

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И  
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

Кафедра информационных систем и математического моделирования

УТВЕРЖДЕНА  
учёным советом  
Волгоградского института управления –  
филиала РАНХиГС  
Протокол №2 от 23.09.2021 г.

**ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА**

**Финансы и кредит**

---

*(наименование образовательной программы)*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ,  
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса**

**Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения»**

---

*(код и наименование дисциплины)*

**38.03.01 Экономика**

---

*(код, наименование направления подготовки /специальности)*

**Очная**

---

*(форма (формы) обучения)*

Год набора – 2022 г.

Волгоград, 2021 г.

**Автор-составитель:**

Канд. педагогических наук доцент кафедры информационных систем и математического моделирования Беспалая Е. Н.

*(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)*

Заведующий кафедрой

информационных систем и математического моделирования О.А. Астафурова

---

*(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)*

**Автор-составитель:**

Старший преподаватель кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг» Чабан А.Н.

---

*(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)*

Заведующий кафедрой «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг»

д.э.н. Корищенко К.Н.

---

*(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)*

РПД Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» одобрена на заседании кафедры информационных систем и математического моделирования. Протокол от 31 августа 2021 года № 1

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....</b>	<b>4</b>
1.1. Осваиваемые компетенции.....	4
1.2. Результаты обучения.....	4
<b>2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....</b>	<b>5</b>
<b>3.Содержание и структура дисциплины.....</b>	<b>6</b>
3.1. Структура дисциплины.....	6
3.2. Содержание дисциплины.....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
<b>4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....</b>	<b>11</b>
4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.....	11
4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....	12
<b>5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине.....</b>	<b>30</b>
5.1. Методы проведения экзамена.....	30
5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации.....	30
<b>6. Методические материалы по освоению дисциплины.....</b>	<b>32</b>
<b>7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет.....</b>	<b>37</b>
7.1. Основная литература.....	37
7.2. Дополнительная литература.....	37
7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация.....	37
7.4. Интернет-ресурсы, справочные системы.....	38
7.5. Иные источники.....	38
<b>8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....</b>	<b>38</b>

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

### 1.1. Осваиваемые компетенции

Дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» обеспечивает овладение следующими компетенциями

Код компетенции	Наименование компетенции	Код компонента компетенции	Наименование компонента компетенции
ПКр ОС II – 1	Способность использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач	ПКр ОС II –1.1	Способность использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов

### 1.2. Результаты обучения

Использование трудовых функций обязательно только для профессиональных компетенций, установленных самостоятельно.

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Учебная дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» относится к блоку части дисциплин, формируемых участниками образовательных отношений. В соответствии с учебным планом, по очной и заочной формах обучения дисциплина осваивается в 3 семестре, общая трудоемкость дисциплины в зачетных единицах составляет 108 часов (3 ЗЕТ).

По очной форме обучения количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) – 32 часа (лекций – 16 часов, практических занятий – 16 часов) и на самостоятельную работу обучающихся – 76 часов.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – зачет с оценкой.

Освоение дисциплины Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний, полученных в ходе изучения дисциплин Б1.Б.04 «Математический анализ», Б1.Б.05 «Алгебра», а также на приобретенные ранее умения и навыки в области базового курса, полученных в средних образовательных учреждениях.

### 3. Содержание и структура дисциплины

#### 3.1. Структура дисциплины

##### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, ак. час./ час.					Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***	
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					СР
			Л	ЛР	ПЗ	КСР		
Тема 1	Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.	14	2		2		10	К, Кол
Тема 2	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	14	2		2		10	К, Кол
Тема 3	Системы линейных дифференциальных уравнений.	13	2		2		9	К, Кол
Тема 4	Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.	13	2		2		9	К, Кол
Тема 5	Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.	14	2		2		10	К, Кол
Тема 6	Линейные разностные уравнения второго порядка.	13	2		2		9	К, Кол
Тема 7	Системы линейных разностных уравнений.	13	2		2		9	К, Кол
Тема 8	Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.	14	2		2		10	К, Кол
Промежуточная аттестация		4						ЗО
Всего:		108	16		16		76	

Примечание:

\* формы заданий текущего контроля успеваемости: контрольные работы (К), опрос (О), тестирование (Т), коллоквиум (Кол) и виды учебных заданий: эссе (Э), реферат (Р), доклад (Д)

\*\* формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз), зачет (З), зачет с оценкой (ЗО).

### **3.2 Содержание дисциплины (модуля)**

#### **Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.**

Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме). Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах). Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли.

