

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И  
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

Кафедра информационных систем и математического моделирования

УТВЕРЖДЕНА  
учёным советом  
Волгоградского института управления –  
филиала РАНХиГС  
Протокол №2 от 23.09.2021 г.

**ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА**

**Финансы и кредит**

---

*(наименование образовательной программы)*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ,  
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса**

**Б1.В.02.01 Методы оптимизации**

---

*(код и наименование дисциплины)*

**38.03.01 Экономика**

---

*(код, наименование направления подготовки /специальности)*

**Очная**

---

*(форма (формы) обучения)*

Год набора – 2022 г.

Волгоград, 2021 г.

**Автор-составитель:**

Канд. физико-математических наук, доцент, доцент кафедры информационных систем и математического моделирования Савушкин А.Ю.

Кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры информационных систем и математического моделирования Астафурова О.А.

---

*(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)*

Заведующий кафедрой  
информационных систем и математического моделирования О.А. Астафурова

---

*(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)*

РПД Б1.В.ДВ.04.01 «Методы оптимизации» на заседании кафедры информационных систем и математического моделирования. Протокол от 31 августа 2021 года № 1

Рабочая программа дисциплины составлена на основе типовой рабочей программы дисциплины Б1.В.02 «Методы оптимизации» авторами-составителями которой являются:  
к.ф-м.н., доцент, доцент кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг»  
Чернова Мария Владимировна

*(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)*

Заведующий кафедрой

«Фондовые рынки и финансовый инжиниринг» д.э.н. Корищенко К.Н.

*(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)*

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....</b>	<b>4</b>
1.1. Осваиваемые компетенции.....	4
1.2. Результаты обучения.....	4
<b>2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....</b>	<b>5</b>
<b>3.Содержание и структура дисциплины.....</b>	<b>6</b>
3.1. Структура дисциплины.....	6
3.2. Содержание дисциплины.....	6
<b>4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....</b>	<b>9</b>
4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.....	9
4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....	9
<b>5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине.....</b>	<b>18</b>
5.1. Методы проведения экзамена.....	18
5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации.....	18
<b>6. Методические материалы по освоению дисциплины.....</b>	<b>21</b>
<b>7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет.....</b>	<b>26</b>
7.1. Основная литература.....	26
7.2. Дополнительная литература.....	26
7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация.....	26
7.4. Интернет-ресурсы, справочные системы.....	26
<b>8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....</b>	<b>27</b>

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

## 1.1. Осваиваемые компетенции

Дисциплина Б1.В.02.01 «Методы оптимизации» обеспечивает овладение следующими компетенциями

Код компетенции	Наименование компетенции	Код компонента компетенции	Наименование компонента компетенции
ПКр ОС II - 2	Способность использовать методы оптимизации для решения прикладных задач	ПКр ОС II – 2.2	Способность применять инструментальный методов оптимальных решений в целях обработки и анализа данных

## 1.2. Результаты обучения

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта) трудовые или профессиональные действия	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
	ПКр ОС II – 2.2	на уровне знаний: – Знает основные определения и теоремы задач оптимизации
		на уровне умений: – определяет источники информации для получения данных, необходимых для принятия оптимальных решений;
		на уровне навыков: – использует методы оптимальных решений в целях обработки и анализа данных.

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Учебная дисциплина Б1.В.02.01 «Методы оптимизации» относится к блоку вариативной части профессионального цикла (Б.1). В соответствии с учебным планом, по очной форме обучения дисциплина осваивается в 3 семестре, по заочной форме обучения дисциплина осваивается на 2 курсе, общая трудоемкость дисциплины в зачетных единицах составляет 108 часов (3 ЗЕТ).

По очной форме обучения количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) – 38 часов (лекций – 18 часа, практических занятий – 18 часа, предэкзаменационная консультация – 2 часа), на самостоятельную работу обучающихся – 34 часа, на контроль – 36 часов.

По заочной форме обучения количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) – 26 часов (лекций – 12 часов, практических занятий – 12 часов), на самостоятельную работу обучающихся – 46 часов, на контроль – 36 часов.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – экзамен.

На практическую подготовку обучающихся выделено 6 часов по очной форме обучения.

Для изучения необходим минимальный объем теоретических знаний в области математики. Знания и навыки, получаемые студентами в результате изучения дисциплины, необходимы для изучения дисциплины Б1.О.08 «Эконометрика».

Учебная дисциплина Б1.О.01 «Математический анализ», Б1.О.02 «Алгебра», Б1.О.03 «Теория вероятностей», Б1.О.04 «Математическая статистика».

### 3. Содержание и структура дисциплины

#### 3.1. Структура дисциплины

##### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины (модуля), час.					СР О	Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л, ДОТ	ЛР/ ДОТ	ПЗ/ ДОТ*	КСР		
Тема 1	Постановка и классификация задач оптимизации. Общая задача линейного программирования.	4	2		-		2	О
Тема 2	Графический метод решения задач линейного программирования.	6	2		2		2	К,О
Тема 3	Симплексный метод решения задач линейного программирования.	6	2		2		2	К,О
Тема 4	Двойственные задачи линейного программирования.	8	2		2		4	К,О
Тема 5	Задачи линейного программирования транспортного типа.	10	2		4		4	К,О
Тема 6	Общая задача нелинейного программирования. Дробно-линейное программирование.	8	2		-		6	К,О
Тема 7	Выпуклое программирование.	8	2		2		4	К,О
Тема 8	Численные методы решения задач выпуклого программирования.	8	2		2		4	К,О
Тема 9	Динамическое программирование.	12	2		4		6	К,О
Консультация		2						
Промежуточная аттестация		36						Э
<b>Итого:</b>		<b>108</b>	<b>18</b>		<b>18</b>		<b>34</b>	

*Примечание:*

\* формы заданий текущего контроля успеваемости: контрольные работы (К), опрос (О), тестирование (Т), коллоквиум (Кол) и виды учебных заданий: эссе (Э), реферат (Р), доклад (Д)

\*\* формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз), зачет (З), зачет с оценкой (ЗО).

#### 3.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Постановка и классификация задач оптимизации.

Общая задача оптимизации. Постановка задачи математического программирования. Целевая функция. Ограничения. Классификация задач оптимизации по виду целевой функции и ограничениям.

Общая постановка задачи линейного программирования. Задача об оптимальном использовании ресурсов. Задача составления рациона. Область допустимых решений. Оптимальный план. Стандартная и каноническая форма записи задач линейного программирования.

## **Тема 2. Графический метод решения задач линейного программирования.**

Выпуклые множества точек. Геометрический смысл решений неравенств, уравнений и систем. Градиент функции. Линии уровня. Алгоритм графического метода. Частные случаи при решении задач линейного программирования графическим методом. Экономический анализ задачи с использованием графического метода.

## **Тема 3. Симплексный метод решения задач линейного программирования.**

Содержание симплексного метода. Приведение задачи линейного программирования к каноническому виду. Балансовые переменные. Построение начального допустимого решения при решении задачи линейного программирования симплексным методом. Общий вид симплексной таблицы №1. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на максимум. Алгоритм перехода к симплексной таблице №2. Критерий завершения алгоритма для задачи на максимум и для задачи на минимум. Частные случаи. Метод искусственного базиса.

## **Тема 4. Двойственные задачи линейного программирования.**

Виды двойственных пар. Составление двойственной пары. Первая теорема двойственности. Экономический смысл и интерпретация первой теоремы двойственности. Вторая теорема двойственности. Таблица соответствия. Интерпретация двойственных оценок. Третья теорема двойственности. Интерпретация и возможности двойственных оценок.

## **Тема 5. Задачи линейного программирования транспортного типа.**

Модели транспортного типа (представление в виде таблицы, основные понятия, закрытые и открытые задачи). Математическая модель задачи транспортного типа. Модели распределительного типа (суть задачи, представление в виде таблицы). Математическая модель задачи распределительного типа.

## **Тема 6. Общая задача нелинейного программирования.**

Постановка задачи нелинейного программирования. Графический метод решения. Сложности, возникающие в процессе решения. Общая постановка задачи дробно-линейного программирования. Постановка задачи рентабельности производства. Постановка задачи определения затрат в расчете на рубль товарной продукции.

Постановка задачи минимизации средней себестоимости изделия. Сведение задачи дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования.

### **Тема 7. Выпуклое программирование.**

Алгоритм метода множителей Лагранжа (точка условного оптимума, уравнения связи, функция Лагранжа, определение оптимума). Экономическая интерпретация множителей Лагранжа. Постановка задачи выпуклого программирования (общий вид, выпуклые и вогнутые функции). Условие Слейтера. Функция Лагранжа выпуклого программирования. Седловая точка функции Лагранжа. Теорема Куна-Таккера. Условия Каруша-Куна-Таккера. Квадратичная форма (общий вид, положительно и отрицательно определенная, полуопределенная, условия выпуклости и вогнутости квадратичной формы). Постановка задачи квадратичного программирования. Функция Лагранжа для задачи квадратичного программирования. Седловая точка и условия Каруша-Куна-Таккера для задачи квадратичного программирования.

### **Тема 8. Численные методы решения задач выпуклого программирования.**

Общая схема решения методом спуска. Алгоритм градиентного метода скорейшего спуска. Геометрическая интерпретация метода градиентного спуска для случая функции двух переменных. Определения оптимума целевой функции на границе области решений. Схема поиска точки оптимума для случая нарушения границ области допустимых решений.

