

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Факультет государственного и муниципального управления

Кафедра социологии, общей и юридической психологии

УТВЕРЖДЕНА
учёным советом
Волгоградского института управле-
ния –
филиала РАНХиГС
Протокол №2 от 23.09.2021 г.

ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА

Психологическое консультирование

(наименование образовательной программы)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ,
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса**

Б1.О.05 МАТЕМАТИКА

(код и наименование дисциплины)

37.03.01 ПСИХОЛОГИЯ

(код, наименование направления подготовки /специальности)

Очная

(форма (формы) обучения)

Год набора – 2022 г.

Волгоград, 2021 г.

Автор-составитель:

Кандидат педагогических наук, доцент,
доцент кафедры информационных систем и математического
моделирования

И.П. Мединцева И.П.

(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)

Заведующий кафедрой информационных систем и математического моделирования,
кандидат технических наук, доцент

О.А. Астафурова

(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)

РПД Б1.О.05 «Математика» одобрена на заседании кафедры социологии, общей и юридической психологии. Протокол от 31 августа 2021 года № 1

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
1.1. Осваиваемые компетенции.....	4
1.2. Результаты обучения.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....	5
3.Содержание и структура дисциплины.....	5
3.1. Структура дисциплины.....	5
3.2 Содержание дисциплины (модуля).....	6
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....	8
4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.....	8
4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....	8
5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине.....	18
6. Методические материалы по освоению дисциплины.....	22
7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет.....	26
7.1. Основная литература.....	26
7.2. Дополнительная литература.....	27
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	27
7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация.....	27
7.4. Интернет-ресурсы, справочные системы.....	27
8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....	27

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Осваиваемые компетенции

Дисциплина Б1.О.05 «Математика» обеспечивает овладение следующими компетенциями

Код компетенции	Наименование компетенции	Код компонента компетенции	Наименование компонента компетенции
ОПК- 3	Способен выбирать адекватные, надежные и валидные методы количественной и качественной психологической оценки, организовывать сбор данных для решения задач психодиагностики в заданной области исследований и практики	ОПК- 3.1	Способность определять математические и статистические методы обработки данных и основные методики по психологической диагностике когнитивных, эмоциональных индивидуально-типологических особенностей личности

1.2. Результаты обучения

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта) трудовые или профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
<p>Организация и предоставление психологических услуг лицам разных возрастов и социальных групп (результаты форсайт-сессии от 01.03.2016, утв. протоколом кафедры психологии №11 от 04.03.2016 г.).</p> <p>Профессиональное действие: Разработка и реализация программ профилактической и психокоррекционной работы, направленных на улучшение состояния и динамики психологического здоровья населения</p>	ОПК-3.1	<p>на уровне знаний:</p> <ul style="list-style-type: none"> - знает основы организации эксперимента и экспериментальных процедур; - знает основных экспериментов в области социальной психологии, особенностей их проведения и организации; - знает основы экспертизы социальных, управленческих и др. областей с целью выявления психологической проблематики; - знает основные общенаучные исследовательские методы, методики;
		<p>на уровне умений:</p> <ul style="list-style-type: none"> - умеет организовать экспериментальное исследование; - умеет анализировать проведенные экспериментальные процедуры (формирование выборки, выбор экспериментального плана и др.) с целью применения опыта для собственных исследований; - собирает эмпирический материал;
		<p>на уровне навыков:</p> <ul style="list-style-type: none"> - формирует выборки исследования, рандомизации испытуемых, распределения по группам; - владеет навыками конструирования экспериментальных планов (однофакторными, многофакторными, межсубъектными, внутрисубъектными), владение навыками контроля над независимыми и побочными переменными, и регистрации данных зависимой

		переменной; - владеет приемами работы с офисными приложениями; - владеет навыками работы в сети Интернет, использования психологических ресурсов Интернет
--	--	--

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Учебная дисциплина Б1.О.05 «Математика» относится к блоку обязательной части дисциплин. В соответствии с учебным планом, по очной форме обучения дисциплина осваивается в 1 семестре, общая трудоемкость дисциплины в зачетных единицах составляет 144 часа (4 ЗЕТ).

По очной форме обучения количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) – 74 часа (лекций – 36 часов, практических занятий – 36 часов) и на самостоятельную работу обучающихся – 34 часа, контроль – 36 часов.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – экзамен.

Освоение дисциплины необходимо для подготовки будущих психологов, владеющих математическими знаниями, умениями и навыками применять математические методы как инструмент для анализа и обработки экспериментальных данных в своей профессиональной деятельности.

Учебная дисциплина Б1.О.05 «Математика» опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний, а также на приобретенные ранее умения и навыки в области базового курса, полученных в средних образовательных учреждениях.

3. Содержание и структура дисциплины

3.1. Структура дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час.					СРО	Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л, ДОТ	ЛР/ДОТ	ПЗ/ДОТ*	КСР		
Тема 1	Элементы линейной алгебры	24	8	-	8	8	О, РЗ, КР, Т	
Тема 2	Основы математического анализа	28	10	-	8	10	О, РЗ, КР, Т	
Тема 3	Теория вероятностей	34	14	-	12	8	О, РЗ, КР, Т	
Тема 4	Элементы математической статистики	20	4	-	8	8	О, РЗ, КР, Т	
Консультация		2						
Промежуточная аттестация		36					Экз	
Итого:		144	36		36	34	4 ЗЕ	

Примечание:

* формы заданий текущего контроля успеваемости: контрольные работы (К), опрос (О), тестирование (Т), коллоквиум (Кол) и виды учебных заданий: эссе (Э), реферат (Р), доклад (Д), решение задач (РЗ), контрольная работа (КР).

** формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз), зачет (З), зачет с оценкой (ЗО).

3.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Элементы линейной алгебры.

Матрицы. Определители.

Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами: сложение, умножение на число, произведение матриц.

Определители второго и третьего порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам какого-либо столбца или строки. Понятие об определителе n -го порядка.

Обратная матрица. Ранг матрицы.

Вырожденная матрица, невырожденная матрица. Обратная матрица. Методы вычисления обратной матрицы: метод присоединенной матрицы, метод элементарных преобразований.

Ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы: метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований.

Системы линейных уравнений.

Системы линейных уравнений. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы. Определенные и неопределенные системы. Формулы Крамера. Матричная запись системы линейных уравнений и ее решение.

Система n линейных уравнений с n неизвестными. Метод Гаусса.

Решение произвольных систем. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование совместности систем линейных уравнений. Метод Жордана-Гаусса. Общее решение системы.

Тема 2. Основы математического анализа.

Множества.

Понятие множества. Способы задания множеств. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение множеств. Декартово произведение множеств. Универсальное множество. Диаграммы Эйлера-Венна.

Функция одной переменной.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения и множество значений функции. Классификация функций. График функции. Основные элементарные функции и их графики.

Предел функции. Непрерывность функции.

Предел функции. Теоремы о пределах. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Два замечательных предела. Односторонние пределы. Сравнение бесконечно малых.

Приращение аргумента и функции. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация. Действия над непрерывными функциями.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции, ее геометрический смысл. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование неявных функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Логарифмическое дифференцирование.

Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал суммы, произведения и частного.

Приложения производной. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей. Применение производной к исследованию функций. Возрастание и убывание функции.

Экстремум. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции. Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты. Схема исследования функций и построение графиков.

Интегральное исчисление функции одной переменной.

Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных формул интегрирования. Непосредственное интегрирование. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям.

Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от неограниченных функций.

Тема 3. Теория вероятностей.

Предмет теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей. Классическое определение вероятности.

Предмет теории вероятностей и краткая историческая справка. Событие, вероятность события, свойства вероятности. Достоверные и невозможные события. Несовместные события. Совместные события. Противоположные события. Равновозможные события. Полная группа событий. Благоприятствующие случаи. Классическое определение вероятности. Комбинаторика. Правило умножения, правило сложения. Основные формулы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.

Основные теоремы теории вероятностей.

Сумма событий. Произведение событий. Теорема сложения вероятностей. Зависимые события, независимые события. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.

Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Гипотезы. Формула полной вероятности, формула Байеса.

Повторение испытаний. Формула Бернулли.

Независимые испытания. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступлений события.

Локальная теорема Лапласа, интегральная теорема Лапласа, формула Пуассона.

Случайные величины. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины.

Случайная величина. Закон распределения вероятностей случайных величин. Дискретные и непрерывные случайные величины. Способы задания закона распределения вероятностей дискретной случайной величины. Функция распределения, ее свойства. Многоугольник распределения.

Математические операции над случайными величинами. Математическое ожидание дискретной случайной величины, свойства математического ожидания.

Дисперсия дискретной случайной величины. Формула для вычисления дисперсии, свойства дисперсии.

Непрерывные случайные величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.

Непрерывные случайные величины. Интегральная функция распределения, ее свойства. Дифференциальная функция распределения, ее свойства.

Математическое ожидание непрерывной случайной величины. Дисперсия непрерывной случайной величины.

Законы распределения случайной величины. Нормальный закон распределения.

Законы распределения дискретной случайной величины: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое и гипергеометрическое распределения.

Законы распределения непрерывной случайной величины: равномерное, показательное распределение.

Нормальный закон распределения. Числовые характеристики нормального закона. Функция Лапласа. Вычисление вероятности попадания нормальной случайной величины на заданный интервал. Вероятность заданного отклонения нормальной случайной величины от ее среднего значения. Правило трех сигм. Формулировка центральной предельной теоремы.

Тема 4. Элементы математической статистики.

Предмет математической статистики. Статистическое распределение выборки.

Математическая статистика. Предмет математической статистики. Задачи математической статистики. Выборочный метод. Генеральная и выборочная совокупности. Варианты, частоты, относительные частоты. Вариационный ряд. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон, гистограмма. Выборочное среднее, выборочная дисперсия. Мода, медиана, размах выборки.

Статистическое оценивание.

Статистические оценки. Точечные оценки. Свойства точечной оценки. Методы получения точечных оценок. Интервальные оценки. Доверительный интервал. Интервальные оценки параметров нормального распределения.

Статистические методы обработки экспериментальных данных: корреляционно-регрессионный анализ, анализ.

Регрессия. Регрессионный анализ. Выбор регрессионной модели, уравнение регрессии. Отыскание параметров уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным данным.