#### **Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.**

Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

#### **Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений.**

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений). Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

#### **Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.**

Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

#### **Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.**

Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой). Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

#### **Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка.**

Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

#### **Тема 7. Системы линейных разностных уравнений.**

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия). Решение подстановкой. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

#### **Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.**

Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

### **4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся**

#### **4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации**

В ходе реализации дисциплины Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

<b>Тема (раздел)</b>	<b>Методы текущего контроля успеваемости</b>
Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые	Контрольная работа №2

разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.	Коллоквиум №2
Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 7. Системы линейных разностных уравнений.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2

#### 4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

**Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.**

##### Варианты заданий контрольной работы №1

1. Проверить, является ли функция  $y = e^{-x} + x$  решением дифференциального уравнения  $y' + y = 1 + x$ .

2. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$(1 + x)ydx = (y - 1)x dy.$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' = \frac{y + x^2}{x}$ .

4. Найти частное решение дифференциального уравнения

$$s - 3 = s't, \quad s(1) = 0.$$

5. Решить уравнение:  $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$ .

##### Вопросы к коллоквиуму №1

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).

2. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).

3. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли.

**Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.**  
**Варианты заданий контрольной работы №1**

1. Решить линейные однородные дифференциальные уравнения:



$$1) y'' - 2y' = 0$$

$$2) y'' - 3y' + 2y = 0; \quad y(0) = 2; y'(0) = 3$$

- 1) Решить линейные неоднородные дифференциальные уравнения методом вариации произвольных постоянных (Лагранжа):

$$y'' - y = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

- 2) Решить линейные неоднородные дифференциальные уравнения методом неопределенных коэффициентов (Эйлера):

$$y'' - 2y' + 5y = 10e^{-x} \cos 2x$$

### Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.

2. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

3. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

### Тема 3 Системы линейных дифференциальных уравнений

#### Варианты заданий контрольной работы №1

- 1) Найти общее решение системы:

$$1. y'' + 2xy'^2 = 0$$

$$2. y'' - 2y' + y = -12 \cos 2x - 9 \sin 2x; \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 0$$

$$3. y'' + 2y' + y = xe^x + \frac{1}{xe^x}$$

$$4. y^{(4)} - 10y'' + 9y = 0$$

$$5. \begin{cases} x' = 2x + 8y \\ y' = x + 4y \end{cases}$$

$$2. \text{Найти общее решение системы: } \begin{cases} \dot{x} = x - y + z, \\ \dot{y} = x + y - z, \\ \dot{z} = 2x - y. \end{cases}$$

### Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).

2. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

3. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

## Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений

### Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти положения равновесия и исследовать их на устойчивость:

Определить тип особой точки и нарисовать траекторию на плоскости (x, y):

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y + x - 4 \\ \dot{y} &= 3y - x \end{aligned}$$

2. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение:

$$\dot{x} = e^x + 2y - \cos 3x$$

### Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.
2. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.
3. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

## Тема 5 Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка

### Варианты заданий контрольной работы №1

1. Решить разностное линейное уравнение первого порядка:

2. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) + 2y(k) = 3k^2 + 2k - 2$$

### Вопросы к коллоквиуму №2

1. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).
2. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

## Тема 6 Линейные разностные уравнения второго порядка

### Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить линейное однородное разностное стационарное уравнение второго поряд-

ка:

$$y(k+2) + y(k+1) - 2y(k) = 0$$

2. Решить линейное неоднородное разностное стационарное уравнение второго порядка:

$$y(k+2) - y(k) = \cos k$$

### Вопросы к коллоквиуму №2

1. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.
2. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
3. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

### Тема 7 Системы линейных разностных уравнений

#### Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить линейную однородную стационарную систему разностных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} x(k+1) = -6x(k) + 8y(k), \\ y(k+1) = -4x(k) + 6y(k). \end{cases}$$

2. Решить линейную неоднородную стационарную систему разностных уравнений:

$$\begin{cases} x(k+1) = -2x(k) - y(k) + 7k - 1, \\ y(k+1) = -4x(k) - 5y(k) + 2. \end{cases}$$

3. Найти решение разностной задачи Коши:

$$\begin{cases} x(k+1) = 3x(k) + y(k) + 2k + 2, \\ y(k+1) = 2x(k) + 4y(k) + 2k + 1, \\ x(0) = y(0) = 0 \end{cases}$$

### Вопросы к коллоквиуму №2

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).
2. Решение подстановкой.
3. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
4. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

## Тема 8 Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений

### Варианты заданий контрольной работы №2

1. Исследовать устойчивость положений равновесия нелинейных систем разностных уравнений:

$$x(k+1) = x(k) - 4y(k) + 2x(k)y(k) - 8$$

$$y(k+1) = y(k) + 4y^2(k) - x^2(k).$$

2. Исследовать ограниченность решений системы разностных уравнений:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= -y(k) + \cos k, \\ y(k+1) &= y(k) + y(k) + \sin k. \end{aligned}$$

### Вопросы к коллоквиуму №2

1. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.
2. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

## 5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине

### 5.1. Методы проведения зачета

Зачет проводится с применением следующих методов: метод устного опроса по вопросам из перечня примерных вопросов и решения практических задач из п.5.2.