### **Тема 9. Динамическое программирование.**

Задачи, решаемые методом динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана. Общая схема применения метода динамического программирования. Задача о распределении ресурсов между отраслями на  $n$  лет. Распределение инвестиций для оптимального использования потенциала предприятия. Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятия. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.

#### 4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

##### 4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

В ходе реализации дисциплины Б1.В.02.01 «Методы оптимизации» используются следующие **методы текущего контроля** успеваемости обучающихся:

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1	Тема 1. Постановка и классификация задач оптимизации. Общая задача линейного программирования.	Опрос.
Тема 2	Тема 2. Графический метод решения задач линейного программирования.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 3	Тема 3. Симплексный метод решения задач линейного программирования.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 4	Тема 4. Двойственные задачи линейного программирования.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 5	Тема 5. Задачи линейного программирования транспортного типа.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 6	Тема 6. Общая задача нелинейного программирования. Дробно-линейное программирование.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 7	Тема 7. Выпуклое программирование.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 8	Тема 8. Численные методы решения задач выпуклого программирования.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 9	Тема 9. Динамическое программирование.	Контрольная работа. Опрос.

##### 4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

###### Тема 1. «Постановка и классификация задач оптимизации».

###### Вопросы для устного опроса:

1. Общая задача оптимизации.
2. Постановка задачи математического программирования.
3. Целевая функция. Ограничения.
4. Классификация задач оптимизации по виду целевой функции и ограничениям.
5. Общая постановка задачи линейного программирования.
6. Область допустимых решений.
7. Оптимальный план.
8. Стандартная форма записи задач линейного программирования.
9. Каноническая форма записи задач линейного программирования.

###### Тема 2. «Графический метод решения задач линейного программирования».

###### Вопросы для устного опроса:

1. Выпуклые множества точек.
2. Геометрический смысл решений неравенств, уравнений и систем.
3. Градиент функции.
4. Линии уровня.

5. Алгоритм графического метода.
6. Частные случаи при решении задач линейного программирования графическим методом.
7. Экономический анализ задачи с использованием графического метода.

#### **Варианты заданий контрольной работы**

1. Фирма выпускает 2 вида мороженого: сливочное и шоколадное. Для изготовления мороженого используются два исходных продукта: молоко и наполнители, расходы которых на 1 кг мороженого и суточные запасы даны в таблице.

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на 1 кг мороженого		Запас, кг
	Сливочное	Шоколадное	
Молоко	0,8	0,5	400
Наполнители	0,4	0,8	365

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос:

1) на сливочное мороженое превышает спрос на шоколадное мороженое не более чем на 100 кг;

2) на шоколадное мороженое не превышает 350 кг.

Розничная цена 1 кг сливочного мороженого 16 руб., шоколадного – 14 руб.

Используя графический метод, определить какое количество мороженого каждого вида должна производить фирма, чтобы доход от реализации продукции был максимальным.

Провести экономический анализ задачи:

1) определить, как влияет на оптимальное решение увеличение или уменьшение запасов исходных продуктов (активных и пассивных ограничений);

2) определить пределы возможного изменения коэффициентов целевой функции.

### **Тема 3. «Симплексный метод решения задач линейного программирования».**

#### **Вопросы для устного опроса:**

1. Содержание симплексного метода.
2. Канонический вид задачи линейного программирования.
3. Балансовые переменные: принцип добавления и интерпретация.
3. Общий вид симплексной таблицы №1.
4. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на максимум.
5. Алгоритм перехода к симплексной таблице №2.
6. Критерий завершения алгоритма для задачи на максимум и для задачи на минимум.
7. Частные случаи.
8. Метод искусственного базиса.

#### **Варианты заданий контрольной работы**

1. Частный инвестор предполагает вложить 500 тыс. руб. в различные ценные бумаги. После консультаций со специалистами фондового рынка он отобрал три типа акций, два типа государственных облигаций. Часть денег предполагается положить на срочный вклад в банк.

Тип вложения	Риск	Предполагаемый ежегодный доход %
Акции <i>A</i>	Высокий	15
Акции <i>B</i>	Средний	12
Акции <i>C</i>	Низкий	9
Облигации долгосрочные	-	11
Облигации краткосрочные	-	8
Срочный вклад	-	6

Имея в виду качественные соображения диверсификации портфеля и не формализуемые личные предпочтения, инвестор выдвигает следующие требования к портфелю ценных бумаг:

- 1) все 500 тыс. руб. должны быть инвестированы;
- 2) по крайней мере 100 тыс. руб. Должны быть на срочном вкладе в любимом банке;
- 3) по крайней мере 25% средств, инвестированных в акции, должны быть инвестированы в акции с низким риском;
- 4) в облигации нужно инвестировать по крайней мере столько же, сколько в акции;
- 5) не более чем 125 тыс. руб. должно быть вложено в бумаги с доходом менее чем 10%.

Определить портфель бумаг инвестора, удовлетворяющий всем требованиям и обеспечивающий максимальный годовой доход.

#### **Тема 4. «Двойственные задачи линейного программирования».**

##### **Вопросы для устного опроса:**

1. Виды двойственных пар.
2. Составление двойственной пары.
3. Первая теорема двойственности.
4. Экономический смысл и интерпретация первой теоремы двойственности.
5. Вторая теорема двойственности.
6. Таблица соответствия.
7. Интерпретация двойственных оценок.
8. Третья теорема двойственности.
9. Интерпретация и возможности двойственных оценок.

##### **Варианты заданий контрольной работы**

1. Косметическая фирма выпускает два вида кремов для рук из шести ингредиентов. Для первого вида крема количество ингредиентов 2,8,0,3,1,6; для второго вида – 3,7,3,0,2,3. Запасы фирмы выглядят следующим образом 18,56,15,18,6,18. Первый крем стоит 10 у. д. е., а второй 12 у. д. е.

Требуется:

- 1) записать модели исходной и двойственной задачи;
- 2) составить таблицу соответствия;
- 3) решить исходную задачу симплексным методом: найти план производства двух видов крема, обеспечивающий максимальный доход от реализации;
- 4) записать решение двойственной задачи;
- 5) интерпретировать решение двойственной задачи;
- 6) установить размеры максимального дохода при изменении запасов ингредиентов на (2; -4; 3; -4; 5; -2): оценить раздельное влияние этих изменений и суммарное их влияние на прибыль;

7) оценить целесообразность введения в план производства фирмы нового вида крема (третьего), нормы затрат на единицу которого соответственно равны 4,3,2,0,5,1 и предполагаемая цена реализации 11 у.д.е.

### Тема 5. «Задачи линейного программирования транспортного типа».

1. Модели транспортного типа (представление в виде таблицы, основные понятия, закрытые и открытые задачи).
2. Математическая модель задачи транспортного типа.
3. Модели распределительного типа (суть задачи, представление в виде таблицы).
4. Математическая модель задачи распределительного типа.

#### Варианты заданий контрольной работы

1. Компания, занимающаяся добычей песка и доставкой его собственным транспортом к потребителям, разрабатывает пять песчаных карьеров. Песок направляется на пять заводов железобетонных изделий (ЖБИ).

Недельная производительность карьеров, недельная потребность заводов и транспортные затраты, связанные с доставкой 1 т песка от карьеров до заводов, известны и приведены в таблице.

Производительность песчаных карьеров (предложение)	Потребности заводов (спрос)				
	200	400	100	200	100
200	1	7	12	2	5
100	2	3	8	4	7
200	3	5	4	6	9
400	4	4	3	8	2
400	5	3	7	10	1
-	Стоимость доставки единицы груза, у. д. е.				

Требуется:

- 1) определить такой план перевозок песка из карьеров на заводы, при котором совокупные транспортные издержки будут минимальными;
- 2) составить модель ЗЛП и решить ее с помощью надстройки Excel «Поиск решения»;
- 3) установить размер минимальных транспортных издержек;
- 4) выяснить, какое количество песка, и на каких карьерах окажется не востребованным.

2. Ремонтно-строительная фирма получила заказы на ремонт 5 объектов. Для выполнения работ она может привлечь 5 бригад отделочников. Каждая бригада оценила объем работ и дала сроки выполнения заказов (человеко-дни), приведенные в таблице:

Бригады (предложение)	Объект (спрос)				
	1	2	3	4	5
Иванова	43	24	35	62	35
Петрова	45	21	38	58	33
Сидорова	51	29	36	61	38
Волкова	47	27	35	60	39
Козлова	48	26	37	59	39
-	Сроки выполнения заказов, человеко-дни				

Распределить объекты между бригадами так, чтобы суммарное количество человеко-дней, затраченное на ремонт всех пяти объектов, было минимальным.

## Тема 6. «Общая задача нелинейного программирования».

### Вопросы для устного опроса:

1. Постановка задачи нелинейного программирования.
2. Графический метод решения. Сложности, возникающие в процессе решения.
3. Общая постановка задачи дробно-линейного программирования.
4. Постановка задачи рентабельности производства.
5. Постановка задачи определения затрат в расчете на рубль товарной продукции.
6. Постановка задачи минимизации средней себестоимости изделия.
7. Сведение задачи дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования.