Корреляционный анализ. Формула для вычисления коэффициента линейной корреляции, свойства коэффициента корреляции. Таблица Чеддока.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

В ходе реализации дисциплины Б1.О.05 «Математика» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Методы текущего контроля успеваемости*
1	2	3
Тема 1.	Элементы линейной алгебры	<i>О, РЗ, КР, Т</i>
Тема 2.	Основы математического анализа	<i>О, РЗ, КР, Т</i>
Тема 3.	Теория вероятностей	<i>О, РЗ, КР, Т</i>
Тема 4.	Элементы математической статистики	<i>О, РЗ, КР, Т</i>

Примечание:

** формы заданий текущего контроля успеваемости: контрольные работы (К), опрос (О), тестирование (Т), коллоквиум (Кол) и виды учебных заданий: эссе (Э), реферат (Р), доклад (Д), решение задач (РЗ), контрольная работа (КР).*

4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

Тема 1. Элементы линейной алгебры

Матрицы. Определители

Вопросы для устного опроса:

1. Матрицы. Действия над матрицами: сложение, умножение на число, произведение матриц.
2. Определители второго и третьего порядка.
3. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам какого-либо ряда.
4. Понятие об определителе n -го порядка.

Типовые задания:

1. Найти матрицу $3A$ для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Найти сумму и разность матриц A и B , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 & -2 \\ -3 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти AB и BA , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Обратная матрица. Ранг матрицы

Вопросы для устного опроса:

1. Методы вычисления обратной матрицы: метод элементарных преобразований, метод присоединенной матрицы.
2. Ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы: метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований.

Типовые задания:

1. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти обратную матрицу.

2. Найти матрицу, обратную матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Сделать проверку.

3. Определить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Матричный метод. Метод Гаусса. Исследование совместности

Вопросы для устного опроса:

1. Решение систем линейных уравнений. Формулы Крамера.
2. Матричная запись системы линейных уравнений и ее решение.
3. Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
4. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование совместности систем линейных уравнений.

5. Метод Жордана-Гаусса. Базисные решения.

Типовые задания:

1. Методом Гаусса решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 3, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 16. \end{cases}$$

2. Решить систему в матричной форме

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7. \end{cases}$$

3. Решить систему, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

Тема 2. Основы математического анализа

Множества

Вопросы для устного опроса:

1. Понятие множества. Способы задания множеств.
2. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение множеств.
3. Декартово произведение множеств.
4. Универсальное множество. Диаграммы Эйлера-Венна.

Типовые задания:

1. Описать перечислением элементов множество:

a) $A = \{x \in \mathbb{Z}: (x-3)(x^2-1) = 0 \text{ и } x \geq 0\}$

b) $A = \{x \in \mathbb{R}: x^3 - 3x^2 + 2x = 0\}$

c) $A = \{x \in \mathbb{N}: x^2 - 3x - 4 \leq 0\}$

2. Пусть $A = (-1; 2]$, $B = [1; 4)$. Найти множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ и изобразить их на числовой оси.

3. Пусть универсальное множество U – множество всех сотрудников некоторой фирмы; A – множество всех сотрудников данной организации старше 35 лет; B – множество сотрудников, имеющих стаж работы более 10 лет; C – множество менеджеров фирмы. Определить содержательный смысл каждого из следующих множеств:

$$\overline{B}; \overline{A \cap B \cap C}; A \cup (B \cap \overline{C}); B \setminus C; C \setminus B; A \cap (B \setminus C); (A \cap B) \setminus C, A \setminus B, B \setminus \overline{A}, (A \cap B) \cup C, A \cap (B \cup C).$$

Функция одной переменной

Вопросы для устного опроса:

1. Понятие функции.
2. Область определения и множество значений функции.
3. Способы задания функции.
4. Классификация функций. График функции. Основные элементарные функции и их графики.

Типовые задания:

1. Найти область определения и множество значений функций

$$y = \sin x, \quad y = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + x + 2}} + \lg(x-1).$$

2. Установить четность или нечетность функций

$$f(x) = x^5 - x^3 + x, \quad f(x) = \sqrt{1 - x^2}, \quad f(x) = x^2 + 5x.$$

Предел функции. Непрерывность функции

Вопросы для устного опроса:

1. Последовательности. Предел последовательности.
2. Предел функции. Теоремы о пределах.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Два замечательных предела. Односторонние пределы. Сравнение бесконечно малых.
4. Приращение аргумента и функции. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация. Действия над непрерывными функциями.

Типовые задания:

1. Найти пределы 1) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 6x + 8}{x^3 + 8}$, 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 4}{x - 2}$, 3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$
2. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x}$, $k = const$.
3. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x$.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Вопросы для устного опроса:

1. Производная функции, ее геометрический смысл. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование неявных функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Логарифмическое дифференцирование.
2. Приложения производной. Правило Лопиталю для раскрытия неопределенностей. Применение производной к исследованию функций. Возрастание и убывание функции. Экстремум. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции. Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты. Схема исследования функций и построение графиков.

Типовые задания:

1. Найти производные функций: $y = \sin kx$, $y = \operatorname{tg} px$, $y = \sin \sqrt{x}$, $y = \cos \sqrt{\frac{1}{1+x}}$.
2. Найти производные функций:
 $y = 3 \sin^2 x$; $y = \cos^6 x$; $y = \sqrt{\sin x}$; $y = \sqrt{\sin^2 x + 3 \cos^3 4x}$.
3. Найти производные функций: $y = \arcsin 2x$; $y = \operatorname{arcc} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{x}}$; $y = \arcsin^3 3x$.

Интегральное исчисление функции одной переменной

Вопросы для устного опроса:

1. Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных формул интегрирования. Непосредственное интегрирование. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям.
2. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
3. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами. Интегралы от неограниченных функций.

Типовые задания:

1. Найти интеграл $\int \left(5 \cos x + 2 - 3x^2 + \frac{1}{x} - \frac{4}{x^2 + 1} \right) dx$.
2. Найти интеграл $\int \cos 3x dx$.

3. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}}$.

Тема 3. Теория вероятностей

Предмет теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей.

Классическое определение вероятности.

Вопросы для устного опроса:

1. Классическое определение вероятности.
2. Непосредственный подсчет вероятностей.

Типовые задания:

1. В урне имеются 10 шаров: 3 белых и 7 черных. Из урны наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что этот шар: а) белый, б) черный?
2. Какова вероятность появления четного числа очков при одном бросании игрального кубика? (Игральный кубик – кубик, грани которого отмечены номерами 1, 2, 3, 4, 5, 6.)
3. Брошены 3 монеты. Найти вероятность того, что выпадут два «герба».

Основные теоремы теории вероятностей

Вопросы для устного опроса:

1. Сумма и произведение событий.
2. Вероятность суммы событий.
3. Вероятность произведения событий.

Типовые задания:

1. В денежно-вещевой лотерее на каждые 10000 билетов разыгрывается 150 вещевых и 50 денежных выигрышей. Чему равна вероятность выигрыша для владельца 1 лотерейного билета?
2. Вероятность поломки первого станка в течение смены равна 0,2, а второго – 0,13. Чему равна вероятность того, что оба станка потребуют наладки в течение смены?
3. Два спортсмена независимо друг от друга стреляют по одной мишени. Вероятность попадания в мишень первого спортсмена равна 0,7, а второго – 0,8. Какова вероятность того, что мишень будет поражена.

Формула полной вероятности. Формула Байеса

Вопросы для устного опроса:

1. Формула полной вероятности.
2. Формула Байеса.

Типовые задания:

1. Предположим, что из партии деталей 20 изготовлено на 1-м станке, 25 – на 2-м станке, 5 – на 3-м станке. Известно, что вероятности выпуска бракованной детали на 1-м, 2-м и 3-м станках соответственно равны 0,02; 0,01; 0,05. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется бракованной?
2. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит 60% деталей отличного качества, а второй – 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что деталь произведена первым автоматом.

Повторение испытаний. Формула Бернулли

Вопросы для устного опроса:

1. Независимые испытания. Повторение испытаний.
2. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступлений события.
3. Локальная теорема Лапласа, интегральная теорема Лапласа, формула Пуассона.

Типовые задания:

1. Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее: выиграть две партии из четырех или три партии из шести (ничьи во внимание не принимаются)?

2. Для стрелка, выполняющего упражнение в тире, вероятность попасть в «яблочко» при одном выстреле не зависит от результатов предшествующих выстрелов и равна $p = 1/4$. Спортсмен сделал 5 выстрелов. Найти вероятность того, что он: а) попал один раз; б) хотя бы один раз; в) не менее трех раз.

3. Садовод сделал осенью 6 прививок. По опыту прошлых лет известно, что после зимовки 7 из каждых 10 черенков оставались жизнеспособными. Какое число прижившихся черенков наиболее вероятно?

Случайные величины. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины

Вопросы для устного опроса:

1. Случайные величины. Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Ряд распределения. Функция распределения, ее свойства. Многоугольник распределения, функция распределения.

2. Математическое ожидание дискретной случайной величины, свойства математического ожидания. Дисперсия дискретной случайной величины. Формула для вычисления дисперсии, свойства дисперсии. Среднее квадратическое отклонение.

Типовые задания:

1. Даны вероятности значений случайной величины X : значение 10 имеет вероятность 0,3; значение 2 – вероятность 0,4; значение 8 – вероятность 0,1; значение 4 – вероятность 0,2. Построить ряд распределения случайной величины X .

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения:

X	1	3	5
p	0,4	0,1	0,5

Построить ряд распределения случайной величины $3X$.

3. Дан ряд распределения случайной величины X :

X	10	20	30	40	50
p	0,2	0,3	0,35	0,1	0,05

Найти функцию распределения вероятности этой случайной величины.

Непрерывные случайные величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины

Вопросы для устного опроса:

1. Непрерывные случайные величины. Интегральная функция распределения, ее свойства. Дифференциальная функция распределения, ее свойства.

2. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия.

Типовые задания:

1. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью $f(x)$, причем

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a(3x - x^2), & 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент a ; найти вероятность попадания X в промежуток (1,2).

2. Функция распределения случайной величины X задана выражением

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{4}, & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти функцию плотности.

3. Найти функцию распределения случайной величины, функция плотности которой имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{(x-3)^2}{9}, & 0 \leq x \leq 3, \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

Законы распределения случайной величины. Нормальный закон распределения

Вопросы для устного опроса:

1. Законы распределения дискретной случайной величины: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое и гипергеометрическое распределение.

2. Законы распределения непрерывной случайной величины: равномерное, показательное распределение. Нормальный закон распределения.

3. Нормальный закон распределения. Числовые характеристики нормального закона. Функция Лапласа. Вычисление вероятности попадания нормальной случайной величины на заданный интервал. Вероятность заданного отклонения нормальной случайной величины от ее среднего значения. Правило трех сигм.

Типовые задания:

Законы распределения дискретной случайной величины

1. Построить ряд распределения числа попаданий мячом в корзину при двух бросках, если вероятность попадания равна 0,4.

2. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны 2 детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных.

3. Из орудия производится стрельба по цели до первого попадания. Вероятность попадания в цель $p=0,6$. Найти вероятность того, что попадание произойдет при третьем выстреле.

Законы распределения непрерывной случайной величины

1. Случайная величина X задана функцией плотности вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -5, \\ 1, & -5 \leq x \leq -4, \\ 0, & x \geq -4. \end{cases}$$

Найти $F(x)$, построить графики функций $f(x)$, $F(x)$, найти $M(X)$, $D(X)$.

2. Функция распределения равномерно распределенной случайной величины X имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(x)$, $M(X)$, $\sigma(X)$.

3. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 4e^{-4x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытаний X попадет в интервал $(0,2; 0,5)$.

Тема 4. Элементы математической статистики

Предмет математической статистики. Статистическое распределение выборки

Вопросы для устного опроса:

1. Выборка. Вариационный ряд. Статистический ряд.
2. Полигон. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения.
3. Выборочное среднее, выборочная дисперсия. Мода, медиана, размах выборки.

Типовые задания:

1. Пусть изучается случайная величина X – число пропущенных занятий по некоторому предмету у 25 студентов 1 курса. С помощью журнала посещаемости собраны данные о числе пропущенных занятий и получены следующие значения:

2, 5, 0, 1, 6, 3, 0, 1, 5, 4, 0, 3, 3, 2, 1, 4, 0, 0, 2, 3, 6, 0, 3, 0, 1.

Составить вариационный ряд, статистический ряд частот и относительных частот.

2. Известно статистическое распределение частот.

x_i	1	2	3	4
n_i	20	15	10	5

Найти выборочное среднее, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение, определить размах выборки.

3. Время решения контрольной задачи учениками 5-го класса (в секундах):

60 41 51 33 42 45 21 53 60
52 47 46 49 49 14 57 54 59
47 28 48 58 32 42 58 61 30
35 47 72 41 45 44 55 30 40
65 39 48 43 60 54 42 59 50

Составить таблицу статистического распределения, разбив промежуток (14, 77) на 7 интервалов, построить гистограмму относительных частот.

Статистическое оценивание

Вопросы для устного опроса:

1. Статистические оценки.
2. Точечные оценки. Свойства точечной оценки. Методы получения точечных оценок.
3. Интервальные оценки. Доверительный интервал. Интервальные оценки параметров нормального распределения.

Типовые задания:

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 50$:

x_i	2	5	7	10
n_i	16	12	8	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2. По выборке ($n = 41$) найдена смещенная оценка генеральной дисперсии $D_B = 3$. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

3. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты: 92, 94, 103, 105, 106. Найти: а) выборочную среднюю длину стержня; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок прибора.

Статистические методы обработки экспериментальных данных: корреляционно-регрессионный анализ

Вопросы для устного опроса:

1. Регрессионный анализ. Выбор регрессионной модели, уравнение регрессии. Отыскание параметров уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным данным. Отыскание параметров уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным.

2. Корреляционный анализ. Формула для вычисления коэффициента линейной корреляции, свойства коэффициента корреляции. Таблица Чеддока. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.

Типовые задания:

1. Экономист, изучая зависимость выработки Y (ден.ед.) на одного работника торговли от величины товарооборота X (ден.ед.) магазина за определённый период, получил данные по $n = 15$ магазинам одинакового профиля:

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	150	38	85	28	146	34	95	50	134	120	74	140	110	60	86
Y	7,2	5,8	7,5	4,4	8,4	4,5	7,0	5,0	6,4	8,0	6,0	7,8	6,2	5,8	6,0

Полагая, что между признаками Y и X имеет место линейная корреляционная связь, определить выборочное уравнение регрессии $Y = b + \rho_{xy}(x - \bar{x})$ и выборочный коэффициент линейной корреляции r_s . Построить диаграмму рассеяния и линию регрессии. Сделать выводы о направлении и тесноте связи между показателями Y и X . Используя полученное линейное уравнение регрессии, оценить ожидаемое значение признака Y при $x^* = 90$ ден.ед.

Шкала оценивания

Устный опрос

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критериями оценивания при проведении устного опроса является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике, овладение навыками анализа и систематизации информации.

При оценивании результатов устного опроса используется следующая шкала оценок:

100% - 90% (отлично)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на высоком уровне. Свободное владение материалом, выявление межпредметных связей. Уверенное владение понятийным аппаратом дисциплины. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы на высоком уровне. Способность к самостоятельному нестандартному решению практических задач
89% - 75% (хорошо)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы достаточно. Детальное воспроизведение учебного материала. Практические навыки профессиональной деятельности в значительной мере сформированы. Присутствуют навыки самостоятельного решения практических задач с отдельными элементами творчества.
74% - 60% (удовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на минимальном уровне. Наличие минимально допустимого уровня в усвоении учебного материала, в т.ч. в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы не в полной мере.
менее 60% (неудовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, не сформированы. Недостаточный уровень усвоения понятийного аппарата и наличие фрагментарных знаний по дисциплине. Отсутствие минимально допустимого уровня в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности не сформированы.

Тестирование

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критерием оценивания при проведении тестирования, является количество верных ответов, которые дал студент на вопросы теста. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам тестирования, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \times 100\%,$$

где B – количество баллов, полученных студентом по итогам тестирования;
 B – количество верных ответов, данных студентом на вопросы теста;
 O – общее количество вопросов в тесте.

Проверка кейса

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при проверке кейса во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критериями оценивания при проверке кейса является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции.

При оценивании результатов решения кейса используется следующая шкала оценок:

100% - 90%	Учащийся демонстрирует совершенное знание основных теоретических положений, практических и аналитических навыков в рамках осваиваемой компетенции.
89% - 75%	Учащийся демонстрирует знание большей части основных теоретических положений, практических и аналитических навыков в рамках осваиваемой компетенции.
74% - 60%	Учащийся демонстрирует достаточное знание основных теоретических положений, практических и аналитических навыков в рамках осваиваемой компетенции.
менее 60%	Учащийся демонстрирует отсутствие знания основных теоретических положений, практических и аналитических навыков в рамках осваиваемой компетенции.

Решение задач

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при решении задач во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критерием оценивания при решении задач, является количество верно решенных задач. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам решения задач, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \times 100\%,$$

где B – количество баллов, полученных студентом по итогам решения задач;
 B – количество верно решенных задач;
 O – общее количество задач.

Решение ситуационной задачи

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при выполнении ситуационной задачи во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критериями оценивания является сбор и обобщение необходимой информации, правильное выполнение необходимых расчетов, достоверность и обоснованность выводов.

При оценивании результатов решения ситуационной задачи используется следующая шкала оценок:

100% - 90%	Учащийся демонстрирует совершенное знание основных теоретических положений, умеет собирать и обобщать необходимую информацию, правильно осуществляет расчеты, делает обоснованные выводы
89% - 75%	Учащийся демонстрирует знание большей части основных теоретических положений, может собрать большую часть необходимой информации, рассчитывает необходимые показатели, делает выводы, допуская при этом незначительные ошибки
74% - 60%	Учащийся демонстрирует знание некоторой части основных теоретических положений, может собрать некоторую часть необходимой информации, рассчитывает необходимые показатели, делает выводы, допуская при этом ошибки
менее 60%	Учащийся демонстрирует отсутствие знания основных теоретических положений, умений и навыков в рамках осваиваемой компетенции.

5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине

Или зачет

5.1. Методы проведения экзамена

Экзамен проводится с применением следующих методов: метод устного опроса по вопросам из перечня примерных вопросов из п.5.2.

5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации

Компонент компетенции	Промежуточный / ключевой индикатор оценивания	Критерий оценивания
ОПК-3.1. Способность определять математические и статистические методы обработки данных и основные методики по психологической диагностике когнитивных, эмоциональных индивидуально-типологических особенностей личности	- знает различные методы измерения психологических параметров человека, особенности отбора психодиагностических методик, адекватных целям, ситуации и контингенту респондентов с последующей обработкой данных и их интерпретацией. - владеет навыками применения и использования психодиагностических процедур при исследовании различных когнитивных процессов и психофизиологических состояний и психологических параметров человека, ориентируясь на возрастные нормы.	- обосновывает процесс применения и использования психодиагностических процедур при исследовании различных когнитивных процессов и психофизиологических состояний. Использует в психодиагностической работе различные методы измерения психологических параметров, отталкиваясь от возрастных норм. - применяет психодиагностические методики, адекватные целям, ситуации и контингенту респондентов с последующей обработкой данных и их интерпретацией.

Типовые оценочные средства промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену по дисциплине Б1.О.05 «Математика»

1. Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на число, произведение матриц.
2. Определители второго и третьего порядка. Свойства определителей.
3. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам какого-либо ряда. Понятие об определителе n -го порядка.
4. Вырожденная матрица, невырожденная матрица. Обратная матрица. Методы вычисления обратной матрицы: метод присоединенной матрицы, метод элементарных преобразований.
5. Ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы: метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований.
6. Системы линейных уравнений. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы. Определенные и неопределенные системы.
7. Система n линейных уравнений с n неизвестными. Формулы Крамера.
8. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений в матричной форме.
9. Решение произвольных систем. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование совместности систем линейных уравнений. Метод Жордана-Гаусса.

10. Понятие множества. Способы задания множеств. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение множеств. Декартово произведение множеств. Универсальное множество. Диаграммы Эйлера-Венна.
11. Правило умножения, правило сложения. Формулы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.
12. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения и множество значений функции. Классификация функций. График функции Простейшие элементарные функции.
13. Предел функции. Теоремы о пределах. Два замечательных предела.
14. Приращение аргумента и функции. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация. Действия над непрерывными функциями.
15. Производная функции, ее геометрический смысл.
16. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций.
17. Дифференцирование сложных функций; дифференцирование функций заданных параметрически; дифференцирование неявных функций; логарифмическое дифференцирование.
18. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Дифференциал суммы, произведения, частного.
19. Правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей.
20. Применение производной к исследованию функций. Схема исследования функций и построение графиков.
21. Возрастание и убывание функции. Экстремум функции. Необходимые условия экстремума. Достаточные признаки существования экстремума.
22. Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба.
23. Асимптоты: вертикальные, горизонтальные, наклонные.
24. Наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке.
25. Первообразная. Неопределенный интеграл. Геометрический смысл неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
26. Таблица основных интегралов.
27. Основные приемы интегрирования: непосредственное интегрирование; метод замены переменной, метод подстановки; интегрирование по частям.
28. Определенный интеграл. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.
29. Формула Ньютона-Лейбница.
30. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
31. Предмет теории вероятностей.
32. Событие. Элементарные события, составные события. Противоположное событие. Достоверное и невозможное события. Совместные и несовместные события.
33. Вероятность. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
34. Сумма событий. Вероятность суммы событий.
35. Произведение событий. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Вероятность произведения событий.
36. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
37. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступлений события.
38. Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины (определения, примеры).
39. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Ряд распределения. Функция распределения, ее свойства. Многоугольник распределения.
40. Биномиальное распределение.
41. Распределение Пуассона.
42. Геометрическое распределение.