### Шкала оценивания

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время промежуточной аттестации определяется оценками «Отлично» / «Хорошо» / «Удовлетворительно» / «Неудовлетворительно». Критериями оценивания на зачете с оценкой является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике, овладение навыками анализа и систематизации информации в области финансов.

Для дисциплин, формой промежуточной аттестации которых является зачет с оценкой, приняты следующие соответствия:

- 90-100% - «отлично» (5);
- 75-89% - «хорошо» (4);
- 60-74% - «удовлетворительно» (3);
- менее 60% - «неудовлетворительно» (2).

При оценивании результатов зачета используется следующая шкала оценок:

100% - 90% (отлично)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на высоком уровне. Свободное владение материалом, выявление межпредметных связей. Уверенное владение понятийным аппаратом дисциплины. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы на высоком уровне. Способность к самостоятельному нестандартному решению практических задач
89% - 75% (хорошо)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы достаточно. Детальное воспроизведение учебного материала. Практические навыки профессиональной деятельности в значительной мере сформированы. Присутствуют навыки самостоятельного решения практических задач.
74% - 60%	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на минимальном уровне. Наличие минимально допустимого

(удовлетворительно)	уровня в усвоении учебного материала, в т.ч. в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы не в полной мере.
менее 60% (неудовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, не сформированы. Недостаточный уровень усвоения понятийного аппарата и наличие фрагментарных знаний по дисциплине. Отсутствие минимально допустимого уровня в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности не сформированы.

**Фонды оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине  
представлены в приложении 1.**

**Шкала оценивания решения задач**

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при решении задач во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критерием оценивания при решении задач, является количество верно решенных задач. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам решения задач, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \times 100\%$$

где Б – количество баллов, полученных студентом по итогам решения задач;  
В – количество верно решенных задач;  
О – общее количество задач.

**Процедура проведения зачета**

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине.

Во время аттестационных испытаний в аудитории может одновременно находиться экзаменуемая группа в полном составе.

При проведении письменного зачета билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменуемые могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя калькуляторами.

При проведении письменного зачета экзаменуемым предлагается ответить (письменно) на два теоретических вопроса и выполнить два практических задания в соответствии с пройденными темами.

Время написания работы составляет 90 мин. (по желанию экзаменуемого ответ может быть досрочным).

Проверка работ выполняется экзаменатором после окончания зачета и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний экзаменуемого экзаменатор может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на зачет.

Оценка результатов письменного аттестационного испытания объявляется экзаменуемым в день его проведения.

**5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации**

Компонент компетенции	Промежуточный / ключевой индикатор оценивания	Критерий оценивания
ПКр ОС II – 1 Способность использовать методы	- Способен классифицировать дифференциальные уравнения и выбирать методы их решения.	- Классифицирует дифференциальные уравнения и применяет необходимые методы для их

Компонент компетенции	Промежуточный / ключевой индикатор оценивания	Критерий оценивания
решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач		решения.
	– Способен применять дифференциальные как инструмент математического описания естественно научной картины мира	– Способен построить и решить математические модели экономической природы посредством дифференциальных уравнений.

### Типовые оценочные средства промежуточной аттестации

#### Вопросы к зачету с оценкой по дисциплине Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями.
2. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).
3. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).
4. Линейное уравнение первого порядка.
5. Метод вариации постоянной.
6. Уравнение Бернулли.
7. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме).
8. Методы понижения порядка дифференциальных уравнений.
9. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
10. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
11. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.
12. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).
13. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
14. Структура общего решения линейной неоднородной системы.
15. Вариация постоянных.
16. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с

постоянными коэффициентами.

17. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы).

18. Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.

19. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

20. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению

21. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).

22. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

23. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

24. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

25. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

26. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).

27. Решение подстановкой.

28. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

29. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

30. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

31. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.

32. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

## **6. Методические материалы по освоению дисциплины**

**Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого на изучение дисциплины**

### Структура времени, необходимого на изучение дисциплины

Форма изучения дисциплины	Время, затрачиваемое на изучение дисциплины, %
Изучение литературы, рекомендованной в учебной программе	40
Решение задач, практических упражнений и ситуационных примеров	40
Изучение тем, выносимых на самостоятельное рассмотрение	20
Итого	100

#### **Методические указания по выполнению контрольных работ:**

Данный вид работы проверяет:

- 1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;
- 2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;
- 3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

#### **При подготовке к контрольной работе следует:**

- 1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;
- 2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;
- 3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;
- 4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

#### **Методические указания по подготовке к коллоквиуму:**

Коллоквиум – это собеседование преподавателя и учащегося по заранее определенным контрольным вопросам.