### Варианты заданий контрольной работы

1. Используя графический метод, решить задачу нелинейного программирования. Определить все локальные минимумы и локальные максимумы.

$$F = x_1^2 + x_2^2$$

при ограничениях

С помощью надстройки Excel «Поиск решения» найти максимум и минимум функции.

2. Свести математическую модель задачи ДЛП к задаче ЛП и найти решение с помощью надстройки Excel «Поиск решения»:

$$F = \frac{2x_1 - x_2}{x_1 + 2x_2 + 1} \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_4 = 6 \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4 \end{cases}$$

## Тема 7. «Выпуклое программирование».

### Вопросы для устного опроса:

1. Алгоритм метода множителей Лагранжа (точка условного оптимума, уравнения связи, функция Лагранжа, определение оптимума).
2. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.
3. Постановка задачи выпуклого программирования (общий вид, выпуклые и вогнутые функции).
4. Условие Слейтера.
5. Функция Лагранжа выпуклого программирования.
6. Седловая точка функции Лагранжа.
7. Теорема Куна-Таккера.
8. Условия Каруша-Куна-Таккера.
9. Квадратичная форма (общий вид, положительно и отрицательно определенная, полуопределенная, условия выпуклости и вогнутости квадратичной формы).
10. Постановка задачи квадратичного программирования.
11. Функция Лагранжа для задачи квадратичного программирования.
12. Седловая точка и условия Каруша-Куна-Таккера для задачи квадратичного программирования.
1. Необходимо сформировать оптимальный портфель Марковица (минимального риска) трех ценных бумаг с эффективностями и рисками: (4,10), (10,40), (40,80). Нижняя граница доходности портфеля задана равной 15.
2. Для задачи

$$F = (x_1 - 24)^2 + (x_2 - 30)^2 \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 34 \\ -x_1 + 2x_2 \leq -6 \\ x_1 - 5x_2 \leq 4 \\ x_{1,2} \geq 0 \end{cases}$$

найти оптимальное решение графическим методом и для полученного решения проверить выполнение условий теоремы Куна-Таккера.

3. Найти объемы ресурсов  $K$  и  $L$ , при которых затраты на производство не менее 140 единиц продукции минимальны, если производственная функция Кобба-Дугласа  $Q(K, L) = K^{3/4}L^{1/4}$ , а цены на ресурсы  $p_K = 12$ ,  $p_L = 3$ .

4. Проверить выполнение условий Куна-Таккера. Найти точку оптимума задачи НЛП:

$$F = x_1^2 - x_2 \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 \geq 1 \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 26 \\ x_1 + x_2 = 6 \end{cases}$$

## Тема 8. «Численные методы решения задач выпуклого программирования».

### Вопросы для устного опроса:

1. Общая схема решения методом спуска.
2. Алгоритм градиентного метода скорейшего спуска.
3. Геометрическая интерпретация метода градиентного спуска для случая функции двух переменных.
4. Определения оптимума целевой функции на границе области решений.
5. Схема поиска точки оптимума для случая нарушения границ области допустимых решений.

### Варианты заданий контрольной работы

1. Методом скорейшего спуска с точностью до 0,01 найти минимум функции

$$F = 2x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 - x_1 - x_2 + 1$$

при ограничениях

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 4,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

2. Используя метод скорейшего спуска, найти максимум функции

$$F = 5x_1 - \frac{1}{2}x_1^2 - x_2^2 + x_1x_2$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases},$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

## Тема 9. «Динамическое программирование».

### Вопросы для устного опроса:

1. Задачи, решаемые методом динамического программирования.
2. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
3. Общая схема применения метода динамического программирования.
4. Задача о распределении ресурсов между отраслями на  $n$  лет.
5. Распределение инвестиций для оптимального использования потенциала предприятия.
6. Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятия.

7. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.

### Варианты заданий контрольной работы

1. Планируется деятельность двух отраслей производства на 4 года. Начальные ресурсы равны  $s_0 = 20000$  у.д.е. Средства  $X$ , вложенные в I отрасль в начале года, дают в конце года прибыль  $f_1(x) = 0,7x$  и возвращаются в размере  $q_1(x) = 0,8x$ ; аналогично для II отрасли  $Y$  - средства, вложенные в начале года, функция прибыли -  $f_2(y) = 0,6y$ , а функция возврата  $q_2(y) = 0,9y$ .

В конце года все возвращенные средства перераспределяются между I и II отраслями, новые средства не поступают и прибыль в производство не вкладывается. Если будут поступать новые средства или часть прибыли будет вкладываться в производство, то это можно будет легко учесть в уравнениях состояний, общий алгоритм метода динамического программирования не изменится.

Требуется распределить имеющиеся средства  $s_0$  между двумя отраслями производства на 4 года так, чтобы суммарная прибыль от обеих отраслей за этот период оказалась максимальной.

2. В таблице указан возможный прирост выпуска продукции четырьмя плодоовощными консервными заводами области в млн. руб. при осуществлении инвестиций на их модернизацию с дискретностью 50 млн. руб. Один на один завод можно осуществить только одну инвестицию.

Инвестиции, млн. руб.	Прирост выпуска продукции, млн. руб.			
	Завод №1	Завод №2	Завод №3	Завод №4
50	25	30	36	28
100	60	70	64	56
150	100	90	95	110
200	140	122	130	142

Составить план распределения инвестиций между заводами области, так чтобы общий прирост выпуска продукции был максимальным.

## Шкала оценивания

### Устный опрос

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критериями оценивания при проведении устного опроса является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике, овладение навыками анализа и систематизации информации в области финансов.

При оценивании результатов устного опроса используется следующая шкала оценок:

100% - 90%	Учащийся демонстрирует совершенное знание основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умеет применять полученные знания на практике, владеет навыками анализа и систематизации информации в области финансов
89% - 75%	Учащийся демонстрирует знание большей части основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умеет применять полученные знания на практике в отдельных сферах профессиональной деятельности, владеет основными навыками анализа и систематизации информации в области финансов
74% - 60%	Учащийся демонстрирует достаточное знание основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умеет использовать полученные знания для решения основных практических задач в отдельных сферах профессиональной деятельности, частично владеет основными навыками анализа и систематизации информации в области финансов

	финансов
менее 60%	Учащийся демонстрирует отсутствие знания основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, не умеет применять полученные знания на практике, не владеет навыками анализа и систематизации информации в области финансов

### Тестирование

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критерием оценивания при проведении тестирования, является количество верных ответов, которые дал студент на вопросы теста. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам тестирования, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \times 100\%,$$

где Б – количество баллов, полученных студентом по итогам тестирования;  
В – количество верных ответов, данных студентом на вопросы теста;  
О – общее количество вопросов в тесте.

### Проверка кейса

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при проверке кейса во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критериями оценивания при проверке кейса является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции.

При оценивании результатов решения кейса используется следующая шкала оценок:

100% - 90%	Учащийся демонстрирует совершенное знание основных теоретических положений, практических и аналитических навыков в рамках осваиваемой компетенции.
89% - 75%	Учащийся демонстрирует знание большей части основных теоретических положений, практических и аналитических навыков в рамках осваиваемой компетенции.
74% - 60%	Учащийся демонстрирует достаточное знание основных теоретических положений, практических и аналитических навыков в рамках осваиваемой компетенции.
менее 60%	Учащийся демонстрирует отсутствие знания основных теоретических положений, практических и аналитических навыков в рамках осваиваемой компетенции.

### Решение задач

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при решении задач во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критерием оценивания при решении задач, является количество верно решенных задач. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам решения задач, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \times 100\%,$$

где Б – количество баллов, полученных студентом по итогам решения задач;  
В – количество верно решенных задач;  
О – общее количество задач.

### Решение ситуационной задачи

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при выполнении ситуационной задачи во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критериями оценивания является сбор и обобщение необходимой информации, правильное выполнение необходимых расчетов, достоверность и обоснованность выводов.

При оценивании результатов решения ситуационной задачи используется следующая шкала оценок:

100% - 90%	Учащийся демонстрирует совершенное знание основных теоретических положений, умеет собирать и обобщать необходимую информацию, правильно осуществляет расчеты, делает обоснованные выводы
89% - 75%	Учащийся демонстрирует знание большей части основных теоретических положений, может собрать большую часть необходимой информации, рассчитывает необходимые показатели, делает выводы, допуская при этом незначительные ошибки
74% - 60%	Учащийся демонстрирует знание некоторой части основных теоретических положений, может собрать некоторую часть необходимой информации, рассчитывает необходимые показатели, делает выводы, допуская при этом ошибки
менее 60%	Учащийся демонстрирует отсутствие знания основных теоретических положений, умений и навыков в рамках осваиваемой компетенции.

## 5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине

### 5.1. Методы проведения экзамена

Экзамен проводится с применением следующих методов: метод устного опроса по вопросам из перечня примерных вопросов из п.5.2 и выполнения практических заданий.