43. Гипергеометрическое распределение.
44. Математические операции над случайными величинами.
45. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Свойства математического ожидания.
46. Дисперсия дискретной случайной величины. Формула для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии.
47. Непрерывные случайные величины. Интегральная функция распределения, ее свойства.
48. Непрерывные случайные величины. Дифференциальная функция распределения (плотность распределения), ее свойства.
49. Числовые характеристики непрерывных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия.
50. Нормальное распределение. График нормальной кривой. Вероятность попадания нормальной величины в заданный интервал. Вероятность отклонения нормальной случайной величины от ее среднего значения. Правило трех сигм. Центральная предельная теорема.
51. Равномерное распределение. Плотность вероятности равномерного распределения. Функция распределения. Основные числовые характеристики равномерно распределенной величины.
52. Показательное распределение. Плотность вероятности показательного распределения. Функция распределения. Основные числовые характеристики непрерывной случайной величины, имеющей показательное распределение.
53. Предмет математической статистики. Задачи математической статистики.
54. Генеральная совокупность. Выборка. Варианты, частоты, относительные частоты. Вариационный ряд. Статистический ряд частот, относительных частот. Интервальный статистический ряд.
55. Эмпирическая функция распределения. Полигон. Гистограмма.
56. Выборочные среднее, дисперсия; мода, медиана, размах выборки.
57. Статистические оценки. Точечная оценка. Несмещенная точечная оценка. Смещенная точечная оценка. Точечные оценки для средней и дисперсии генеральной совокупности.
58. Интервальные оценки. Доверительный интервал. Интервальные оценки средней и дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности.
59. Регрессионный анализ. Уравнение регрессии. Отыскание параметров уравнения регрессии по несгруппированным и сгруппированным данным.
60. Корреляционный анализ. Коэффициент линейной корреляции, его свойства.

Типовые задачи к экзамену

1. Вычислить $A^2 - 3A + 2E$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 6 & 0 & -5 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$

2. Решить уравнение $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & x & -2 \\ 3 & 2x & -1 \end{vmatrix} = 0$.

3. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1 \\ 3x + y - 2z = -4 \\ x - 2y + z = 5 \end{cases}$$

4. Охарактеризуйте событие, о котором идет речь, как достоверное, невозможное, случайное. Даны два интервала $(0; 1)$ и $(6; 9)$. Из первого интервала выбрали число a , из второго – число c . Оказалось, что: а) число a меньше числа c ; б) число a больше числа c ; в) число $a + c$ принадлежит интервалу $(6; 9)$; г) число $a + c$ не принадлежит интервалу $(6; 9)$.
5. Игральный кубик бросают 3 раза подряд. Какова вероятность того, что каждый раз на нем выпадет число очков кратное 2?
6. В хлопке число длинных волокон составляет 80%. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу 4 волокон окажется хотя бы одно длинное.

Материалы тестирования

1. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ равен
- 1) 0 2) 9 3) -3 4) 3
2. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, то матрица $C = A + 2B$ имеет вид
- 1) $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$
3. Матрица называется невырожденной, если:
- 1) определитель матрицы равен нулю 2) она содержит нулевой столбец 3) она содержит нулевую строку 4) определитель матрицы не равен нулю

Шкала оценивания

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время промежуточной аттестации определяется оценками «Отлично» / «Хорошо»/ «Удовлетворительно»/ «Неудовлетворительно». Критериями оценивания на зачете с оценкой является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике, овладение навыками анализа и систематизации информации.

Для дисциплин, формой промежуточной аттестации которых является зачет с оценкой, приняты следующие соответствия:

- 90-100% - «отлично» (5);
- 75-89% - «хорошо» (4);
- 60-74% - «удовлетворительно» (3);
- менее 60% - «неудовлетворительно» (2).

При оценивании результатов устного опроса используется следующая шкала оценок:

100% - 90% (отлично)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на высоком уровне. Свободное владение материалом, выявление межпредметных связей. Уверенное владение понятийным аппаратом дисциплины. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы на высоком уровне. Способность к самостоятельному нестандартному решению практических задач
89% - 75%	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой,

(хорошо)	сформированы достаточно. Детальное воспроизведение учебного материала. Практические навыки профессиональной деятельности в значительной мере сформированы. Присутствуют навыки самостоятельного решения практических задач с отдельными элементами творчества.
74% - 60% (удовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на минимальном уровне. Наличие минимально допустимого уровня в усвоении учебного материала, в т.ч. в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы не в полной мере.
менее 60% (неудовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, не сформированы. Недостаточный уровень усвоения понятийного аппарата и наличие фрагментарных знаний по дисциплине. Отсутствие минимально допустимого уровня в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности не сформированы.

Фонды оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине представлены в приложении 1.

6. Методические материалы по освоению дисциплины

Методические рекомендации по написанию рефератов

Реферат является индивидуальной самостоятельно выполненной работой студента. Тему реферата студент выбирает из перечня тем, рекомендуемых преподавателем, ведущим соответствующую дисциплину. Реферат должен содержать следующие структурные элементы: Титульный лист Содержание Введение Основная часть Заключение Список литературы Приложения (при необходимости). Требования к оформлению рефератов: шрифт – 14, поля – по 2 см, интервал – 1, объем – не менее 10 стр.

Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого на изучение дисциплины

Структура времени, необходимого на изучение дисциплины

Форма изучения дисциплины	Время, затрачиваемое на изучение дисциплины, %
Изучение литературы, рекомендованной в учебной программе	40
Решение задач, практических упражнений и ситуационных примеров	40
Изучение тем, выносимых на самостоятельное рассмотрение	20
Итого	100

Методические рекомендации по подготовке к практическому (семинарскому) занятию

Основной целью практического (семинарского) занятия является проверка глубины понимания студентом изучаемой темы, учебного материала и умения изложить его содержание ясным и четким языком, развитие самостоятельного мышления и творческой активности у студента, умения решать практические задачи. На практических (семинарских) занятиях предполагается рассматривать наиболее важные, существенные, сложные вопросы которые, наиболее трудно усваиваются студентами. При этом готовиться к практическому (семинарскому) занятию всегда нужно заранее. Подготовка к практическому (семинарскому) занятию включает в себя следующее:

- обязательное ознакомление с вопросами для устного опроса,
- изучение конспектов лекций, соответствующих разделов учебника, учебного пособия, содержания рекомендованных нормативных правовых актов;
- работа с основными терминами (рекомендуется их выучить);

- изучение дополнительной литературы по теме занятия, делая при этом необходимые выписки, которые понадобятся при обсуждении на семинаре;
- формулирование своего мнения по каждому вопросу и аргументированное его обоснование;
- запись возникших во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературы вопросов, чтобы затем на семинаре получить на них ответы;
- обращение за консультацией к преподавателю.

Рекомендации по изучению методических материалов

Методические материалы по дисциплине позволяют студенту оптимальным образом организовать процесс изучения данной дисциплины. Методические материалы по дисциплине призваны помочь студенту понять специфику изучаемого материала, а в конечном итоге – максимально полно и качественно его освоить. В первую очередь студент должен осознать предназначение методических материалов: структуру, цели и задачи. Для этого он знакомится с преамбулой, оглавлением методических материалов, говоря иначе, осуществляет первичное знакомство с ним. В разделе, посвященном методическим рекомендациям по изучению дисциплины, приводятся советы по планированию и организации необходимого для изучения дисциплины времени, описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»), рекомендации по работе с литературой, советы по подготовке к экзамену и разъяснения по поводу работы с тестовой системой курса и над домашними заданиями. В целом данные методические рекомендации способны облегчить изучение студентами дисциплины и помочь успешно сдать экзамен. В разделе, содержащем учебно-методические материалы дисциплины, содержание практических занятий по дисциплине.

Рекомендации по самостоятельной работе студентов

На самостоятельную работу студентов по дисциплине Б1.О.05 «Математика» выносятся следующие темы:

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Очная форма
1	2	3	4
Тема 1	Элементы линейной алгебры	<p>Определение матрицы. Основные матричные операции и их свойства. Виды матриц. Основные свойства определителей. Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Нахождение обратной матрицы. Ранг матрицы. Базисный минор.</p> <p>Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера. Использование обратной матрицы для нахождения решения СЛУ.</p>	<i>О, РЗ, КР, Т</i>
Тема 2	Основы математического анализа	<p>Понятие множества. Операции над множествами. Числовые множества</p> <p>Понятие функции. Способы задания функции. Область определения и множество значений функции. Классификация функций.</p> <p>Определение предела функции. Свойства пределов функций. Бесконечно большие и бесконечно малые функции.</p> <p>Приращение аргумента, приращение функции. Непрерывность. Свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва.</p> <p>Дифференцирование. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования. Таблица производных от элементарных функций.</p> <p>Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица стандартных интегралов.</p>	<i>О, РЗ, КР, Т</i>

		Метод замены переменных. Метод интегрирования по частям. Определение определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенных интегралов. Метод замены переменных. Метод интегрирования по частям.	
Тема 3	Теория вероятностей	Классическое определение вероятности. Комбинаторика. Сумма событий. Произведение событий. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей. Гипотезы. Формула полной вероятности, формула Байеса. Независимые испытания. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Случайные величины. Определение. Способы задания. Закон распределения. Числовые характеристики. Нормальное распределение. Теорема Ляпунова. Центральная предельная теорема.	<i>О, РЗ, КР, Т</i>
Тема 4	Элементы математической статистики	Основные задачи математической статистики. Статистическое распределение выборки. Точечные оценки числовых характеристик. Понятие об интервальном оценивании. Построение доверительных интервалов для математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины. Элементы корреляционного анализа. Нахождение коэффициента корреляции. Элементы регрессионного анализа. Построение эмпирического уравнения регрессии.	<i>О, РЗ, КР, Т</i>

Неотъемлемым элементом учебного процесса является самостоятельная работа студента. При самостоятельной работе достигается конкретное усвоение учебного материала, развиваются теоретические способности, столь важные для современной подготовки специалистов. Формы самостоятельной работы студентов по дисциплине: написание конспектов, подготовка ответов к вопросам, написание рефератов, решение задач, исследовательская работа.