Особенность коллоквиума в том, что это не просто форма контроля, а метод углубления, закрепления знаний учащихся, так как в ходе собеседования преподаватель имеет возможность разъяснить вопросы, возникающие у учащегося в процессе подготовки. Этот вид деятельности развивает навык осу-



ществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

На самостоятельную подготовку к коллоквиуму, обучающемуся отводится 2-3 недели.

**При подготовке к коллоквиуму следует:**

- 1) просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся ответы на вопросы коллоквиума;
- 2) если конспекты содержат не все ответы или часть вопросов вынесено преподавателем на самостоятельное рассмотрение, необходимо изучить содержание учебной литературы, рекомендованной преподавателем;
- 3) в случае возникновения каких-либо затруднений при подготовке следует обратиться за помощью к преподавателю.

**Методические рекомендации по подготовке к практическому (семинарскому) занятию**

При подготовке к практическому занятию, обучающемуся необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) тщательно изучить лекционный материал;
- 4) изучить рекомендованную литературу по данной теме;
- 5) ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

- а) получение книг в научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

**Рекомендации по самостоятельной работе студентов**

На самостоятельную работу студентов по дисциплине **Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения»** выносятся следующие темы:

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Очная форма	Заочная форма
1	2	3	4	5
1	Сущность, функции и роль финансов в экономике	Дискуссионные вопросы о функциях финансов	О	О
2	История развития финансов	Классическая и неоклассическая теории финансов	О	О
3	Финансовая система	Институциональный подход к содержанию финансовой системы	О	Р
4	Финансовая политика	Финансовая политика России на современном этапе социально-экономического развития	О	О

5	Управление финансами. Финансовое планирование и финансовый контроль	Виды негосударственного финансового контроля. Сущность, функции и организация аудита	О	О
6	Финансы коммерческих организаций	Сущность и задачи управления финансовыми рисками. Методы их идентификации	О, 3	О, 3
7	Финансы государственных организаций	Направления деятельности государственных организаций	О	Р
8	Финансы некоммерческих организаций	Финансовое планирование в некоммерческих организациях	О	О
9	Финансы домашних хозяйств	Денежные сбережения и цели домохозяйств, их связь с жизненным циклом индивида	О	Р
10	Финансовый рынок и его роль в современной экономике	Кризисы на фондовом рынке	О	О
11	Финансовая глобализация и её роль в формировании международных финансов	Интернет и финансовая глобализация	О	Р
12	Понятие, структура и основные тенденции развития мировых финансовых рынков	Интеграция и интернационализация, концентрация и централизация капитала на финансовых рынках.	О, СЗ	О, СЗ
13	Международные финансовые организации	Европейский банк реконструкции и развития: функции и задачи	О	Р

Неотъемлемым элементом учебного процесса является самостоятельная работа студента. При самостоятельной работе достигается конкретное усвоение учебного материала, развиваются теоретические способности, столь важные для современной подготовки специалистов. Формы самостоятельной работы студентов по дисциплине: написание конспектов, подготовка ответов к вопросам, решение задач, исследовательская работа.

Задания для самостоятельной работы включают в себя комплекс заданий выполнение, которых, предполагает тщательное изучение научной и учебной литературы, предлагаемых в п.7 «Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине». Задания предоставляются на проверку в письменном виде.

## 7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет

### 7.1. Основная литература

1. Королев, А. В. Дифференциальные и разностные уравнения: учебник и практикум для вузов / А. В. Королев. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 280 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9896-2. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/512166>

2. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие / Б.П. Демидович. — 22-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-4874-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126716>

3. Боровских, А. В. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1: учебник

и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 327 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01777-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/512338>

## **7.2 Дополнительная литература.**

1. Боровских, А. В. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2: учебник и практикум для вузов / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 274 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02097-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/512988>

2. Муратова, Т. В. Дифференциальные уравнения: учебник и практикум для вузов / Т. В. Муратова. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 435 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01456-3. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510931>

3. Зайцев, В.Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1: справочник для вузов / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 385 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02685-6. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513213>

4. Зайцев, В. Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2 : справочник для вузов / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 196 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02690-0. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513962>

## **Интернет-ресурсы.**

Не предусмотрено.

## **8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- лекционные аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном;
- помещения для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью.