### 5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации

Компонент компетенции	Промежуточный / ключевой индикатор оценивания	Критерий оценивания
ПКр ОС II – 2.2 Способность применять инструментальный метод оптимальных решений в целях обработки и анализа данных	– выбирает оптимизационные методы при анализе и управлении современными экономическими системами	– демонстрирует знания основных определений и теорем задач оптимизации – объясняет методы решения оптимизационных задач
	– использует методы решения оптимизационных задач, возникающих в практической профессиональной деятельности	– решает задачи, используя методы оптимизации; – определяет источники информации для получения данных, необходимых для принятия оптимальных решений;
	– Анализирует результаты решения оптимизационных задач	– анализирует результаты решения оптимизационных задач

### Типовые оценочные средства промежуточной аттестации

#### Вопросы к экзамену дисциплине «Методы оптимизации»

1. Общая структура задачи оптимизации (переменные задачи, целевая функция, система ограничений, условия неотрицательности).
2. Допустимое решение. Область допустимых решений. Оптимальное решение.
3. Понятие задачи линейного программирования, общая постановка.
4. Каноническая и стандартная задача линейного программирования.
5. Вектор градиент. Линии уровня.
6. Алгоритм графического метода.
7. Частные случаи при решении задач линейного программирования графическим методом.
8. Содержание симплексного метода.
9. Приведение задачи линейного программирования к каноническому виду. Балансовые переменные.
10. Построение начального допустимого решения при решении задачи линейного программирования симплексным методом.
11. Общий вид симплексной таблицы №1. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на максимум.
12. Общий вид симплексной таблицы №1. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на минимум.
13. Алгоритм перехода к симплексной таблице №2. Критерий останова алгоритма для задачи на максимум и для задачи на минимум.
14. Виды двойственных пар.
15. Составление двойственной пары.
16. Первая теорема двойственности.

17. Экономический смысл и интерпретация первой теоремы двойственности.
18. Вторая теорема двойственности.
19. Таблица соответствия. Интерпретация двойственных оценок.
20. Третья теорема двойственности.
21. Интерпретация и возможности двойственных оценок.
22. Модели транспортного типа (представление в виде таблицы, основные понятия, закрытые и открытые задачи).
23. Математическая модель задачи транспортного типа.
24. Модели распределительного типа (суть задачи, представление в виде таблицы).
25. Математическая модель задачи распределительного типа.
26. Общая постановка задачи дробно-линейного программирования.
27. Постановка задачи рентабельности производства.
28. Постановка задачи определения затрат в расчете на рубль товарной продукции.
29. Постановка задачи минимизации средней себестоимости изделия.
30. Сведение задачи дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования.
31. Алгоритм метода множителей Лагранжа (точка условного оптимума, уравнения связи, функция Лагранжа, определение оптимума).
32. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.
33. Постановка задачи выпуклого программирования (общий вид, выпуклые и вогнутые функции).
34. Условие Слейтера. Функция Лагранжа выпуклого программирования.
35. Седловая точка функции Лагранжа. Теорема Куна-Таккера.
36. Условия Каруша-Куна-Таккера.
37. Квадратичная форма (общий вид, положительно и отрицательно определенная, полуопределенная, условия выпуклости и вогнутости квадратичной формы).
38. Постановка задачи квадратичного программирования.
39. Функция Лагранжа для задачи квадратичного программирования. Седловая точка и условия Каруша-Куна-Таккера для задачи квадратичного программирования.
40. Задачи, решаемые методом динамического программирования.
41. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
42. Общая схема применения метода динамического программирования.
43. Задача о распределении ресурсов между отраслями на  $n$  лет.
44. Распределение инвестиций для оптимального использования потенциала предприятия.
45. Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятия.
46. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.

### **Шкала оценивания**

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время промежуточной аттестации определяется оценками «Отлично» / «Хорошо»/ «Удовлетворительно»/ «Неудовлетворительно». Критериями оценивания на зачете с оценкой является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике, овладение навыками анализа и систематизации информации в области финансов.

Для дисциплин, формой промежуточной аттестации которых является зачет с оценкой, приняты следующие соответствия:

- 90-100% - «отлично» (5);
- 75-89% - «хорошо» (4);
- 60-74% - «удовлетворительно» (3);

- менее 60% - «неудовлетворительно» (2).

При оценивании результатов устного опроса используется следующая шкала оценок:

100% - 90% (отлично)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на высоком уровне. Свободное владение материалом, выявление межпредметных связей. Уверенное владение понятийным аппаратом дисциплины. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы на высоком уровне. Способность к самостоятельному нестандартному решению практических задач
89% - 75% (хорошо)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы достаточно. Детальное воспроизведение учебного материала. Практические навыки профессиональной деятельности в значительной мере сформированы. Присутствуют навыки самостоятельного решения практических задач с отдельными элементами творчества.
74% - 60% (удовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на минимальном уровне. Наличие минимально допустимого уровня в усвоении учебного материала, в т.ч. в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы не в полной мере.
менее 60% (неудовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, не сформированы. Недостаточный уровень усвоения понятийного аппарата и наличие фрагментарных знаний по дисциплине. Отсутствие минимально допустимого уровня в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности не сформированы.

Фонды оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине представлены в приложении 1.

## 6. Методические материалы по освоению дисциплины

### Методические рекомендации по написанию рефератов

По дисциплине рефератов не предусмотрено.

### Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого на изучение дисциплины

#### Структура времени, необходимого на изучение дисциплины

Форма изучения дисциплины	Время, затрачиваемое на изучение дисциплины, %
Изучение литературы, рекомендованной в учебной программе	40
Решение задач, практических упражнений и ситуационных примеров	40
Изучение тем, выносимых на самостоятельное рассмотрение	20
Итого	100

### Методические рекомендации по подготовке к практическому (семинарскому) занятию

Основной целью практического (семинарского) занятия является проверка глубины понимания студентом изучаемой темы, учебного материала и умения изложить его содержание ясным и четким языком, развитие самостоятельного мышления и творческой активности у студента, умения решать практические задачи. На практических (семинарских) занятиях предполагается рассматривать наиболее важные, существенные, сложные вопросы которые, наиболее трудно усваиваются студентами. При этом готовиться к практическому (семинарскому) занятию всегда нужно заранее. Подготовка к практическому (семинарскому) занятию включает в себя следующее:

- обязательное ознакомление с вопросами для устного опроса,
- изучение конспектов лекций, соответствующих разделов учебника, учебного пособия, содержания рекомендованных нормативных правовых актов;
- работа с основными терминами (рекомендуется их выучить);
- изучение дополнительной литературы по теме занятия, делая при этом необходимые выписки, которые понадобятся при обсуждении на семинаре;
- формулирование своего мнения по каждому вопросу и аргументированное его обоснование;
- запись возникших во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературы вопросов, чтобы затем на семинаре получить на них ответы;
- обращение за консультацией к преподавателю.

### Методические указания по выполнению контрольных работ:

Данный вид работы проверяет:

- 1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;
- 2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;
- 3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

- 1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;
- 2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;
- 3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;
- 4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

### **Рекомендации по изучению методических материалов**

Методические материалы по дисциплине позволяют студенту оптимальным образом организовать процесс изучения данной дисциплины. Методические материалы по дисциплине призваны помочь студенту понять специфику изучаемого материала, а в конечном итоге – максимально полно и качественно его освоить. В первую очередь студент должен осознать предназначение методических материалов: структуру, цели и задачи. Для этого он знакомится с преамбулой, оглавлением методических материалов, говоря иначе, осуществляет первичное знакомство с ним. В разделе, посвященном методическим рекомендациям по изучению дисциплины, приводятся советы по планированию и организации необходимого для изучения дисциплины времени, описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»), рекомендации по работе с литературой, советы по подготовке к экзамену и разъяснения по поводу работы с тестовой системой курса и над домашними заданиями. В целом данные методические рекомендации способны облегчить изучение студентами дисциплины и помочь успешно сдать экзамен. В разделе, содержащем учебно-методические материалы дисциплины, содержание практических занятий по дисциплине.

### **Рекомендации по самостоятельной работе студентов**

На самостоятельную работу студентов по дисциплине Б1.В.02.01 «Методы оптимизации» выносятся следующие темы:

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Очная форма	Заочная форма
1	2	3	4	5
1.	Постановка и классификация задач оптимизации. Общая задача линейного программирования.	Классификация задач оптимизации по виду целевой функции и ограничениям.	0	0
2.	Графический метод решения задач линейного программирования.	Решение систем линейных неравенств.	0	0
3.	Симплексный метод решения задач линейного программирования.	Построение начального допустимого решения при решении задачи линейного программирования симплексным методом	0	0
4.	Двойственные задачи линейного программирования.	Интерпретация и возможности двойственных оценок.	0	0
5.	Задачи линейного программирования транспортного типа.	Модели распределительного типа (суть задачи, представление в виде таблицы). Математическая модель задачи	0	0

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Очная форма	Заочная форма
1	2	3	4	5
		распределительного типа.		
6.	Общая задача нелинейного программирования. Дробно-линейное программирование.	Постановка задачи рентабельности производства. Постановка задачи определения затрат в расчете на рубль товарной продукции. Постановка задачи минимизации средней себестоимости изделия.	О	О
7.	Выпуклое программирование.	Алгоритм метода множителей Лагранжа (точка условного оптимума, уравнения связи, функция Лагранжа, определение оптимума). Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.	О	О
8.	Численные методы решения задач выпуклого программирования.	Схема поиска точки оптимума для случая нарушения границ области допустимых решений.	О	О
9.	Динамическое программирование.	Распределение инвестиций для оптимального использования потенциала предприятия. Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятия. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.	О	О

Неотъемлемым элементом учебного процесса является самостоятельная работа студента. При самостоятельной работе достигается конкретное усвоение учебного материала, развиваются теоретические способности, столь важные для современной подготовки специалистов. Формы самостоятельной работы студентов по дисциплине: написание конспектов, подготовка ответов к вопросам, решение задач, исследовательская работа.