Задания для самостоятельной работы включают в себя комплекс аналитических заданий выполнение, которых, предполагает тщательное изучение научной и учебной литературы, периодических изданий, а также законодательных и нормативных документов предлагаемых в п.6 «Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине». Задания предоставляются на проверку в печатном виде.

Рекомендации по работе с литературой

При изучении курса учебной дисциплины особое внимание следует обратить на рекомендуемую основную и дополнительную литературу.

Важным элементом подготовки к семинару является глубокое изучение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по теме занятия, а также первоисточников. При этом полезно прочитанную литературу законспектировать. Конспект должен отвечать трем требованиям: быть содержательным, по возможности кратким и правильно оформленным.

Содержательным его следует считать в том случае, если он передает все основные мысли авторов в целостном виде. Изложить текст кратко – это значит передать содержание книги, статьи в значительной мере своими словами. При этом следует придерживаться правила - записывать мысль автора работы лишь после того, как она хорошо понята. В таком случае поставленная цель будет достигнута. Цитировать авторов изучаемых работ (с обязательной ссылкой на источник) следует в тех случаях, если надо записывать очень важное определение или положение, обобщающий вывод.

Важно и внешнее оформление конспекта. В его начале надо указать тему семинара, дату написания, названия литературных источников, которые будут законспектированы.

Глубокая самостоятельная работа над ними обеспечит успешное усвоение изучаемой дисциплины.

Одним из важнейших средств серьезного овладения теорией является конспектирование первоисточников.

Для составления конспекта рекомендуется сначала прочитать работу целиком, чтобы уяснить ее общий смысл и содержание. При этом можно сделать пометки о ее структуре, об основных положениях, выводах, надо стараться отличать в тексте основное от второстепенного, выводы от аргументов и доказательств. Если есть непонятные слова, надо в энциклопедическом словаре найти, что это слово обозначает. Закончив чтение (параграфа, главы, статьи) надо задать себе вопросы такого рода: В чем главная мысль? Каковы основные звенья доказательства ее? Что вытекает из утверждений автора? Как это согласуется с тем, что уже знаете о прочитанном из других источников?

Ясность и отчетливость восприятия текста зависит от многого: от сосредоточенности студента, от техники чтения, от настойчивости, от яркости воображения, от техники фиксирования прочитанного, наконец, от эрудиции – общей и в конкретно рассматриваемой проблеме.

Результатом первоначального чтения должен быть простой план текста и четкое представление о неясных местах, отмеченных в книге. После предварительного ознакомления, при повторном чтении следует выделить основные мысли автора и их развитие в произведении, обратить внимание на обоснование отдельных положений, на методы и формы доказательства, наиболее яркие примеры. В ходе этой работы окончательно отбирается материал для записи и определяется ее вид: план, тезисы, конспект.

План это краткий, последовательный перечень основных мыслей автора. Запись прочитанного в виде тезисов – значит выявить и записать опорные мысли текста. Разница между планом и тезисами заключается в следующем: в плане мысль называется (ставь всегда вопрос: о чем говорится?), в тезисах – формулируется – (что именно об этом говорится?). Запись опорных мыслей текста важна, но полного представления о прочитанном на основании подобной записи не составишь. Важно осмыслить, как автор доказывает свою мысль, как убеждает в истинности своих выводов. Так возникает конспект. Форма записи, как мы уже отметили, усложняется в зависимости от целей работы: план – о чем?; тезисы – о чем? что именно?; конспект – о чем? что именно? как?

Конспект это краткое последовательное изложение содержания. Основу его составляет план, тезисы и выписки. Недостатки конспектирования: многословие, цитирование не основных, а связующих мыслей, стремление сохранить стилистическую связанность текста в ущерб его логической стройности. Приступать к конспектированию необходимо тогда, когда сложились навыки составления записи в виде развернутого подробного плана.

Форма записи при конспектировании требует особого внимания: важно, чтобы собственные утверждения, размышления над прочитанным, четко отделялись при записи. Разумнее выносить свои пометки на широкие поля, записывать на них дополнительные справочные данные, помогающие усвоению текста (дата события, упомянутого авторами; сведения о лице, названном в книге; точное содержание термина). Если конспектируется текст внушительного объема, необходимо указывать страницы книги, которые охватывает та или иная часть конспекта.

Для удобства пользования своими записями важно озаглавить крупные части конспекта, подчеркивая заголовки. Следует помнить о назначении красной строки, стремиться к четкой графике записей - уступами, колонками. Излагать главные мысли автора и их систему аргументов - необходимо преимущественно своими словами, перерабатывая таким образом информацию, – так проходит уяснение ее сути. Мысль, фразы, понятия в контексте, могут приобрести более пространное изложение в записи. Но текст оригинала свертывается, и студент, обрабатывая логическое мышление, учиться

выделять главное и обобщать однотипные суждения, однородные факты. Кроме того, делая записи своими словами, обобщая, студент учится письменной речи.

Знание общей стратегии чтения, техники составления плана и тезисов определяет и технологию конспектирования

Внимательно читать текст, попутно отмечая непонятные места, незнакомые термины и понятия. Выписать на поля значение отмеченных понятий.

При первом чтении текста необходимо составить его простой план, последовательный перечень основных мыслей автора.

При повторном чтении текста выделять систему доказательств основных положений работы автора.

Заключительный этап работы с текстом состоит в осмыслении ранее отмеченных мест и их краткой последовательной записи.

При конспектировании нужно стремиться выразить мысль автора своими словами, это помогает более глубокому усвоению текста.

В рамках работы над первоисточником важен умелый отбор цитат. Необходимо учитывать, насколько ярко, оригинально, сжато изложена мысль. Цитировать необходимо те суждения, на которые впоследствии возможна ссылка как на авторитетное изложение мнения, вывода по тому или иному вопросу.

Конспектировать целесообразно не на отдельном листе, а в общей тетради на одной странице листа. Обратная сторона листа может быть использована для дополнений, необходимость которых выяснится в дальнейшем. При конспектировании литературы следует оставить широкие поля, чтобы записать на них план конспекта. Поля могут быть использованы также для записи своих замечаний, дополнений, вопросов. При выступлении на семинаре студент может пользоваться своим конспектом для цитирования первоисточника. Все участники занятия внимательно слушают выступления товарищей по группе, отмечают спорные или ошибочные положения в них, вносят поправки, представляют свои решения и обоснования обсуждаемых проблем.

В конце семинара, когда преподаватель занятия подводит итоги, студенты с учетом рекомендаций преподавателя и выступлений сокурсников, дополняют или исправляют свои конспекты.

Рекомендации для подготовки к экзамену, зачету

При подготовке к экзамену, зачету студент внимательно просматривает вопросы, предусмотренные рабочей программой, и знакомится с рекомендованной основной литературой. Основой для сдачи экзамена, зачета студентом является изучение конспектов лекций, прослушанных в течение семестра, информация, полученная в результате самостоятельной работы в течение семестра.

7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет

7.1. Основная литература

1. Павлюченко Ю. В. Высшая математика для гуманитарных направлений: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / Ю. В. Павлюченко, Н. Ш. Хассан ; под общ. ред. Ю. В. Павлюченко. — М.: Издательство Юрайт, 2016. — 238 с.

2. Малыхин В. И. Высшая математика: учебное пособие / В. И. Малыхин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: ИНФРА-М, 2020. — 365 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-002625-1. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1067788>. – Режим доступа: по подписке.

7.2. Дополнительная литература

1. Жукова Г. С. Высшая математика для бакалавра. Практикум: учебное пособие : в 2 частях. Часть 1 / Г.С. Жукова. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 223 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-108293-5. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1067376>. – Режим доступа: по подписке.

2. Жукова Г. С. Высшая математика для бакалавра. Практикум: учебное пособие : в 2 частях. Часть 2 / Г.С. Жукова. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 275 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-108294-2. - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1067390>. – Режим доступа: по подписке.

3. Математика: учебно-методическое пособие для студентов факультета математики и информатики (направления подготовки «Прикладная информатика в дизайне, прикладная информатика в образовании») / составители С. Н. Матвеев, Ф. С. Сиразов. — Набережные Челны: Набережночелнинский государственный педагогический университет, 2015. — 86 с. — ISBN 2227-8397. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/76443.html>. – Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация

1. Конституция Российской Федерации от 12.12.1993 (с посл. поправками)
2. ISO 9001:2008 Системы менеджмента качества. Требования. URL: <http://www.internet-law.ru/gosts/gost/47856/> (Открытый доступ).
3. Федеральный закон Российской Федерации «Об образовании в Российской Федерации». М., 2012.

7.4. Интернет-ресурсы, справочные системы.

1. Справочно-поисковая система «Гарант» <http://base.garant.ru/>
2. Справочно-поисковая система «Консультант Плюс»<http://www.consultant.ru/>
3. Сайт Российского психологического общества <http://www.psygus.ru/> (открытый доступ)
4. Психологическая газета – регулярное электронное издание <http://psy.su/> (открытый доступ)
5. Российская психология – информационно-аналитический портал <http://rospsy.ru> (открытый доступ)
6. Портал психологических изданий <http://psyjournals.ru/> (открытый доступ)
7. Научная электронная библиотека <http://elibrary.ru/> (открытый доступ)
8. Сайт «Экзистенциальная и гуманистическая психология» <http://hpsy.ru> (открытый доступ)
9. Официальный сайт Президента РФ <http://www.kremlin.ru/>

8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- лекционные аудитории, оборудованные видеопроекторным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном;
- помещения для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью.

Дисциплина поддерживается соответствующими лицензионными программными продуктами: Microsoft Windows 7 Prof, Microsoft Office 2010, Kaspersky 8.2, СПС Гарант, СПС Консультант.

Программные средства обеспечения учебного процесса включают:

- программы презентационной графики (MS PowerPoint – для подготовки слайдов и презентаций);

- текстовые редакторы (MS WORD), MS EXCEL – для таблиц, диаграмм.

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся включают следующую оснащенность: столы аудиторные, стулья, доски аудиторные, компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет.

Для изучения учебной дисциплины используются автоматизированная библиотечная информационная система и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», «Электронно-библиотечная система IPRbooks», «Научная электронная библиотека eLIBRARY» и др.

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Факультет государственного и муниципального управления

Кафедра социологии, общей и юридической психологии

УТВЕРЖДЕНА
учёным советом
Волгоградского института управле-
ния –
филиала РАНХиГС
Протокол №2 от 23.09.2021 г.

ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА

Психологическое консультирование

(наименование образовательной программы)

**ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Б1.О.05 МАТЕМАТИКА

(код и наименование дисциплины)

37.03.01 ПСИХОЛОГИЯ

(код, наименование направления подготовки /специальности)

Очная

(форма (формы) обучения)

Год набора – 2022 г.

