0,8%; ○ 0,5%.

49. Мультипликативная производственная функция имеет вид $Y(K;L) = 0,9K^{0,2}L^{0,3}$. Тогда увеличение объема труда на 1% приведет к увеличению валового выпуска на…

○ 0,2%; ○ 0,3%; ○ 0,9%; ○ 0,5%.

50. Зависимость между издержками производства C и объемом продукции Q выражается функцией $C = 31Q - 0,09Q^3$. Тогда предельные издержки $\frac{dC}{dQ}$ при объеме производства $Q = 10$ равны…

○ 28,3; ○ 4; ○ 220; ○ 22.

51. Межотраслевые потоки x_{ij} в трехотраслевойпроизводственно – экономической системе представлены матрицей $\begin{pmatrix} 25 & 15 & 10 \\ 10 & 25 & 15 \\ 10 & 25 & 25 \end{pmatrix}$, а конечные продукты отраслей – столбцом $Y = \begin{pmatrix} 50 \\ 30 \\ 20 \end{pmatrix}$. Тогда матрица коэффициентов прямых затрат имеет вид…

○ $\begin{pmatrix} 0,25 & 0,15 & 0,10 \\ 0,10 & 0,25 & 0,15 \\ 0,10 & 0,25 & 0,25 \end{pmatrix}$;○ $\begin{pmatrix} 0,50 & 0,50 & 0,50 \\ 0,20 & 0,83 & 0,75 \\ 0,20 & 0,83 & 1,25 \end{pmatrix}$;

○ $\begin{pmatrix} 0,25 & 0,15 & 0,10 \\ 0,125 & 0,3125 & 0,1875 \\ 0,125 & 0,3125 & 0,3125 \end{pmatrix}$;○ $\begin{pmatrix} 0,25 & 0,1875 & 0,125 \\ 0,10 & 0,3125 & 0,1875 \\ 0,10 & 0,3125 & 0,3125 \end{pmatrix}$.

52. Межотраслевые потоки x_{ij} в трехотраслевойпроизводственно – экономической системе представлены матрицей $\begin{pmatrix} 5 & 10 & 15 \\ 15 & 5 & 10 \\ 10 & 15 & 5 \end{pmatrix}$, а конечные продукты отраслей – столбцом $Y = \begin{pmatrix} 20 \\ 50 \\ 10 \end{pmatrix}$. Тогда матрица коэффициентов прямых затрат имеет вид…

○ $\begin{pmatrix} 0,25 & 0,125 & 0,375 \\ 0,30 & 0,0625 & 0,25 \\ 0,20 & 0,1875 & 0,125 \end{pmatrix}$;○ $\begin{pmatrix} 0,05 & 0,10 & 0,15 \\ 0,15 & 0,05 & 0,10 \\ 0,10 & 0,15 & 0,05 \end{pmatrix}$;

○ $\begin{pmatrix} 0,25 & 0,20 & 1,50 \\ 0,75 & 0,10 & 1,00 \\ 0,50 & 0,30 & 0,50 \end{pmatrix}$;○ $\begin{pmatrix} 0,10 & 0,20 & 0,30 \\ 0,1875 & 0,0625 & 0,125 \\ 0,25 & 0,375 & 0,125 \end{pmatrix}$.

53. Межотраслевые потоки x_{ij} в трехотраслевойпроизводственно – экономической системе представлены матрицей $\begin{pmatrix} 10 & 5 & 15 \\ 20 & 10 & 25 \\ 30 & 5 & 35 \end{pmatrix}$, а конечные продукты отраслей – столбцом $Y = \begin{pmatrix} 50 \\ 25 \\ 30 \end{pmatrix}$. Тогда матрица коэффициентов прямых затрат имеет вид…

○ $\begin{pmatrix} 0,125 & 0,0625 & 0,1875 \\ 0,25 & 0,125 & 0,3125 \\ 0,30 & 0,05 & 0,35 \end{pmatrix}$;○ $\begin{pmatrix} 0,20 & 0,20 & 0,50 \\ 0,40 & 0,40 & 0,83 \\ 0,60 & 0,25 & 1,17 \end{pmatrix}$;

$$\bigcirc\begin{pmatrix} 0,125 & 0,0625 & 0,15 \\ 0,25 & 0,125 & 0,25 \\ 0,375 & 0,0625 & 0,35 \end{pmatrix};\bigcirc\begin{pmatrix} 0,10 & 0,05 & 0,15 \\ 0,20 & 0,10 & 0,25 \\ 0,30 & 0,05 & 0,35 \end{pmatrix}.$$

Тесты оцениваются по 100 балльной шкале. Все задания равноценны.