Задания для самостоятельной работы включают в себя комплекс аналитических заданий выполнение, которых, предполагает тщательное изучение научной и учебной литературы, периодических изданий, а также законодательных и нормативных документов предлагаемых в п.6 «Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине».

### **Рекомендации по работе с литературой**

При изучении курса учебной дисциплины особое внимание следует обратить на рекомендуемую основную и дополнительную литературу.

Важным элементом подготовки к семинару является глубокое изучение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по теме занятия, а также первоисточников. При этом полезно прочитанную литературу законспектировать. Конспект должен отвечать трем требованиям: быть содержательным, по возможности кратким и правильно оформленным.

Содержательным его следует считать в том случае, если он передает все основные мысли авторов в целостном виде. Изложить текст кратко – это значит передать содержание книги, статьи в значительной мере своими словами. При этом следует придерживаться правила - записывать мысль автора работы лишь после того, как она хорошо понята. В таком случае поставленная цель будет достигнута. Цитировать авторов изучаемых работ

(с обязательной ссылкой на источник) следует в тех случаях, если надо записывать очень важное определение или положение, обобщающий вывод.

Важно и внешнее оформление конспекта. В его начале надо указать тему семинара, дату написания, названия литературных источников, которые будут законспектированы. Глубокая самостоятельная работа над ними обеспечит успешное усвоение изучаемой дисциплины.

Одним из важнейших средств серьезного овладения теорией является **конспектирование первоисточников**.

Для составления конспекта рекомендуется сначала прочитать работу целиком, чтобы уяснить ее общий смысл и содержание. При этом можно сделать пометки о ее структуре, об основных положениях, выводах, надо стараться отличать в тексте основное от второстепенного, выводы от аргументов и доказательств. Если есть непонятные слова, надо в энциклопедическом словаре найти, что это слово обозначает. Закончив чтение (параграфы, главы, статьи) надо задать себе вопросы такого рода: в чем главная мысль? Каковы основные звенья доказательства ее? Что вытекает из утверждений автора? Как это согласуется с тем, что уже знаете о прочитанном из других источников?

Ясность и отчетливость восприятия текста зависит от многого: от сосредоточенности студента, от техники чтения, от настойчивости, от яркости воображения, от техники фиксирования прочитанного, наконец, от эрудиции – общей и в конкретно рассматриваемой проблеме.

Результатом первоначального чтения должен быть простой **план текста и четкое представление о неясных местах**, отмеченных в книге. После предварительного ознакомления, при повторном чтении следует **выделить основные мысли автора** и их развитие в произведении, обратить внимание на обоснование отдельных положений, на методы и формы доказательства, наиболее яркие примеры. В ходе этой работы окончательно отбирается материал для записи и определяется ее вид: **план, тезисы, конспект**.

План – это краткий, последовательный перечень основных мыслей автора. Запись прочитанного в виде тезисов – значит выявить и записать опорные мысли текста. Разница между планом и тезисами заключается в следующем: в плане мысль называется (ставь всегда вопрос: о чем говорится?), в тезисах – формулируется – (что именно об этом говорится?). Запись опорных мыслей текста важна, но полного представления о прочитанном на основании подобной записи не составишь. Важно осмыслить, как автор доказывает свою мысль, как убеждает в истинности своих выводов. Так возникает конспект. Форма записи, как мы уже отметили, усложняется в зависимости от целей работы: план – о чем?; тезисы – о чем? что именно?; конспект – о чем? что именно? как?

Конспект – это краткое последовательное изложение содержания. Основу его составляет план, тезисы и выписки. Недостатки конспектирования: многословие, цитирование не основных, а связующих мыслей, стремление сохранить стилистическую связанность текста в ущерб его логической стройности. Приступать к конспектированию необходимо тогда, когда сложились навыки составления записи в виде развернутого подробного плана.

Форма записи при конспектировании требует особого внимания: важно, чтобы собственные утверждения, размышления над прочитанным, четко отделялись при записи. Разумнее выносить свои пометки на широкие поля, записывать на них дополнительные справочные данные, помогающие усвоению текста (дата события, упомянутого авторами; сведения о лице, названном в книге; точное содержание термина). Если конспектируется текст внушительного объема, необходимо указывать страницы книги, которые охватывает та или иная часть конспекта.

Для удобства пользования своими записями важно озаглавить крупные части конспекта, подчеркивая **заголовки**. Следует помнить о назначении красной строки, стремиться к четкой графике записей – уступами, колонками. Излагать главные мысли

автора и их систему аргументов - необходимо преимущественно своими словами, перерабатывая таким образом информацию, – так проходит уяснение ее сути. Мысль, фразы, понятия в контексте, могут приобрести более пространное изложение в записи. Но текст оригинала свертывается, и студент, отработывая логическое мышление, учиться выделять главное и обобщать однотипные суждения, однородные факты. Кроме того, делая записи своими словами, обобщая, студент учится письменной речи.

Знание общей стратегии чтения, техники составления плана и тезисов определяет и технологию конспектирования

– Внимательно читать текст, попутно отмечая непонятные места, незнакомые термины и понятия. **Выписать на поля** значение отмеченных понятий.

– При первом чтении текста необходимо составить его **простой план**, последовательный перечень основных мыслей автора.

– При повторном чтении текста выделять **систему доказательств** основных положений работы автора.

– Заключительный этап работы с текстом состоит в осмыслении ранее отмеченных мест и их краткой последовательной записи.

– При конспектировании нужно стремиться **выразить мысль автора своими словами**, это помогает более глубокому усвоению текста.

– В рамках работы над первоисточником важен умелый **отбор цитат**. Необходимо учитывать, насколько ярко, оригинально, сжато изложена мысль. Цитировать необходимо те суждения, на которые впоследствии возможна ссылка как на авторитетное изложение мнения, вывода по тому или иному вопросу.

Конспектировать целесообразно не на отдельном листе, а в общей тетради на одной странице листа. Обратная сторона листа может быть использована для дополнений, необходимость которых выяснится в дальнейшем. При конспектировании литературы следует оставить широкие поля, чтобы записать на них план конспекта. Поля могут быть использованы также для записи своих замечаний, дополнений, вопросов. При выступлении на семинаре студент может пользоваться своим конспектом для цитирования первоисточника. Все участники занятия внимательно слушают выступления товарищей по группе, отмечают спорные или ошибочные положения в них, вносят поправки, представляют свои решения и обоснования обсуждаемых проблем.

В конце семинара, когда преподаватель занятия подводит итоги, студенты с учетом рекомендаций преподавателя и выступлений сокурсников, дополняют или исправляют свои конспекты.

### **Рекомендации для подготовки к экзамену**

При подготовке к экзамену студент внимательно просматривает вопросы, предусмотренные рабочей программой, и знакомится с рекомендованной основной литературой. Основой для сдачи экзамена студентом является изучение конспектов лекций, прослушанных в течение семестра, информация, полученная в результате самостоятельной работы в течение семестра.

## **7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет**

### **7.1. Основная литература**

1. Исследование операций в экономике: учебник для вузов/ под редакцией Н. Ш. Кремера. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2023. – 414 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-12800-0. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/510512>.

2. Методы оптимизации: учебник и практикум для вузов / Ф.П. Васильев, М.М. Потапов, Б.А. Будак, Л.А. Артемьева; под редакцией Ф.П. Васильева. – Москва: Издательство Юрайт, 2023. – 375 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-9916-6157-7. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/511303>.

3. Токарев, В.В. Методы оптимизации: учебное пособие для вузов/ В.В. Токарев. – Москва: Издательство Юрайт, 2023. – 440 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-04712-7. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/514986>.

### **7.2. Дополнительная литература**

1. Бородин, А.И. Методы оптимизации в экономике и финансах: учебное пособие для вузов/ А.И. Бородин, И.Ю. Выгодчикова, М.А. Горский. – Москва: Издательство Юрайт, 2023. – 157 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-15218-0. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/520414>.

2. Методы оптимизации. Задачник: учебное пособие для вузов/ В.В. Токарев, А.В. Соколов, Л.Г. Егорова, П.А. Мышкис. – Москва: Издательство Юрайт, 2023. – 292 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-10417-2. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/517403>.

### **7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация**

Не предусмотрены.

### **7.4. Интернет-ресурсы, справочные системы.**

Не предусмотрены.

## **8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- лекционные аудитории, оборудованные видеопроекторным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном;
- помещения для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью.

Дисциплина поддержана соответствующими лицензионными программными продуктами: Microsoft Windows 7 Prof, Microsoft Office 2010, Kaspersky 8.2, СПС Гарант, СПС Консультант.

Программные средства обеспечения учебного процесса включают:

- программы презентационной графики (MS PowerPoint – для подготовки слайдов и презентаций);
- текстовые редакторы (MS WORD), MS EXCEL – для таблиц, диаграмм

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся включают следующую оснащенность: столы аудиторные, стулья, доски аудиторные, компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет.

Для изучения учебной дисциплины используются автоматизированная библиотечная информационная система и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», «Электронно-библиотечная система IPRbooks», «Научная электронная библиотека eLIBRARY» и др.