Волгоград, 2021 г.

1. Вопросы к экзамену

Вопросы к экзамену по дисциплине Б1.О.05 «Математика»

1. Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на число, произведение матриц.
2. Определители второго и третьего порядка. Свойства определителей.
3. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам какого-либо ряда. Понятие об определителе n -го порядка.
4. Вырожденная матрица, невырожденная матрица. Обратная матрица. Методы вычисления обратной матрицы: метод присоединенной матрицы, метод элементарных преобразований.
5. Ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы: метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований.
6. Системы линейных уравнений. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы. Определенные и неопределенные системы.
7. Система n линейных уравнений с n неизвестными. Формулы Крамера.
8. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений в матричной форме.
9. Решение произвольных систем. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование совместности систем линейных уравнений. Метод Жордана-Гаусса.
10. Понятие множества. Способы задания множеств. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение множеств. Декартово произведение множеств. Универсальное множество. Диаграммы Эйлера-Венна.
11. Правило умножения, правило сложения. Формулы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.
12. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения и множество значений функции. Классификация функций. График функции. Простейшие элементарные функции.
13. Предел функции. Теоремы о пределах. Два замечательных предела.
14. Приращение аргумента и функции. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация. Действия над непрерывными функциями.
15. Производная функции, ее геометрический смысл.
16. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций.
17. Дифференцирование сложных функций; дифференцирование функций заданных параметрически; дифференцирование неявных функций; логарифмическое дифференцирование.
18. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Дифференциал суммы, произведения, частного.
19. Правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей.
20. Применение производной к исследованию функций. Схема исследования функций и построение графиков.
21. Возрастание и убывание функции. Экстремум функции. Необходимые условия экстремума. Достаточные признаки существования экстремума.
22. Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба.
23. Асимптоты: вертикальные, горизонтальные, наклонные.
24. Наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке.
25. Первообразная. Неопределенный интеграл. Геометрический смысл неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
26. Таблица основных интегралов.
27. Основные приемы интегрирования: непосредственное интегрирование; метод замены переменной, метод подстановки; интегрирование по частям.

28. Определенный интеграл. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.
29. Формула Ньютона-Лейбница.
30. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
31. Предмет теории вероятностей.
32. Событие. Элементарные события, составные события. Противоположное событие. Достоверное и невозможное события. Совместные и несовместные события.
33. Вероятность. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
34. Сумма событий. Вероятность суммы событий.
35. Произведение событий. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Вероятность произведения событий.
36. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
37. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступлений события.
38. Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины (определения, примеры).
39. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Ряд распределения. Функция распределения, ее свойства. Многоугольник распределения.
40. Биномиальное распределение.
41. Распределение Пуассона.
42. Геометрическое распределение.
43. Гипергеометрическое распределение.
44. Математические операции над случайными величинами.
45. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Свойства математического ожидания.
46. Дисперсия дискретной случайной величины. Формула для вычисления дисперсии. Свойства дисперсии.
47. Непрерывные случайные величины. Интегральная функция распределения, ее свойства.
48. Непрерывные случайные величины. Дифференциальная функция распределения (плотность распределения), ее свойства.
49. Числовые характеристики непрерывных случайных величин: математическое ожидание, дисперсия.
50. Нормальное распределение. График нормальной кривой. Вероятность попадания нормальной величины в заданный интервал. Вероятность отклонения нормальной случайной величины от ее среднего значения. Правило трех сигм. Центральная предельная теорема.
51. Равномерное распределение. Плотность вероятности равномерного распределения. Функция распределения. Основные числовые характеристики равномерно распределенной величины.
52. Показательное распределение. Плотность вероятности показательного распределения. Функция распределения. Основные числовые характеристики непрерывной случайной величины, имеющей показательное распределение.
53. Предмет математической статистики. Задачи математической статистики.
54. Генеральная совокупность. Выборка. Варианты, частоты, относительные частоты. Вариационный ряд. Статистический ряд частот, относительных частот. Интервальный статистический ряд.
55. Эмпирическая функция распределения. Полигон. Гистограмма.
56. Выборочные среднее, дисперсия; мода, медиана, размах выборки.
57. Статистические оценки. Точечная оценка. Несмещенная точечная оценка. Смещенная точечная оценка. Точечные оценки для средней и дисперсии генеральной совокупности.

58. Интервальные оценки. Доверительный интервал. Интервальные оценки средней и дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности.

59. Регрессионный анализ. Уравнение регрессии. Отыскание параметров уравнения регрессии по несгруппированным и сгруппированным данным.

60. Корреляционный анализ. Коэффициент линейной корреляции, его свойства.

2. Тестовые материалы

Примерный вариант контрольной работы

1. Найти обратную матрицу для матрицы A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 7 & 6 & 2 \\ 7 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить ранг матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ -2 & 3 & -4 & 5 \\ 3 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Исследовать систему на совместность и решить ее, если она совместна:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

4. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталю:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}.$$

5. Найти интеграл $\int e^{4x^2+3} \cdot x dx$.

6. Вычислить интеграл: $\int_0^1 (2x^3 + 1)^4 \cdot x^2 dx$.

Итоговый тест по дисциплине «Математика»

1. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ равен

- 1) 0 2) 9 3) -3 4) 3

2. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, то матрица $C = A + 2B$ имеет вид

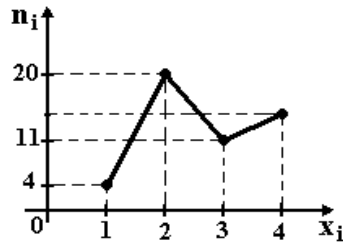
- 1) $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 12 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$

3. Матрица называется невырожденной, если:

- 1) определитель 2) она содержит 3) она 4) определитель

матрицы равен нулю нулевой столбец содержит нулевую строку матрицы не равен нулю

4. Размерность матрицы C , полученной в результате умножения матрицы $A_{m \times p}$ на матрицу $B_{p \times n}$, равна
- 1) $m \times n$ 2) $n \times m$ 3) $n \times p$ 4) $p \times m$
5. Если (x_0, y_0) – решение системы линейных уравнений $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$, тогда $x_0 + y_0$ равно
- 1) $-0,5$ 2) $3,5$ 3) $0,5$ 4) $-3,5$
6. Значение производной функции $f(x) = (1+x)e^{2x}$ в точке $x_0 = -1$ равно
- 1) $-e^2$ 2) e^2 3) e 4) -1
7. Множество первообразных функции $y = \sin 2x$ имеет вид
- 1) $\frac{1}{2} \cos 2x + C$ 2) $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$ 3) $2 \cos 2x + C$ 4) $-2 \cos 2x + C$
8. Заданы два множества: $A = \{1, 5, 7, 11\}$, $B = \{5, 9, 11, 15\}$. Тогда множество $C = \{1, 5, 7, 9, 11, 15\}$ есть:
- 1) $A \cup B$ 2) $A \cap B$ 3) $A \setminus B$ 4) $B \setminus A$
9. Число 3,4 принадлежит множеству
- 1) $A = \{a \mid a \in \mathbb{R}, 1 \leq a \leq 3,5\}$ 2) $B = \{b \mid b \in \mathbb{N}, 1 \leq b \leq 5\}$ 3) $C = \{c \mid c \in \mathbb{Q}, c < 3\}$ 4) $D = \{d \mid d \in \mathbb{Z}, 1 \leq d \leq 4\}$ –
10. Из слова «Наугад» выбирается одна буква. Вероятность того, что это гласная, равна
- 1) 0 2) $1/2$ 3) $1/3$ 4) 1
11. В расписании на понедельник пять уроков: геометрия, физика, история, физкультура, химия. Сколькими способами можно составить расписание уроков на этот день?
- 1) 25 2) 120 3) 60 4) 5
12. Вероятность поломки первого станка в течение смены равна 0,2, а второго – 0,13. Вероятность того, что оба станка потребуют наладки в течение смены, равна
- 1) 0,15 2) 0,26 3) 0,026 4) 0,33
13. Какая из перечисленных случайных величин не является дискретной:
- 1) число солнечных дней в году 2) число прибывших самолетов в аэропорт 3) количество факультетов в вузе 4) рост учеников в классе
14. Пусть X – дискретная случайная величина, заданная законом распределения вероятностей:
- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | -1 | 0 | 2 | 3 |
| p | 0,1 | 0,4 | 0,3 | 0,2 |
- Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно
- 1) 4 2) 1,1 3) 2,2 4) 1
15. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$, полигон частот которой имеет вид



Тогда число вариант $x_i=4$ в выборке равно

- 1) 50 2) 16 3) 14 4) 15

16. Мода вариационного ряда 1, 2, 3, 4, 4, 5 равна

- 1) 19 2) 3,5 3) 4 4) 6

17. Педагогический стаж восьми учителей школы следующий: 5, 8, 10, 12, 12, 14, 18, 9 лет.

Тогда среднее этой выборки равно

- 1) 12,5 2) 11,5 3) 11 4) 12

18. Дано статистическое распределение выборки. Размах данной выборки равен

x_i	2	3	4	5	7	10
n	3	1	2	3	4	2
i						

- 1) 8 2) 6 3) 15 4) 7

19. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 11.

Тогда его интервальная оценка может иметь вид:

- 1) (11; 11,5) 2) (10,5; 11,5) 3) (10,5; 10,9) 4) (10,5; 11)

20. Коэффициент корреляции r не может принимать значение

- 1) -0,345 2) 1,237 3) 0,876 4) 0

21. Вероятность достоверного события равна:

- 1) -1 2) 0 3) 0,995 4) 1

22. Вероятность наступления некоторого события не может быть равна:

- 1) 0,3 2) 1,3 3) 1 4) 0,7

23. Количество перестановок букв в слове «лето» равно:

- 1) 120 2) 5 3) 20 4) 24

24. Игральный кубик бросают один раз. Вероятность того, что на верхней грани выпадет 3 очка, равна:

- 1) 1/6 2) 1/3 3) 1/2 4) 0,1

25. Игральный кубик бросают один раз. Вероятность того, что на верхней грани выпадет число очков, равное пяти или шести, равна:

- 1) 1/6 2) 1/3 3) 1/2 4) 2/3

26. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелка соответственно равны 0,9 и 0,4. Тогда вероятность того, что в цель попадут оба стрелка, равна:

- 1) 0,5 2) 0,36 3) 0,45 4) 0,4

27. В первом ящике 7 красных и 9 синих шаров, во втором – 4 красных и 11 синих. Из произвольного ящика достают один шар. Вероятность того, что он красный, равна:

- 1) $\frac{7}{9} + \frac{4}{11}$ 2) $\frac{1}{2} \left(\frac{7}{16} + \frac{4}{15} \right)$ 3) $\frac{1}{2} \left(\frac{7}{9} + \frac{4}{11} \right)$ 4) $\frac{1}{2} \left(\frac{7+4}{9+11} \right)$

28. Бросают две монеты. События $A = \{\text{герб на первой монете}\}$, $B = \{\text{герб на второй монете}\}$ являются:

- 1) независимыми, совместными 2) зависимыми, совместными 3) независимыми, несовместными 4) зависимыми, несовместными

29. Как связаны вероятности событий A и \bar{A} :

- 1) $P(A) - P(\bar{A}) = 1$ 2) $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ 3) $P(A) + P(\bar{A}) = 0$ 4) $P(A) - P(\bar{A}) = 0$

30. Производится 800 независимых испытаний, вероятность появления некоторого события A в этих испытаниях равна 0,7. С помощью какой формулы нужно найти вероятность того, что в 800 испытаниях событие A наступит ровно 460 раз?