Программные средства обеспечения учебного процесса включают:

- программы презентационной графики (MS PowerPoint – для подготовки слайдов и презентаций);
- текстовые редакторы (MS WORD), MS EXCEL – для таблиц, диаграмм.

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся включают следующую оснащенность: столы аудиторные, стулья, доски аудиторные, компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет.

Для изучения учебной дисциплины используются автоматизированная библиотечная информационная система и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт»,

«Электронно-библиотечная система IPRbooks», «Научная электронная библиотека eLIBRARY» и др.

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И  
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

Кафедра экономики и финансов

УТВЕРЖДЕНА  
учёным советом  
Волгоградского института управления –  
филиала РАНХиГС  
Протокол №2 от 23.09.2021 г.

**ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА**

**Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности**

---

*(наименование образовательной программы)*

**ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ  
АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения»**

---

*(код и наименование дисциплины)*

**38.03.01 Экономика**

---

*(код, наименование направления подготовки /специальности)*

**Очная, заочная**

---

*(форма (формы) обучения)*

Год набора – 2022 г.

Волгоград, 2021 г.

## 1. Вопросы к зачету (экзамену) с оценкой по дисциплине

### Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями.
2. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).
3. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).
4. Линейное уравнение первого порядка.
5. Метод вариации постоянной.
6. Уравнение Бернулли.
7. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме).
8. Методы понижения порядка дифференциальных уравнений.
9. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
10. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
11. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.
12. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).
13. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
14. Структура общего решения линейной неоднородной системы.
15. Вариация постоянных.
16. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
17. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы).
18. Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.
19. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.
20. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равнове-

сия по. линейному приближению

21. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).
22. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).
23. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.
24. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
25. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.
26. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).
27. Решение подстановкой.
28. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
29. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
30. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.
31. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.
32. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

## 2. Тестовые материалы

**Тест 1.** Дифференциальным уравнением является уравнение:

1)  $x + 4 = 7$ ;

2)  $x + \sin x \cdot y = 0$ ;

3)  $xy^{\square} + \sin x \cdot y = 0$ ;

4)  $\sin 3x = y$ ;

5)  $x^2 + y^2 = 7$ .

**Тест 2.** Дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение:

1)  $xy^{\square} + \sin x \cdot y = 0$ ;

2)  $x + \sin x \cdot y = 0$ ;

3)  $y''' + y'' \sin x + y = 1$ ;

4)  $y''' + y'' - 2 = \cos x$ ;

5)  $x^2 + y^2 = 7$ .

**Тест 3.** Дифференциальным уравнением второго порядка является:

1)  $xy'' + \sin x \cdot y = 0$ ;

2)  $x + \sin x \cdot y = 0$ ;

3)  $y''' + y'' \sin x + y = 1$ ;

4)  $y''' + y'' - 2 = \cos x$ ;

5)  $x dx + y dy = 0$ .

**Тест 4.** Дифференциальным уравнением третьего порядка является:

1)  $xy'' + \sin x \cdot y = 0$ ;

2)  $x + \sin x \cdot y = 0$ ;

3)  $y''' + y'' \sin x + y = 1$ ;

4)  $y''' + y'' - 2 = \cos x$ ;

5)  $x dx + y dy = 0$ .

**Тест 5.** Решением дифференциального уравнения  $3y' - xy'' = 0$  является функция:

1)  $y = Cx$ ;

2)  $y = Cx^3$ ;

3)  $y = x + C$ ;

4)  $y = x^3 + C$ .

**Тест 6.** Общим решением некоторого дифференциального уравнения является функция  $y = Cx^3$ , тогда частным решением этого дифференциального уравнения, удовлетворяющим начальным условиям  $y(1) = 3$ , является:

1)  $y = 2x$ ;



2)  $y = Cx^3$ ;

3)  $y = x + C$ ;

4)  $y = 3x^3$ ;

5)  $y = x^3$ .

**Тест 7.** Общий интеграл некоторого дифференциального уравнения имеет вид

$x^2 + y^2 = C$ , тогда частным интегралом этого дифференциального уравнения, удовлетворяющим начальным условиям  $y(4) = -3$ , является:

1)  $x^2 + y^2 = 4$ ;

2)  $x^2 + y^2 = -3$ ;

3)  $x^2 + y^2 = 25$ ;

4)  $x^2 + y^2 = 7$ ;

5)  $x^2 + y^2 = 1$ .

**Тест 8.** Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является уравнение вида:

1)  $y' = f(x)g(y)$ ;

2)  $y' = f(x) + g(y)$ ;

3)  $y' = f(x; y)$ , где функция  $f(x; y)$  – однородная степени ноль;

4)  $y' + p(x)y = g(x)$ ;

5)  $y' + p(x)y = q(x)y^n$ .