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И  
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

Кафедра информационных систем и математического моделирования

УТВЕРЖДЕНА  
учёным советом  
Волгоградского института управления –  
филиала РАНХиГС  
Протокол №2 от 23.09.2021 г.

**ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА**

**Финансы и кредит**

---

*(наименование образовательной программы)*

**ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ  
АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.В.02.01 «Методы оптимизации»**

---

*(код и наименование дисциплины)*

**38.03.01 Экономика**

---

*(код, наименование направления подготовки /специальности)*

**Очная**

---

*(форма (формы) обучения)*

Год набора – 2022 г.

Волгоград, 2021 г.

## Вопросы к экзамену

1. Общая структура задачи оптимизации (переменные задачи, целевая функция, система ограничений, условия неотрицательности).
2. Допустимое решение. Область допустимых решений. Оптимальное решение.
3. Понятие задачи линейного программирования, общая постановка.
4. Каноническая и стандартная задача линейного программирования.
5. Вектор градиент. Линии уровня.
6. Алгоритм графического метода.
7. Частные случаи при решении задач линейного программирования графическим методом.
8. Содержание симплексного метода.
9. Приведение задачи линейного программирования к каноническому виду. Балансовые переменные.
10. Построение начального допустимого решения при решении задачи линейного программирования симплексным методом.
11. Общий вид симплексной таблицы №1. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на максимум.
12. Общий вид симплексной таблицы №1. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на минимум.
13. Алгоритм перехода к симплексной таблице №2. Критерий останова алгоритма для задачи на максимум и для задачи на минимум.
14. Виды двойственных пар.
15. Составление двойственной пары.
16. Первая теорема двойственности.
17. Экономический смысл и интерпретация первой теоремы двойственности.
18. Вторая теорема двойственности.
19. Таблица соответствия. Интерпретация двойственных оценок.
20. Третья теорема двойственности.
21. Интерпретация и возможности двойственных оценок.
22. Модели транспортного типа (представление в виде таблицы, основные понятия, закрытые и открытые задачи).
23. Математическая модель задачи транспортного типа.
24. Модели распределительного типа (суть задачи, представление в виде таблицы).
25. Математическая модель задачи распределительного типа.
26. Общая постановка задачи дробно-линейного программирования.
27. Постановка задачи рентабельности производства.
28. Постановка задачи определения затрат в расчете на рубль товарной продукции.
29. Постановка задачи минимизации средней себестоимости изделия.
30. Сведение задачи дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования.
31. Алгоритм метода множителей Лагранжа (точка условного оптимума, уравнения связи, функция Лагранжа, определение оптимума).
32. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.
33. Постановка задачи выпуклого программирования (общий вид, выпуклые и вогнутые функции).
34. Условие Слейтера. Функция Лагранжа выпуклого программирования.
35. Седловая точка функции Лагранжа. Теорема Куна-Таккера.
36. Условия Каруша-Куна-Таккера.
37. Квадратичная форма (общий вид, положительно и отрицательно определенная, полуопределенная, условия выпуклости и вогнутости квадратичной формы).
38. Постановка задачи квадратичного программирования.

39. Функция Лагранжа для задачи квадратичного программирования. Седловая точка и условия Каруша-Куна-Таккера для задачи квадратичного программирования.
40. Задачи, решаемые методом динамического программирования.
41. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
42. Общая схема применения метода динамического программирования.
43. Задача о распределении ресурсов между отраслями на  $n$  лет.
44. Распределение инвестиций для оптимального использования потенциала предприятия.
45. Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятия.
46. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.

**Тестовые материалы (не менее 30, в тесте 4 варианта ответов)**

1. Модель – это
- аналог (образ) оригинала, но построенный средствами и методами отличными от оригинала
  - подобие оригинала
  - копия оригинала
2. Экономико-математическая модель – это
- математическое представление экономической системы (объектов, задачи, явлений, процессов и т. п.)
  - качественный анализ и интуитивное представление объектов, задач, явлений, процессов экономической системы и ее параметров
  - эвристическое описание экономической системы (объектов, задачи, явлений, процессов и т. п.)
3. Метод – это
- подходы, пути и способы постановки и решения той или иной задачи в различных областях человеческой деятельности
  - описание особенностей задачи (проблемы) и условий ее решения
  - требования к условиям решения той или иной задачи
4. Экономико-математическая модель межотраслевого баланса – это
- макроэкономическая, детерминированная, имитационная, матричная модель
  - микроэкономическая, детерминированная, балансовая, регрессионная модель
  - макроэкономическая, детерминированная, балансовая, матричная модель
  - макроэкономическая, вероятностная, имитационная, матричная модель
5. Множество всех допустимых решений системы задачи линейного программирования
- является
  - выпуклым
  - вогнутым
  - одновременно выпуклым и вогнутым
6. Если задача линейного программирования имеет оптимальное решение, то целевая функция достигает нужного экстремального значения в одной из:
- вершин многоугольника (многогранника) допустимых решений
  - внутренних точек многоугольника (многогранника) допустимых решений
  - точек многоугольника (многогранника) допустимых решений

7. В задачах линейного программирования решаемых симплекс-методом искомые переменные должны быть
- Неотрицательными
  - положительными
  - свободными от ограничений
  - любыми
8. Симплексный метод решения задач линейного программирования включает:
- определение одного из допустимых базисных решений поставленной задачи (опорного плана)
  - определение правила перехода к не худшему решению
  - проверку оптимальности найденного решения
  - определение одного из допустимых базисных решений поставленной задачи (опорного плана), определение правила перехода к не худшему решению, проверка оптимальности найденного решения
9. При приведении задачи линейного программирования (ЛП) к виду основной задачи ЛП ограничения вида « $<$  или  $=$ » преобразуются в ограничения равенства добавлением к его левой части дополнительной неотрицательной переменной. Вводимые дополнительные неизвестные имеют вполне определенный смысл. Так, если в ограничениях исходной задачи ЛП отражается расход и наличие производственных ресурсов, то числовое значение дополнительной переменной в решении задачи, записанной в виде основной имеет смысл
- двойственной оценки ресурса
  - остатка ресурса
  - нехватки ресурса
  - стоимости ресурса
10. Если целевая функция и все ограничения выражаются с помощью линейных уравнений, то рассматриваемая задача является задачей
- динамического программирования
  - линейного программирования
  - целочисленного программирования
  - нелинейного программирования
11. Модель задачи линейного программирования, в которой целевая функция исследуется на максимум и система ограничений задачи является системой уравнений, называется
- стандартной
  - канонической
  - общей
  - основной
  - нормальной
12. Модель задачи линейного программирования, в которой целевая функция исследуется на максимум и система ограничений задачи является системой неравенств, называется
- стандартной
  - канонической
  - общей
  - основной
  - нормальной

13. В линейных оптимизационных моделях, решаемых с помощью геометрических построений число переменных должно быть

- а) не больше двух
- б) равно двум
- в) не меньше двух
- г) не больше числа ограничений +2
- д) сколько угодно

14. Задача линейного программирования может достигать максимального значения

- а) только в одной точке
- б) в одной или во множестве точек
- в) во множестве точек
- г) в одной или двух точках

15. Если в транспортной задаче объем запасов превышает объем потребностей, в рассмотрение вводят

- а) фиктивный пункт производства
- б) фиктивный пункт потребления
- в) изменения структуры не требуются

16. В задачах линейного программирования находят:

- 1) Область значений целевой функции
- 2) Промежутки монотонности целевой функции
- 3) Промежутки знакопостоянства целевой функции
- 4) Экстремумы целевой функции

17. Выпишите матрицу коэффициентов системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 - x_3 \leq 7, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 \geq 11, \\ 5x_1 + x_2 \geq 2, \\ -2x_2 + x_3 \leq 9. \end{cases}$$

1)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 5 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 5 \\ 5 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 5 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

4)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

18. Какая из задач линейного программирования сформулирована в каноническом виде?

- $$F(x_j) = x_1 + 7x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$$
- $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4. \end{cases}$$
- 1)  $x_j > 0, j = \overline{1,3}$
- $$F(x_j) = x_1 + 7x_2 - 4x_3 \rightarrow \min$$
- $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 \leq 4. \end{cases}$$
- 2)  $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
- $$F(x_j) = x_1 + 7x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$$
- $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \geq 5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 12, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 \geq 4. \end{cases}$$
- 3)  $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$
- $$F(x_j) = x_1 + 7x_2 - 4x_3 \rightarrow \min$$
- $$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 > 5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 < 12, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 \geq 4. \end{cases}$$
- 4)  $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$

19. Для трех видов продукции П1, П2, П3 используются три вида сырья С1, С2, С3. Предприятие может израсходовать 32 т сырья, не менее 40 т сырья и не более 50 т сырья. Нормы расхода сырья на единицу продукции того или иного вида приведены в таблице. Здесь же указаны трудовые и энергетические затраты на производство 1 единицы продукции П1, П2, П3. Определить количество продукции видов П1, П2, П3, которые следует производить при минимальных затратах энергетических и трудовых ресурсов. Составьте математическую модель задачи.