- 1) Формулы Бернулли 2) Формулы Пуассона 3) Локальной теоремы Лапласа 4) Интегральной теоремы Лапласа

31. Какие значения не может принимать дисперсия случайной величины:

- 1) неотрицательные 2) отрицательные 3) нуль 4) положительные

32. Дан закон распределения дискретной случайной величины X :

X	1	2	3	4
p	0,2	0,3	0,4	α

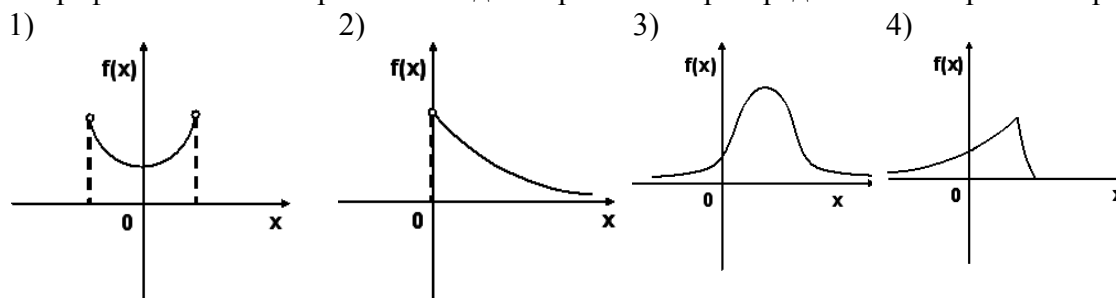
Тогда значение α равно:

- 1) 0,1 2) 0,2 3) 0,9 4) 0,5

33. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[1, 3]$. Тогда случайная величина $Y=3X+1$ имеет:

- 1) нормальное распределение на отрезке $[3, 9]$
 2) равномерное распределение на отрезке $[4, 10]$
 3) нормальное распределение на отрезке $[4, 10]$
 4) другой (кроме нормального и равномерного) вид распределения

34. График плотности вероятностей для нормального распределения изображен на рисунке:



35. Выборочное уравнение парной регрессии имеет вид $y = 3,8 - 1,9x$. Тогда выборочный коэффициент корреляции может быть равен:

- 1) 0,5 2) 3,8 3) -0,7 4) 0,7

36. Система линейных уравнений называется однородной, если:

- 1) все свободные члены равны нулю 2) все свободные члены отличны от нуля 3) хотя бы один свободный член отличен от нуля 4) хотя бы один свободный член равен нулю

37. Система линейных уравнений называется определенной, если она:

- 1) не имеет решений 2) имеет единственное решение 3) имеет бесчисленное множество решений 4) имеет определитель системы равный нулю

38. Дифференцирование – это:

- 1) вычисление предела 2) вычисление приращения функции 3) нахождение производной от данной функции 4) составление уравнения нормали

39. Множество первообразных для данной функции $f(x)$ называется:

- 1) функцией 2) неопределенным интегралом 3) дифференциалом 4) частной

- | | | | |
|---------------------------------|------------|--------------------------------|-------------|
| | интегралом | $y = \frac{1}{(x+3)^2(x-1)^2}$ | производной |
| 40. Число точек разрыва функции | | | |
| 1) 0 | 2) 5 | 3) 3 | 4) 2 |

3. Открытые задания

3.1. Теоретические задания с открытыми вопросами

Тема 1. Элементы линейной алгебры

Матрицы. Определители

Вопросы для устного опроса:

1. Матрицы. Действия над матрицами: сложение, умножение на число, произведение матриц.
2. Определители второго и третьего порядка.
3. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам какого-либо ряда.
4. Понятие об определителе n -го порядка.

Обратная матрица. Ранг матрицы

Вопросы для устного опроса:

1. Методы вычисления обратной матрицы: метод элементарных преобразований, метод присоединенной матрицы.
2. Ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы: метод окаймляющих миноров, метод элементарных преобразований.

Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Матричный метод. Метод Гаусса. Исследование совместности

Вопросы для устного опроса:

1. Решение систем линейных уравнений. Формулы Крамера.
2. Матричная запись системы линейных уравнений и ее решение.
3. Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
4. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование совместности систем линейных уравнений.
5. Метод Жордана-Гаусса. Базисные решения.

Тема 2. Основы математического анализа

Множества

Вопросы для устного опроса:

1. Понятие множества. Способы задания множеств.
2. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение множеств.
3. Декартово произведение множеств.
4. Универсальное множество. Диаграммы Эйлера-Венна.

Функция одной переменной

Вопросы для устного опроса:

1. Понятие функции.
2. Область определения и множество значений функции.
3. Способы задания функции.
4. Классификация функций. График функции. Основные элементарные функции и их графики.

Предел функции. Непрерывность функции

Вопросы для устного опроса:

1. Последовательности. Предел последовательности.
2. Предел функции. Теоремы о пределах.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Два замечательных предела. Односторонние пределы. Сравнение бесконечно малых.
4. Приращение аргумента и функции. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация. Действия над непрерывными функциями.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Вопросы для устного опроса:

1. Производная функции, ее геометрический смысл. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование неявных функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Логарифмическое дифференцирование.
2. Приложения производной. Правило Лопитала для раскрытия неопределенностей. Применение производной к исследованию функций. Возрастание и убывание функции. Экстремум. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции. Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты. Схема исследования функций и построение графиков.

Тема 3. Теория вероятностей

Предмет теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей.

Классическое определение вероятности.

Вопросы для устного опроса:

1. Классическое определение вероятности.
2. Непосредственный подсчет вероятностей.

Основные теоремы теории вероятностей

Вопросы для устного опроса:

1. Сумма и произведение событий.
2. Вероятность суммы событий.
3. Вероятность произведения событий.

Формула полной вероятности. Формула Байеса

Вопросы для устного опроса:

1. Формула полной вероятности.
2. Формула Байеса.

Повторение испытаний. Формула Бернулли

Вопросы для устного опроса:

1. Независимые испытания. Повторение испытаний.
2. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступлений события.
3. Локальная теорема Лапласа, интегральная теорема Лапласа, формула Пуассона.

Случайные величины. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины

Вопросы для устного опроса:

1. Случайные величины. Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Ряд распределения. Функция распределения, ее свойства. Многоугольник распределения, функция распределения.
2. Математическое ожидание дискретной случайной величины, свойства математического ожидания. Дисперсия дискретной случайной величины. Формула для вычисления дисперсии, свойства дисперсии. Среднее квадратическое отклонение.

Непрерывные случайные величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины

Вопросы для устного опроса:

1. Непрерывные случайные величины. Интегральная функция распределения, ее свойства. Дифференциальная функция распределения, ее свойства.

2. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия.

Законы распределения случайной величины. Нормальный закон распределения

Вопросы для устного опроса:

1. Законы распределения дискретной случайной величины: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое и гипергеометрическое распределение.

2. Законы распределения непрерывной случайной величины: равномерное, показательное распределение. Нормальный закон распределения.

3. Нормальный закон распределения. Числовые характеристики нормального закона. Функция Лапласа. Вычисление вероятности попадания нормальной случайной величины на заданный интервал. Вероятность заданного отклонения нормальной случайной величины от ее среднего значения. Правило трех сигм.

Тема 4. Элементы математической статистики

Предмет математической статистики. Статистическое распределение выборки

Вопросы для устного опроса:

1. Выборка. Вариационный ряд. Статистический ряд.

2. Полигон. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения.

3. Выборочное среднее, выборочная дисперсия. Мода, медиана, размах выборки.

Статистическое оценивание

Вопросы для устного опроса:

1. Статистические оценки.

2. Точечные оценки. Свойства точечной оценки. Методы получения точечных оценок.

3. Интервальные оценки. Доверительный интервал. Интервальные оценки параметров нормального распределения.

Статистические методы обработки экспериментальных данных: корреляционно-регрессионный анализ

Вопросы для устного опроса:

1. Регрессионный анализ. Выбор регрессионной модели, уравнение регрессии. Отыскание параметров уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным данным. Отыскание параметров уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным.

2. Корреляционный анализ. Формула для вычисления коэффициента линейной корреляции, свойства коэффициента корреляции. Таблица Чеддока. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.

3.2. Практические задания (кейсы)

Тема 1. Элементы линейной алгебры

Матрицы. Определители

Типовые задания:

1. Найти матрицу $3A$ для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Найти сумму и разность матриц A и B , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 & -2 \\ -3 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Найти AB и BA , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

Обратная матрица. Ранг матрицы

Типовые задания:

1. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти обратную матрицу.

2. Найти матрицу, обратную матрице

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Сделать проверку.

3. Определить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Матричный метод. Метод Гаусса. Исследование совместности

Типовые задания:

1. Методом Гаусса решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 3, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 16. \end{cases}$$

2. Решить систему в матричной форме

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7. \end{cases}$$

3. Решить систему, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

Тема 2. Основы математического анализа

Множества

Типовые задания:

1. Описать перечислением элементов множество:

d) $A = \{x \in \mathbb{Z}: (x-3)(x^2-1) = 0 \text{ и } x \geq 0\}$

e) $A = \{x \in \mathbb{R}: x^3 - 3x^2 + 2x = 0\}$

f) $A = \{x \in \mathbb{N}: x^2 - 3x - 4 \leq 0\}$

2. Пусть $A = (-1; 2]$, $B = [1; 4)$. Найти множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ и изобразить их на числовой оси.