**Тест 9.** Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является уравнение вида:

1)  $y \cdot \cos x = 0$ ;

2)  $y' = x^2 y$ ;

3)  $y' = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ ;

$$4) y \otimes \frac{2y}{x} = x;$$

$$5) y \otimes \frac{2y}{x} = xy^4.$$

**Тест 10.** Однородным дифференциальным уравнением первого порядка является:

$$1) y \cdot \cos x = 0;$$

$$2) y \otimes x^2 y;$$

$$3) y \otimes \frac{xy}{x^2 + y^2};$$

$$4) y \otimes \frac{2y}{x} = x;$$

$$5) y \otimes \frac{2y}{x} = xy^4.$$

**Тест 11.** Однородным дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение вида:

$$1) y^{\square} = f(x)g(y);$$

$$2) y' = f(x; y), \text{ где функция } f(x; y) \text{ – однородная степени ноль};$$

$$3) y^{\square} + p(x)y = g(x);$$

$$4) y^{\square} + p(x)y = q(x)y^n;$$

$$5) y = f(x; y), \text{ где функция } f(x; y) \text{ – однородная.}$$

**Тест 12.** Решение однородного дифференциального уравнения первого порядка может быть найдено в виде:

$$1) y = u \cdot v, \text{ где } u = u(x) \text{ и } v = v(x) \text{ – некоторые неизвестные функции};$$

$$2) y = u \times x, \text{ где } u = u(x) \text{ – некоторая неизвестная функция};$$

$$3) y = u + v, \text{ где } u = u(x) \text{ и } v = v(x) \text{ – некоторые неизвестные функции};$$

$$4) y = u + x, \text{ где } u = u(x) \text{ – некоторая неизвестная функция.}$$

**Тест 13.** Линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение вида:

- 1)  $y'' = f(x)g(y)$ ;
- 2)  $y' + p(x)y = q(x)y^n$ ;
- 3)  $y' = f(x; y)$ , где функция  $f(x; y)$  – однородная;
- 4)  $y'' + p(x)y = g(x)$ ;
- 5)  $y''' + py'' + qy = 0$ .

**Тест 14.** Линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение вида:

- 1)  $y \cdot \cos x = 0$ ;
- 2)  $y'' = x^2 y$ ;
- 3)  $y'' = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ ;
- 4)  $y'' + \frac{2y}{x} = x$ ;
- 5)  $y'' + \frac{2y}{x} = xy^4$ .

**Тест 15.** Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка  $y'' + p(x)y = g(x)$  может быть найдено в виде:

- 1)  $y = u \times v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции;
- 2)  $y = u \times x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;
- 3)  $y = u + v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции;
- 4)  $y = u + x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция.

**Тест 16.** Уравнением Бернулли является уравнение вида:

- 1)  $y'' = f(x)g(y)$ ;
- 2)  $y' + p(x)y = q(x)y^n$ ;
- 3)  $y' = f(x; y)$ , где функция  $f(x; y)$  – однородная;
- 4)  $y'' + p(x)y = g(x)$ ;
- 5)  $y''' + py'' + qy = 0$ .

**Тест 17.** Уравнением Бернулли является уравнение:

1)  $y \cdot \cos x = 0$ ;

2)  $y^{\frac{1}{2}} = x^2 y$ ;

3)  $y^{\frac{1}{2}} = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ ;

4)  $y^{\frac{1}{2}} \frac{2y}{x} = x$ ;

5)  $y^{\frac{1}{2}} \frac{2y}{x} = xy^4$ .

**Тест 18.** Решение уравнения Бернулли  $y^{\frac{1}{n}} + p(x)y = q(x)y^n$  может быть найдено в виде:

1)  $y = u \times v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции;

2)  $y = u \times x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;

3)  $y = u + v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции;

4)  $y = u + x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция.

**Тест 19.** Однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами является уравнение вида:

1)  $y'' = f(x)g(y)$ ;

2)  $y = f(x; y)$ ;

3)  $y'' + p(x)y = g(x)$ ;

4)  $y''' + py'' + qy = 0$ ;

5)  $y''' + py'' + qy = f(x)$ .

**Тест 20.** Однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами является:

1)  $y''' - 3y'' + y \sin x = 0$ ;

2)  $y''' - 3y'' + 2y = e^x$ ;

3)  $y''' - 2y'' + y = 0$ ;

4)  $y'' = \sin x$ ;

5)  $y'' - \ln x = y$ .

**Тест 21.** При решении однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + py' + qy = 0$ :

1) вводится подстановка вида  $y = u \times v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции;

2) вводится подстановка вида  $y = u \times x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;

3) составляется характеристическое уравнение  $k^2 + pk + q = 0$ .