Сырье	Запасы (т)	Нормы расхода на единицу продукции (т)		
		П <sub>1</sub>	П <sub>2</sub>	П <sub>3</sub>
С <sub>1</sub>	32	2	3	0
С <sub>2</sub>	40	4	1	2
С <sub>2</sub>	50	3	1	3
Расходы (руб.)		4	5	6

а)  $F(x_1, x_2, x_3) = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 32, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 40, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 50, \end{cases}$$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$

б)  $F(x_1, x_2, x_3) = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 32, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 40, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 50, \end{cases}$$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$

$$в) F(x_1, x_2, x_3) = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 32, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 40, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 50, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

$$г) F(x_1, x_2, x_3) = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 32, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 > 40, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 < 50, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

20. Мебельная фабрика выпускает столы, стулья и книжные шкафы. При использовании этих изделий используются два различных типа досок. Ресурсы, нормативы затрат каждого вида ресурсов на изготовление 1 единицы изделия и прибыль на 1 единицу изделия приведены в таблице. Требуется определить оптимальный ассортимент выпускаемой продукции, максимизирующий прибыль. Составьте математическую модель задачи.

	Ресурсы	Изделия		
		Стол	Стулья	Шкафы
Доски 1 типа, м	1500	5	1	12
Доски 2 типа, м	1000	2	3	1
Трудовые ресурсы, чел/ч	800	3	2	10
Прибыль, тыс. руб./шт.		12	5	10

$$F(x_j) = 12x_1 + 5x_2 + 10x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 12x_3 < 1500, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 < 1000, \\ 3x_1 + 2x_2 + 10x_3 < 800. \end{cases}$$

$$1) x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$$

$$F(x_j) = 12x_1 + 5x_2 + 10x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 12x_3 \leq 1500, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 1000, \\ 3x_1 + 2x_2 + 10x_3 \leq 800. \end{cases}$$

$$2) x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$$

$$F(x_j) = 12x_1 + 5x_2 + 10x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 12x_3 = 1500, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1000, \\ 3x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 800. \end{cases}$$

$$3) x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$$

$$F(x_j) = 12x_1 + 5x_2 + 10x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + 12x_3 \geq 1500, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 1000, \\ 3x_1 + 2x_2 + 10x_3 \leq 800. \end{cases}$$

$$4) x_j \geq 0, j = \overline{1,3}$$

21. Дана задача линейного программирования при заданных ограничениях. Укажите направляющий вектор целевой функции.

$$F(x_1; x_2) = -3x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 5, \\ -2x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

- 1)  $\bar{n}(-3; 2)$
- 2)  $\bar{n}(5; 3)$
- 3)  $\bar{n}(1; -2)$
- 4)  $\bar{n}(1; -1)$

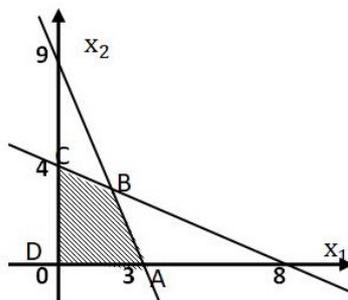
22. Дана задача линейного программирования при заданных ограничениях. Каким уравнением задается нулевая линия уровня целевой функции?

$$F(x_1; x_2) = 4x_1 - x_2 \rightarrow \text{extr}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 2, \\ 2x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

- 1)  $3x_1 + 2x_2 = 0$
- 2)  $x_1 + 3x_2 = 0$
- 3)  $2x_1 - x_2 = 0$
- 4)  $4x_1 - x_2 = 0$

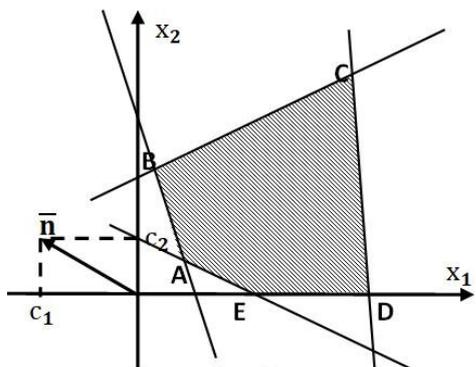
23. Каким ограничениям задачи линейного программирования соответствует область допустимых решений ABCD, изображенная на рисунке 1?



- 1)  $\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$
- 2)  $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 9, \\ 2x_1 - 4x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$
- 3)  $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 9, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$

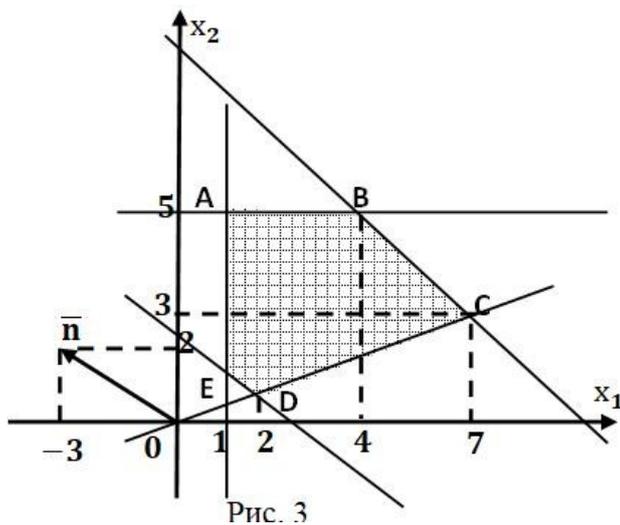
$$4) \begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 9, \\ 2x_1 - 4x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

24. На рисунке 2 изображено графическое решение ЗЛП. В какой точке целевая функция достигает своего максимума?



- 1) A
- 2) B
- 3) C
- 4) D
- 5) E

25. Дана целевая функция  $F(x_1; x_2) = -3x_1 + 2x_2$  и область допустимых решений, изображенная на рисунке 3. Найдите максимальное значение целевой функции.



- 1) 7
- 2) 9
- 3) 10
- 4) 15

26. Дана целевая функция  $F(x_1; x_2) = -3x_1 + 2x_2$  и область допустимых решений, изображенная на рисунке 3. Найдите минимальное значение целевой функции.

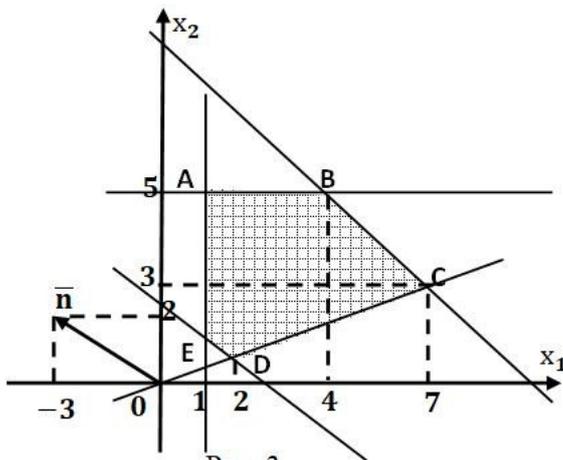


Рис. 3

- 1) - 15
- 2) - 10
- 3) 1
- 4) 2

27. Пусть имеется  $m$  пунктов отправления груза  $A_1, A_2, \dots, A_m$  и  $n$  пунктов назначения того же груза  $B_1, B_2, \dots, B_n$ . Всякий построенный план перевозок должен занимать в распределительной таблице занятых клеток:

- 1)  $m + n - 1$
- 2)  $m + n + 1$
- 3)  $m + n - 2$
- 4)  $m + n + 2$

28. Задана транспортная задача. Укажите исходный план перевозок груза, построенный по методу северо-западного угла

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	
$A_1$	10	4	5	6	300
$A_2$	1	8	11	3	320
$A_3$	8	15	7	9	380
Потребности	250	200	290	260	1000

1) 

	250	200	290	260
300	250	50		
320		150	170	
380			120	260

2) 

	250	200	290	260
300	150	50		100
320	100	100	120	
380		50	170	160

3) 

	250	200	290	260
300	100		150	50
320	120	200		
380	30		140	210

4) 

	250	200	290	260
300		110		190
320	250			70
380		90	290	

29. Задана транспортная задача. Укажите исходный план перевозок груза, построенный по методу минимальных стоимостей

Пункты отправления	Пункты назначения				Запасы
	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	10	4	5	6	300
A <sub>2</sub>	1	8	11	3	320
A <sub>3</sub>	8	15	7	9	380
Потребности	250	200	290	260	1000

1) 

	250	200	290	260
300	250	50		
320		150	170	
380			120	260

2) 

	250	200	290	260
300	150	50		100
320	100	100	120	
380		50	170	160

3) 

	250	200	290	260
300	100		150	50
320	120	200		
380	30		140	210

4) 

	250	200	290	260
300		110		190
320	250			70
380		90	290	

30. Дана матрица стоимостей перевозки груза C и построен опорный план перевозок, заданный в таблице. Рассчитайте суммарную стоимость построенного плана

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 & 6 \\ 8 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

50	50		
	50	75	75

- 1) 1000
- 2) 900
- 3) 850
- 4) 950

Открытые задания (не менее 30)

Теоретические задания с открытыми вопросами

1.

Максимальное значение целевой функции  $F(x) = -x_1 + x_2$  при ограничении

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

равно ...

2.

Минимальное значение целевой функции  $F(x) = -2x_1 - x_2$  при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

равно ...

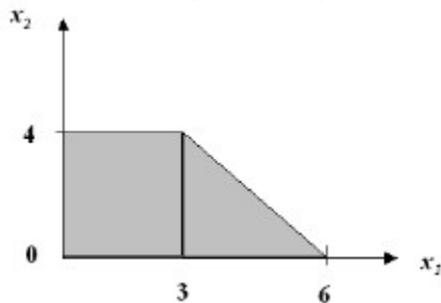
3.