3. Пусть универсальное множество U – множество всех сотрудников некоторой фирмы; A – множество всех сотрудников данной организации старше 35 лет; B – множество сотрудников, имеющих стаж работы более 10 лет; C – множество менеджеров фирмы. Определить содержательный смысл каждого из следующих множеств:

\bar{B} ; $\bar{A} \cap B \cap C$; $A \cup (B \cap \bar{C})$; $B \setminus C$; $C \setminus B$; $A \cap (B \setminus C)$; $(A \cap B) \setminus C$, $A \setminus B$, $B \setminus \bar{A}$,
 $(A \cap B) \cup C$, $A \cap (B \cup C)$.

Функция одной переменной

Типовые задания:

1. Найти область определения и множество значений функций

$$y = \sin x, \quad y = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + x + 2}} + \lg(x - 1).$$

2. Установить четность или нечетность функций

$$f(x) = x^5 - x^3 + x, \quad f(x) = \sqrt{1 - x^2}, \quad f(x) = x^2 + 5x.$$

Предел функции. Непрерывность функции

Типовые задания:

1. Найти пределы 1) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 6x + 8}{x^3 + 8}$, 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 4}{x - 2}$, 3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}$

2. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin kx}{x}$, $k = const$.

3. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x$.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Типовые задания:

1. Найти производные функций: $y = \sin kx$, $y = \operatorname{tg} px$, $y = \sin \sqrt{x}$, $y = \cos \sqrt{\frac{1}{1+x}}$.

2. Найти производные функций:

$$y = 3 \sin^2 x; \quad y = \cos^6 x; \quad y = \sqrt{\sin x}; \quad y = \sqrt{\sin^2 x + 3 \cos^3 4x}.$$

3. Найти производные функций: $y = \arcsin 2x$; $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{x}}$; $y = \arcsin^3 3x$.

Интегральное исчисление функции одной переменной

Типовые задания:

1. Найти интеграл $\int \left(5 \cos x + 2 - 3x^2 + \frac{1}{x} - \frac{4}{x^2 + 1}\right) dx$.

2. Найти интеграл $\int \cos 3x dx$.

3. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}}$.

Тема 3. Теория вероятностей

Предмет теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей.

Классическое определение вероятности.

Типовые задания:

1. В урне имеются 10 шаров: 3 белых и 7 черных. Из урны наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что этот шар: а) белый, б) черный?

2. Какова вероятность появления четного числа очков при одном бросании игрального кубика? (Игральный кубик – кубик, грани которого отмечены номерами 1, 2, 3, 4, 5, 6.)

3. Брошены 3 монеты. Найти вероятность того, что выпадут два «герба».

Основные теоремы теории вероятностей

Типовые задания:

1. В денежно-вещевой лотерее на каждые 10000 билетов разыгрывается 150 вещевых и 50 денежных выигрышей. Чему равна вероятность выигрыша для владельца 1 лотерейного билета?

2. Вероятность поломки первого станка в течение смены равна 0,2, а второго – 0,13. Чему равна вероятность того, что оба станка потребуют наладки в течение смены?

3. Два спортсмена независимо друг от друга стреляют по одной мишени. Вероятность попадания в мишень первого спортсмена равна 0,7, а второго – 0,8. Какова вероятность того, что мишень будет поражена.

Формула полной вероятности. Формула Байеса

Типовые задания:

1. Предположим, что из партии деталей 20 изготовлено на 1-м станке, 25 – на 2-м станке, 5 – на 3-м станке. Известно, что вероятности выпуска бракованной детали на 1-м, 2-м и 3-м станках соответственно равны 0,02; 0,01; 0,05. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется бракованной?

2. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит 60% деталей отличного качества, а второй – 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что деталь произведена первым автоматом.

Повторение испытаний. Формула Бернулли

Типовые задания:

1. Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее: выиграть две партии из четырех или три партии из шести (ничьи во внимание не принимаются)?

2. Для стрелка, выполняющего упражнение в тире, вероятность попасть в «яблочко» при одном выстреле не зависит от результатов предшествующих выстрелов и равна $p = 1/4$. Спортсмен сделал 5 выстрелов. Найти вероятность того, что он: а) попал один раз; б) хотя бы один раз; в) не менее трех раз.

3. Садовод сделал осенью 6 прививок. По опыту прошлых лет известно, что после зимовки 7 из каждых 10 черенков оставались жизнеспособными. Какое число прижившихся черенков наиболее вероятно?

Случайные величины. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики дискретной случайной величины

Типовые задания:

1. Даны вероятности значений случайной величины X : значение 10 имеет вероятность 0,3; значение 2 – вероятность 0,4; значение 8 – вероятность 0,1; значение 4 – вероятность 0,2. Построить ряд распределения случайной величины X .

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения:

X	1	3	5
p	0,4	0,1	0,5

Построить ряд распределения случайной величины $3X$.

3. Дан ряд распределения случайной величины X :

X	10	20	30	40	50
p	0,2	0,3	0,35	0,1	0,05

Найти функцию распределения вероятности этой случайной величины.

Непрерывные случайные величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины

Типовые задания:

1. Случайная величина X подчинена закону распределения с плотностью $f(x)$, причем

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a(3x - x^2), & 0 \leq x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент a ; найти вероятность попадания X в промежуток $(1,2)$.

2. Функция распределения случайной величины X задана выражением

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{4}, & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти функцию плотности.

3. Найти функцию распределения случайной величины, функция плотности которой имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{(x-3)^2}{9}, & 0 \leq x \leq 3, \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

Законы распределения случайной величины. Нормальный закон распределения

Типовые задания:

Законы распределения дискретной случайной величины

1. Построить ряд распределения числа попаданий мячом в корзину при двух бросках, если вероятность попадания равна 0,4.

2. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны 2 детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных.

3. Из орудия производится стрельба по цели до первого попадания. Вероятность попадания в цель $p=0,6$. Найти вероятность того, что попадание произойдет при третьем выстреле.

Законы распределения непрерывной случайной величины

1. Случайная величина X задана функцией плотности вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ 1-x, & -1 < x < 1 \\ 0, & x \geq 1 \end{cases}$$

Найти $F(x)$, построить графики функций $f(x)$, $F(x)$, найти $M(X)$, $D(X)$.

2. Функция распределения равномерно распределенной случайной величины X имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(x)$, $M(X)$, $\sigma(X)$.

3. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 4e^{-4x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытаний X попадет в интервал $(0,2; 0,5)$.

Тема 4. Элементы математической статистики

Предмет математической статистики. Статистическое распределение выборки

Типовые задания:

1. Пусть изучается случайная величина X – число пропущенных занятий по некоторому предмету у 25 студентов 1 курса. С помощью журнала посещаемости собраны данные о числе пропущенных занятий и получены следующие значения:

2, 5, 0, 1, 6, 3, 0, 1, 5, 4, 0, 3, 3, 2, 1, 4, 0, 0, 2, 3, 6, 0, 3, 0, 1.

Составить вариационный ряд, статистический ряд частот и относительных частот.

2. Известно статистическое распределение частот.

x_i		1	2	3	4
n_i		2	15	10	5
		0			

Найти выборочное среднее, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение, определить размах выборки.

3. Время решения контрольной задачи учениками 5-го класса (в секундах):

60 41 51 33 42 45 21 53 60
 52 47 46 49 49 14 57 54 59
 47 28 48 58 32 42 58 61 30
 35 47 72 41 45 44 55 30 40
 65 39 48 43 60 54 42 59 50

Составить таблицу статистического распределения, разбив промежуток (14, 77) на 7 интервалов, построить гистограмму относительных частот.

Статистическое оценивание

Типовые задания:

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 50$:

x_i	2	5	7	10
n_i	16	12	8	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2. По выборке ($n = 41$) найдена смещенная оценка генеральной дисперсии $D_B = 3$. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

3. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты: 92, 94, 103, 105, 106. Найти: а) выборочную среднюю длину стержня; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок прибора.

Статистические методы обработки экспериментальных данных: корреляционно-регрессионный анализ

Типовые задания:

1. Экономист, изучая зависимость выработки Y (ден.ед.) на одного работника торговли от величины товарооборота X (ден.ед.) магазина за определённый период, получил данные по $n = 15$ магазинам одинакового профиля:

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	150	38	85	28	146	34	95	50	134	120	74	140	110	60	86
Y	7,2	5,8	7,5	4,4	8,4	4,5	7,0	5,0	6,4	8,0	6,0	7,8	6,2	5,8	6,0

Полагая, что между признаками Y и X имеет место линейная корреляционная связь, определить выборочное уравнение регрессии $Y = b + \rho_{xy}(x - \bar{x})$ и выборочный коэффициент линейной корреляции r_s . Построить диаграмму рассеяния и линию регрессии. Сделать выводы о направлении и тесноте связи между показателями Y и X . Используя полученное линейное уравнение регрессии, оценить ожидаемое значение признака Y при $x^* = 90$ ден.ед.

Практические задания к экзамену

1. Вычислить $A^2 - 3A + 2E$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 6 & 0 & -5 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$

2. Решить уравнение $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & x & -2 \\ 3 & 2x & -1 \end{vmatrix} = 0$.

3. Решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1 \\ 3x + y - 2z = -4 \\ x - 2y + z = 5 \end{cases}$$

4. Найти пределы функций:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6}$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 4x$

5. Найти производную функции:

$y = \sqrt{1 + 5 \cos x}$

$y = \sin^3 5x \cdot \cos^5 3x$

$y = e^{\arccos x}$

6. Найти интегралы:

$\int (4x^3 + 6x + 7) dx$

$\int \sin^3 x \cdot \cos x dx$

7. Охарактеризуйте событие, о котором идет речь, как достоверное, невозможное, случайное. Даны два интервала (0; 1) и (6; 9). Из первого интервала выбрали число a , из второго – число c . Оказалось, что: а) число a меньше числа c ; б) число a больше числа c ; в) число $a + c$ принадлежит интервалу (6; 9); г) число $a + c$ не принадлежит интервалу (6; 9).

8. Игральный кубик бросают 3 раза подряд. Какова вероятность того, что каждый раз на нем выпадет число очков кратное 2?

9. В хлопке число длинных волокон составляет 80%. Какова вероятность того, что среди взятых наудачу 4 волокон окажется хотя бы одно длинное.

10. ДСВ X задана законом распределения:

X	-2	0	4	5
p	0,3	0,4	0,1	0,2

Найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Построить многоугольник распределения.

11. Дан ряд чисел: 2, 6, 4, 7, 8, 5, 7, 7, 8, 4, 10, 5, 6, 7, 7. Найти среднее, размах, моду, медиану. Составить статистический ряд частот.

4. Ключи (ответы) к оценочным материалам

Ответы к тесту:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	1	4	1	3	2	2	2	1	2	2	3	4	2	4	3	3	1	2	2
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

4	2	4	1	2	2	2	1	2	3	2	1	2	3	3	1	2	3	2	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---