**Тест 22.** Характеристическое уравнение  $k^2 + pk + q = 0$  имеет два различных действительных корня  $k_1$  и  $k_2$ . Тогда общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + py' + qy = 0$  имеет вид:

1)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$ ;

2)  $y = u \times x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;

3)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}$ ;

4)  $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$ ;

+ 5)  $y = u \times v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции.

**Тест 23.** Характеристическое уравнение  $k^2 + pk + q = 0$  имеет комплексные корни  $k_{1,2} = \alpha \pm i\beta$ . Тогда общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + py' + qy = 0$  имеет вид:

1)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$ ;

2)  $y = u \times x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;

3)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}$ ;

4)  $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$ ;

5)  $y = u \times v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции.

**Тест 24.** Характеристическое уравнение  $k^2 + pk + q = 0$  имеет равные корни  $k_1 = k_2$ . Тогда общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + py' + qy = 0$  имеет вид:

$$1) y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x};$$

2)  $y = u \times x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;

$$3) y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x};$$

$$4) y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x);$$

+ 5)  $y = u \times v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции.

**Тест 25.** Характеристическое уравнение  $k^2 + pk + q = 0$  имеет комплексные корни  $k_{1,2} = \alpha \pm i\beta$ . Тогда общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + py' + qy = 0$  имеет вид:

$$1) y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x};$$

2)  $y = u \times x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;

$$+ 3) y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x};$$

$$4) y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x);$$

5)  $y = u \times v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции.

**Тест 26.** Характеристическое уравнение  $k^2 + pk + q = 0$  имеет  $D = 0$ . Тогда общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + py' + qy = 0$  имеет вид:

$$1) y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x};$$

2)  $y = u \times x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;

$$3) y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x};$$

$$4) y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x);$$

5)  $y = u \times v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции.

**Тест 27.** Характеристическое уравнение  $k^2 + pk + q = 0$  имеет  $D < 0$ . Тогда общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + py' + qy = 0$  имеет вид:

$$1) y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x};$$

2)  $y = u \times x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;

3)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}$ ;

4)  $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$ ;

5)  $y = u \times v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции.

**Тест 28.** Общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 2y' + y = 0$  находим по формуле:

1)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$ ;

2)  $y = u \times x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;

3)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}$ ;

4)  $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$ ;

+ 5)  $y = u \times v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции.

**Тест 29.** Общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 4y' + 5y = 0$  находим по формуле:

1)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$ ;

2)  $y = u \times x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;

3)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}$ ;

4)  $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$ ;

5)  $y = u \times v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции.

**Тест 30.** Общим решением дифференциального уравнения  $F(x; y; y'; y'') = 0$  может являться функция:

1)  $y = 0$ ;

2)  $y = e^x \cdot (2C_1 + 3)$ ;

3)  $y = e^x \cdot (x + 1)$ ;

4)  $y = 5 + \cos x$ ;

$$+ 5) y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}.$$

### 3. Открытые задания

#### 3.1. Теоретические задания с открытыми вопросами

1. Укажите особенности и опишите метод решения дифференциального уравнения  $F(x, y', y'') = 0$ .
2. Укажите особенности и опишите метод решения дифференциального уравнения  $y'' = f(x)$ .
- 2.1. Сформулируйте и докажите основную теорему об общем решении линейного однородного дифференциального уравнение второго порядка.
3. Сформулируйте и докажите теорему о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнение второго порядка.
4. Сформулируйте метод вариации произвольных постоянных для решения неоднородного дифференциального уравнение второго порядка.
5. Сформулируйте метод неопределенных коэффициентов для решения неоднородного дифференциального уравнение второго порядка.
6. Сформулируйте теорему о наложении решений неоднородного дифференциального уравнение второго порядка.
7. Напишите общий вид дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка, приведите методы решения.
8. Напишите общий вид линейных дифференциальных уравнений высших порядков.
9. Сформулируйте определение линейно-независимых функций.
10. Сформулируйте условие линейной зависимости функций.
11. Сформулируйте теорему о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнение любого порядка.
12. Запишите общий вид нормальной системы дифференциальных уравнений второго порядка. Что называется решением системы дифференциальных уравнений?
13. Запишите общий метод решения нормальной системы дифференциальных уравнений второго порядка.
14. Запишите общий вид нормальной системы линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка.
15. Что называется вронскианом?
16. Запишите общий вид нормальной системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка.
17. Что называется решением дифференциального уравнения?
18. Что называется интегральной кривой дифференциального уравнения?
19. Что называется общим решением дифференциального уравнения первого порядка? Какова его геометрическая интерпретация?
20. Как формулируется задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка?
21. Как из общего решения дифференциального уравнения получить частное решение?
22. Какое дифференциальное уравнение называется уравнением с разделяющимися переменными?
23. Напишите формулу, задающую общее решение уравнения  $p(y)dy=f(x)dx$ .
24. Как найти все решения дифференциального уравнения  $y' = f(x)g(y)$ ?
25. Дайте определение однородной функции.
26. Какой вид имеет однородное дифференциальное уравнение первого порядка?
27. Опишите метод решения линейного дифференциального уравнения первого порядка.
28. Какой вид имеет дифференциальное уравнение Бернулли? Каким способом оно может быть решено?
29. Какова геометрическая интерпретация общего решения дифференциального уравнения второго порядка?