Минимальное значение целевой функции  $F(x) = x_1 - x_2$  при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 9, \\ x_1 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

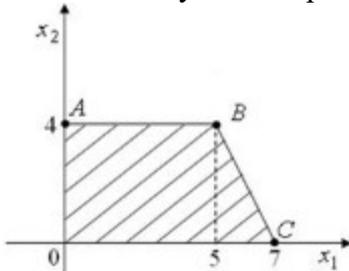
равно ...

4. Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции  $F = x_1 + 7x_2$  равно...

5. Область допустимых решений задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда максимальное значение функции  $F = 4x_1 + x_2$  равно...

### Практические задания (задачи)

1. Решить графическим методом:

$$Z(x) = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - 3x_2 \leq -7 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 20 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Проанализировать:

- 1) активные и пассивные ограничения;
- 2) возможные изменения цен.

2. Используя метод скорейшего спуска, найти максимум функции  $Z = (x_1 + 5)^2 + (x_2 + 4)^2$  при ограничениях  $5x_1 - 4x_2 \leq -20$ ,  $3x_1 + 2x_2 \leq 30$ ,  $x_{1,2} \geq 0$ .

3. Для задачи составить двойственную:

$$f(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 20 \\ 3x_1 + x_2 \leq 30 \\ -x_1 + x_2 \leq 10 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Исходную задачу решить симплексным методом и по решению исходной записать решение двойственной задачи.

4. Найти оптимальное распределение ресурсов  $s_0 = 25000$  ед. между двумя отраслями производства I и II в течении 5 лет, если даны функции доходов  $f_1(x) = 0,1x$  и  $f_2(y) = 0,6y$  для каждой отрасли, функции возврата  $g_1(x) = 0,4x$  и  $g_2(y) = 0,3y$ . По истечении года перераспределяются только все возвращенные средства, прибыль не вкладывается.

5. Предприятие выпускает два вида продукции А и D.

На изготовление единицы изделия А требуется затратить  $a_1 = 2$  кг. сырья первого типа,  $a_2 = 3$  кг. сырья второго типа и  $a_3 = 1$  кг. сырья третьего типа.

На изготовление единицы изделия D требуется затратить  $d_1 = 1$  кг. сырья первого типа,  $d_2 = 4$  кг. сырья второго типа и  $d_3 = 3$  кг. сырья третьего типа.

Производство обеспечено сырьём каждого типа в количестве  $b_1 = 400$  кг.,  $b_2 = 900$  кг.,  $b_3 = 600$  кг. соответственно.

Стоимость единицы изделия А составляет  $c_1 = 60$  тыс. руб., а единицы изделия D –  $c_2 = 40$  тыс. руб.

Составить план производства изделий А и D, обеспечивающий максимальную сумму от их реализации.

6. Решить производственную задачу графическим методом.

$$F(x_1, x_2) = 4x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 64 \\ x_1 + 3x_2 \leq 72 \\ x_2 \leq 20 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

7. Составьте и решите задачу линейного программирования. Выберите правильное решение среди предложенных вариантов. Для кормления коров используются концентрированные и грубые корма. Один кг концентрата содержит 1 кормовую единицу и 0,08 протеина. Один кг грубых кормов содержит 0,25 кормовых единиц и 0,04 протеина. Суточный рацион одной коровы должен содержать не менее 10 кормовых единиц и не менее 1,2 единиц протеина. Определите оптимальный вариант суточного рациона кормления при условии, чтобы стоимость рациона была минимальной, если 1 кг концентрата стоит 5 ден. ед., а 1 кг грубых кормов – 2 ден.ед.

8. Некоторая фирма выпускает два набора удобрений для газонов: обычный и улучшенный. В обычный набор входит 3 кг азотных, 4 кг фосфорных и 1 кг калийных удобрений, а в улучшенный — 2 кг азотных, 6 кг фосфорных и 3 кг калийных удобрений.

Известно, что для некоторого газона требуется, по меньшей мере, 10 кг азотных, 20 кг фосфорных и 7 кг калийных удобрений. Обычный набор стоит 3 ден. ед., а улучшенный — 4 ден. ед. Какие и сколько наборов удобрений нужно купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?

9. На имеющихся у фермера 400 га земли он планирует посеять кукурузу и сою. Сев и уборка кукурузы требуют на каждый гектар 200 ден. ед. затрат, а сои — 100 ден. ед. На покрытие расходов, связанных с севом и уборкой, фермер получил ссуду в 60 тыс. ден. ед. Каждый гектар, засеянный кукурузой, принесет 30 центнеров, а каждый гектар, засеянный соей, — 60 центнеров. Фермер заключил договор на продажу, по которому каждый центнер кукурузы принесет ему 3 ден. ед., а каждый центнер сои — 6 ден. ед. Однако согласно этому договору фермер обязан хранить убранный урожай в течение нескольких месяцев на складе, максимальная вместимость которого равна 21 тыс. центнеров. Фермеру хотелось бы знать, сколько гектаров нужно засеять каждой из этих культур, чтобы получить максимальную прибыль.

10. На свиномкомплексе производится откорм свиней, причем каждое животное должно получать 6 единиц А; 8 единиц вещества В; 12 единиц вещества С. Для откорма нужно закупить 2 вида кормов: в I корме содержится 2 ед. вещества А; 1 ед. вещества В; 3 ед. вещества С; во II корме содержится 1 ед. вещества А; 2 ед. вещества В; 4 ед. вещества С. Стоимость 1 ед. корма I вида равна 2 ден. ед. Стоимость 1 ед. корма II вида равна 3 ден. ед. Сколько надо закупить каждого вида корма, чтобы обеспечить наиболее дешевый рацион питания.

11. Фирма производит два широко популярных безалкогольных напитка — «Лимонад» и «Тоник». Фирма может продать всю продукцию, которая будет произведена. Однако объем производства ограничен количеством основного ингредиента и производственной мощностью имеющегося оборудования. Для производства 1 л «Лимонада» требуется 0,02 ч работы оборудования, а для производства 1 л «Тоника» — 0,04 ч. Расход специального ингредиента составляет 0,01 кг и 0,04 кг на 1 л «Лимонада» и «Тоника» соответственно. Ежедневно в распоряжении фирмы имеется 24 ч времени работы оборудования и 16 кг специального ингредиента. Прибыль фирмы составляет 0,10 ден. ед. за 1 л «Лимонада» и 0,30 ден. ед. за 1 л «Тоника». Сколько продукции каждого вида следует производить ежедневно, если цель фирмы состоит в максимизации ежедневной прибыли?

12. Для построения цикла пересчета в ячейке (1; 4) поставили знак «+». Составьте цикл пересчета и постройте улучшенный план перевозок груза:

50	50		+
	50	75	75

13. Для построения цикла пересчета в ячейке (3; 4) поставили знак «+». Составьте цикл пересчета и постройте улучшенный план перевозок груза:

	110		190
250			70
	90	290	+

14. Определите методом минимальной стоимости начальный план грузоперевозок транспортной задачи, заданной таблицей.

ПО \ ПН	$B_1$	$B_2$	$B_3$	Запас
$A_1$	1	3	2	40
$A_2$	4	5	7	60
Заказ	20	40	40	

15. Определите методом минимальной стоимости начальный план грузоперевозок транспортной задачи, заданной таблицей.

ПО \ ПН	$B_1$	$B_2$	$B_3$	Запас
$A_1$	1	3	5	90
$A_2$	2	5	4	90
Заказ	60	60	60	

16. Определите методом минимальной стоимости начальный план грузоперевозок транспортной задачи, заданной таблицей.

ПО \ ПН	$B_1$	$B_2$	$B_3$	Запас
$A_1$	3	8	5	100
$A_2$	6	5	7	200
Заказ	100	150	50	

17. Определите методом минимальной стоимости начальный план грузоперевозок транспортной задачи, заданной таблицей.

ПО \ ПН	$B_1$	$B_2$	$B_3$	Запас
$A_1$	4	5	3	100
$A_2$	6	1	4	200
Заказ	100	150	50	

18. Решить производственную задачу

$$F = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ 2x_1 + x_2 \leq 14 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

19. Решить производственную задачу

$$F = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ 2x_1 + x_2 \leq 14 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

20. Решить производственную задачу

$$F = 4x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 400 \\ 2x_1 + x_2 \leq 600 \\ x_1 + 2x_2 \leq 700 \end{cases}$$

21. Решить производственную задачу

$$F = 6x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ x_1 \leq 3 \end{cases}$$

22. Решить производственную задачу

$$F = 6x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ x_1 \leq 3 \end{cases}$$

23. Решить производственную задачу

$$F = 5x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

24. Решить производственную задачу

$$F = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 12 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

25. Решить производственную задачу

$$F = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 12 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

### Ключи (ответы) к оценочным материалам

Ответы к тестовым материалам: 1а, 2а, 3а, 4в, 5б, 6а, 7а, 8г, 9б, 10б, 11б, 12в, 13а, 14б, 15б, 16г, 17а, 18а, 19в, 20б, 21а, 22г, 23в, 24б, 25а, 26а, 27а, 28а, 29г, 30б.

Ответы к открытым вопросам: 1 (6), 2 (-8), 3 (-9), 4 (31), 5 (28).