30. Сколько произвольных постоянных содержит общее решение дифференциального уравнения любого порядка? Каков общий вид начальных условий для нахождения частного решения дифференциального уравнения любого порядка?

### 3.2 Практические задания (задачи)

1. Проверить, является ли функция  $y = \frac{2+Cx}{1+2x}$  решением дифференциального

уравнения  $2(1+x^2y') = y - xy'$ .

2. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 2y' + 5y = 10e^{-x} \cos 2x$  методом неопределенных коэффициентов.

3. Найти общее решение дифференциального уравнения  $(1+e^x)y' = e^x y$ .

4. Решить дифференциальное уравнение  $y'' + 2y' - 3y = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$ .

5. Найти общее решение дифференциального уравнения  $ydx + (\sqrt{xy} - x)dy = 0$ .

6. Решить дифференциальное уравнение  $y'' + y' = 2x - 1$  методом неопределенных коэффициентов.

7. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y' + 3y = e^{2x} y^2$ ,  $y(0) = 1$ .

8. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 2y' + 5y = 10e^{-x} \cos 2x$  методом вариации постоянных.

9. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' = x^3 + \frac{3y}{x^2}$ .

10. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 2y' - 8y = 12 \sin 2x - 36 \cos 2x$ .

11. Найти общее решение дифференциального уравнения  $(1-x)xdx + (1-y)dy = 0$ .

12. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 3y' + 2y = (34 - 12x)e^{-x}$ .

13. Проверить, является ли функция  $y = Cx + \frac{1}{C}$  решением дифференциаль-

ного уравнения  $xy' - y + \frac{1}{y} = 0$ .

14. Решить дифференциальное уравнение  $y'' + 5y' + 6y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$

15. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y' + 3y = e^{2x} y^2$ ,  $y(0) = 1$ .

16. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 2y' + y = 4e^x \cos x$ .

17. Найти общее решение дифференциального уравнения  $\sqrt{5+y^2} dx + 4(x^2 y + y) dy = 0$ .
18. Решить дифференциальное уравнение  $y'' + y' = 2x - 1$  методом вариации постоянных.
19. Проверить, является ли функция  $y = Ce^x - e^{-x}$  решением дифференциального уравнения  $xy'' + 2y' - xy = 0$ .
20. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 4y' + 20y = 16xe^{2x}$ ;
21. Найти частное решение дифференциального уравнения  $(x + xy)dy + (y - xy)dx = 0, \quad y(1) = 1$ .
22. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 2y' + y = -12 \cos 2x - 9 \sin 2x; \quad y(0) = -2; y'(0) = 0$ .
23. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' \cos x = \frac{y}{\ln y}$ .
24. Решить дифференциальное уравнение  $y'' + 9y = 9x^4 + 12x^2 - 27$ .
25. Найти частное решение дифференциального уравнения  $x^3 dy - y^3 dx = 0, \quad \text{если } y = 2, \text{ при } x = 1$ .
26. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 3y' + 2y = (34 - 12x)e^{-x}$ .
27. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 2y' - 8y = \sin 2x - \cos 2x$  методом вариации постоянных.
28. Решить дифференциальное уравнение  $y'' + 6y' + 9y = 0; \quad y(0) = 2; y'(0) = 1$
29. Решите задачу Коши:  $\begin{cases} x'' = 5x^2 + 0,1; \\ x(0) = 1; x'(0) = 0 \end{cases}$
30. Построить интегральные кривые уравнения, проходящие через заданную точку M:  $y' = \frac{3y}{x}, \quad M(1;2)$ .

#### 4. Ключи (ответы) к оценочным материалам

##### Ответы на тестовые задания

Номер теста	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Правильный ответ	3	1	3	4	2	4	3	1	2	3	2	2

Номер теста	13	14	15	16	17	18
Правильный ответ	4	4	1	2	5	1

Номер теста	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Правильный ответ	4	3	3	1	1	3	4	3	4	3	4	5