

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

Кафедра экономики и финансов

УТВЕРЖДЕНА
учёным советом
Волгоградского института управления –
филиала РАНХиГС
Протокол №2 от 23.09.2021 г.

АДАптиРОВАННАЯ ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА

Финансы и кредит

(наименование образовательной программы)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ,
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса
для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и обучающихся
инвалидов**

Б1.О.01 «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

(код и наименование дисциплины)

38.03.01 Экономика

(код, наименование направления подготовки /специальности)

Очная, очно-заочная

(форма (формы) обучения)

Год набора – 2022 г.

Волгоград, 2021 г.

Автор-составитель:

Канд. педагогических наук доцент кафедры информационных систем и математического моделирования Беспалая Е. Н.

(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)

Заведующий кафедрой

информационных систем и математического моделирования О.А. Астафурова

(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)

Заведующий кафедрой

«Фондовые рынки и финансовый инжиниринг» д.э.н.Корищенко К.Н.

(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)

РПД Б1.О.01 «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» одобрена на заседании кафедры «Информационных систем и математического моделирования»

Протокол от 31 августа 2021 года № 1

Рабочая программа дисциплины составлена на основе типовой рабочей программы дисциплины Б1.В.02 «Методы оптимизации» авторами-составителями которой являются:

Старший преподаватель кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг»

Чабан А.Н.

(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)

Заведующий кафедрой

«Фондовые рынки и финансовый инжиниринг» д.э.н. Корищенко К.Н.

(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
1.1. Осваиваемые компетенции.....	4
1.2. Результаты обучения.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....	4
3. Содержание и структура дисциплины.....	4
3.1. Структура дисциплины.....	4
3.2. Содержание дисциплины.....	7
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....	9
4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.....	9
4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....	9
5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине.....	16
5.1. Методы проведения экзамена.....	16
5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации.....	16
6. Методические материалы по освоению дисциплины.....	21
7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет.....	22
7.1. Основная литература.....	23
7.2. Дополнительная литература.....	23
7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация.....	23
7.4. Интернет-ресурсы, справочные системы.....	23
7.5. Иные источники.....	23
8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....	24

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. Осваиваемые компетенции

Дисциплина Б1.О.01 «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» обеспечивает овладение следующими компетенциями

Код компетенции	Наименование компетенции	Код компонента компетенции	Наименование компонента компетенции
ПКо ОС II – 1	Способность использовать методы математического анализа для решения прикладных задач	ПКо ОС II – 1.1, ПКо ОС II – 1.2	Применение знаний математического анализа для профессиональной финансовой сферы.

1.2. Результаты обучения

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Использование трудовых функций обязательно только для профессиональных компетенций, установленных самостоятельно

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Учебная дисциплина Б1.О.01 «Математический анализ» относится к блоку обязательной части дисциплин. В соответствии с учебным планом, дисциплина осваивается в 1 и 2 семестре, общая трудоемкость дисциплины составляет 324 часа (9 ЗЕТ).

По очной форме обучения количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) в первом семестре: – 66 часа (лекций – 32 часа, практических занятий – 32 часа, консультации – 2 часа) и на самостоятельную работу обучающихся – 60 часов, во втором семестре: 66 часа (лекций – 32 часа, практических занятий – 32 часа, консультации – 2 часа), на самостоятельную работу обучающихся – 96 часов, контроль -36 часов.

По очно-заочной форме обучения количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) в первом семестре: – 50 часов (лекций - 24 часа, практических занятий – 24 часа, консультации – 2 часа), на самостоятельную работу обучающихся – 72 часа, на контроль – 4 часа; во втором семестре: 44 часа (лекций – 20 часа, практических занятий – 22 часа, консультации – 2 часа), на самостоятельную работу обучающихся – 118 часов, контроль -36 часов.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом в первом семестре –зачет с оценкой, во втором семестре – экзамен.

Освоение дисциплины опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний, а также на приобретенные ранее умения и навыки в области базового курса, полученных в средних образовательных учреждениях.

3.Содержание и структура дисциплины

3.1. Структура дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины (модуля), час.			Форма текущего
		Всего	Контактная работа	СР	

			обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				О	контроля успеваемости*, промежуточной
			Л, ДОТ	ЛР/ ДОТ	ПЗ/ ДОТ*	КСР		
<i>I семестр</i>								
Тема 1	Множества и их отображения	14	2		2		10	<i>Кол</i>
Тема 2	Предел последовательности, предел и непрерывность функции	34	6		6		22	<i>К, Кол</i>
Тема 3	Производная и дифференциал. Основные теоремы дифференциального исчисления	40	10		10		20	<i>К, Кол</i>
Тема 4	Исследование свойств функций и построение графиков	32	6		6		20	<i>К</i>
Консультация		2						
Промежуточная аттестация		4						
<i>Итого I семестр</i>		126	24		24		72	
<i>II семестр</i>								
Тема 5	Метрические пространства. Функции нескольких переменных	10	-		2		8	<i>К, Кол</i>
Тема 6	Дифференцируемость функции многих переменных. Частные производные	28	4		4		20	<i>К, Кол</i>
Тема 7	Экстремумы функций нескольких переменных	20	4		4		12	<i>К, Кол</i>
Тема 8	Неявная функция. Условный экстремум	16	2		2		12	<i>К</i>
Тема 9	Приложения теории условного экстремума к экономической теории	14	-		-		14	<i>Кол</i>
Тема 10	Неопределённый интеграл	20	2		2		16	<i>К, Кол</i>
Тема 11	Определённый интеграл и его приложения. Несобственный интеграл	14	2		2		10	<i>К, Кол</i>
Тема 12	Кратные интегралы	16	2		2		12	<i>К</i>
Тема 13	Числовые ряды. Функциональные ряды.	18	4		4		10	<i>К, Кол</i>
Тема 14	Эйлеровы интегралы	4	-		-		4	<i>О</i>
Консультация		2						
Промежуточная аттестация		36						<i>Экз</i>
<i>Итого 2 семестр</i>		198	20		22		118	
Итого:		324	52		54		190	

Примечание:

* формы заданий текущего контроля успеваемости: контрольные работы (К), опрос (О), тестирование (Т), коллоквиум (Кол) и виды учебных заданий: эссе (Э), реферат (Р), доклад (Д)

** формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз), зачет (З), зачет с оценкой (ЗО).

Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины (модуля), час.					СР О	Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л, ДОТ	ЛР/ ДОТ	ПЗ/ ДОТ*	КСР		
<i>I семестр</i>								
Тема 1	Множества и их отображения	12	4		4		4	Кол
Тема 2	Предел последовательности, предел и непрерывность функции	36	8		8		20	К, Кол
Тема 3	Производная и дифференциал. Основные теоремы дифференциального исчисления	40	12		12		16	К, Кол
Тема 4	Исследование свойств функций и построение графиков	36	8		8		20	К
Консультация		2						
<i>Итого I семестр</i>		126	32		32		60	
<i>II семестр</i>								
Тема 5	Метрические пространства. Функции нескольких переменных	14	4		4		6	Кол
Тема 6	Дифференцируемость функции многих переменных. Частные производные	24	6		6		12	К, Кол
Тема 7	Экстремумы функций нескольких переменных	20	4		4		12	К, Кол
Тема 8	Неявная функция. Условный экстремум	12	2		2		8	К
Тема 9	Приложения теории условного экстремума к экономической теории	12	2		2		8	Кол
Тема 10	Неопределённый интеграл	20	4		4		12	К, Кол
Тема 11	Определённый интеграл и его приложения. Несобственный интеграл	18	4		4		10	К, Кол
Тема	Кратные интегралы	16	2		2		12	К

12								
Тема 13	Числовые ряды. Функциональные ряды.	20	4		4		12	<i>К, Кол</i>
Тема 14	Эйлеровы интегралы	4	-		-		4	<i>Кол</i>
Консультация		2						
Промежуточная аттестация		36						Экз
Итого 2 семестр		198	32		32		96	
Итого:		324	64		64		156	

Примечание:

* формы заданий текущего контроля успеваемости: контрольные работы (КР), опрос (О), тестирование (Т), кейс (К), ситуационная задача (СЗ) и виды учебных заданий: эссе (Э), реферат (Р), диспут (Д)

** формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз), зачет (З), зачет с оценкой (ЗО).

3.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Множества и их отображения.

Множества и операции над ними. Декартово произведение множеств, бинарные отношения. Отображения и их свойства. Множество действительных чисел.

Тема 2. Предел последовательности, предел и непрерывность функции.

Понятие предела. Арифметические свойства предела. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной ограниченной функции. Критерий Коши существования предела последовательности, предела функции. Непрерывность, точки разрыва. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

Тема 3. Производная и дифференциал. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Производная, её естественнонаучный смысл и основные свойства. Предельные величины. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Эластичность и её свойства. Теоремы Ферма, Ролля. Необходимые условия экстремума. Теоремы Лагранжа и Коши. Критерий постоянства функции. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа (без доказательства). Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано (без доказательства). Правила Лопиталя.

Тема 4. Исследование свойств функций и построение графиков.

Монотонность функции. Достаточные условия экстремума функции. Выпуклость графика функции. Функции спроса. Функция полезности. Закон убывающей предельной полезности.

Тема 5. Метрические пространства. Функции нескольких переменных.

Открытые, замкнутые, компактные множества. Функции и отображения, их пределы и непрерывность. Функции Кобба-Дугласа.

Тема 6. Дифференцируемость функции многих переменных. Частные производные.

Достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Касательная плоскость. Производная по направлению, Градиент. Матрица Якоби отображения и её свойства. Свойства якобиана. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Гессиан.

Тема 7. Экстремумы функций нескольких переменных.

Формулы Тейлора для функции нескольких переменных.

Необходимые условия экстремума. Достаточные условия существования экстремума.

Тема 8. Неявная функция. Условный экстремум.

Формулировка теоремы о существовании, непрерывности и дифференцируемости функции $y = f(x)$, определяемой уравнением $F(x, y) = 0$. Формулировка теоремы о существовании, непрерывности и дифференцируемости функции $y = f(x_1, \dots, x_n)$ определяемой уравнением $F(x_1, \dots, x_n, y) = 0$. Формулировка теоремы о неявных функциях, определяемых системой уравнений. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия экстремума. Окаймлённый гессиан.

Тема 9. Приложения теории условного экстремума к экономической теории.

Задача рационального поведения потребителя на рынке. Задача минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.

Тема 10. Неопределённый интеграл.

Первообразная функция, структура неопределённого интеграла. Таблица неопределённых интегралов и правила интегрирования. Интегрирование рациональных функций, некоторых иррациональных функций, некоторых тригонометрических функций.

Тема 11. Определённый интеграл и его приложения. Несобственный интеграл.

Понятие площади плоской фигуры. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определение интеграла (по Риману). Необходимое условие интегрируемости функции. Критерий интегрируемости функции. Интегрируемость ограниченной монотонной функции. Интегрируемость непрерывной функции, интегрируемость кусочно-непрерывной функции. Свойства определённого интеграла, теоремы о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Геометрические приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, площадь в полярных координатах, длина дуги, объём пространственного тела (принцип Кавальери), площадь поверхности вращения. Приложения определённого интеграла к задачам экономики: объём выпускаемой продукции, коэффициент Джини, дисконтированный доход. Несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования. Несобственный интеграл от неограниченных функций. Сходимость и расходимость несобственных интегралов.

Тема 12. Кратные интегралы.

Двойной интеграл, его свойства. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Тройной интеграл, его свойства.

Тема 13. Числовые ряды. Функциональные ряды.

Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости. Ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши. Признак Гаусса (без доказательства). Интегральный признак сходимости Маклорена-Коши. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Признаки Абеля и Дирихле (без доказательства). Абсолютная сходимость ряда. Условная сходимость ряда. Перестановки членов ряда. Степенные ряды. Радиус сходимости, интервал сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора элементарных функций. Ряд Фурье. Тригонометрическая система функций. Коэффициенты Фурье.

Тема 14. Эйлеровы интегралы.

Гамма и бета-функции Эйлера, их свойства (без доказательства). Нормальное распределение. Вычисление его моментов.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации

В ходе реализации дисциплины Б1.О.01 «Математический анализ» используются

следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема (раздел)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1. Множества и их отображения.	Коллоквиум №1
Тема 2. Предел последовательности, предел и непрерывность функции.	Коллоквиум №1 Контрольная работа №1
Тема 3. Производная и дифференциал. Основные теоремы дифференциального исчисления.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 4. Исследование свойств функций и построение графиков.	Контрольная работа №1
Тема 5. Метрические пространства. Функции нескольких переменных.	Коллоквиум №2
Тема 6. Дифференцируемость функции многих переменных. Частные производные.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 7. Экстремумы функций нескольких переменных.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 8. Неявная функция. Условный экстремум.	Контрольная работа №2
Тема 9. Приложения теории условного экстремума к экономической теории.	Коллоквиум №2
Тема 10. Неопределённый интеграл.	Контрольная работа №3 Коллоквиум №3
Тема 11. Определённый интеграл. Приложения определённого интеграла. Несобственный интеграл.	Контрольная работа №3 Коллоквиум №3
Тема 12. Кратные интегралы.	Контрольная работа №3
Тема 13. Числовые ряды. Функциональные ряды.	Контрольная работа №4 Коллоквиум №4
Тема 14. Эйлеровы интегралы.	Коллоквиум №4

4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

Тема 1. Множества и их отображения.

Вопросы к коллоквиуму №1:

1. Множества и операции над ними.
2. Декартово произведение множеств, бинарные отношения.
3. Отображения и их свойства.

Тема 2. Предел последовательности, предел и непрерывность функции.

Вопросы к коллоквиуму №1:

1. Понятие предела.
2. Арифметические свойства предела.
3. Предельный переход в неравенствах.
4. Предел монотонной ограниченной функции.
5. Критерий Коши существования предела последовательности, предела функции.
6. Непрерывность, точки разрыва.
7. Свойства непрерывных функций.
8. Непрерывность элементарных функций.
9. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
10. Равномерная непрерывность.
11. Теорема Кантора.

Вариант контрольной работы №1

1. Вычислить пределы, не пользуясь правилом Лопиталю:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x^2 + x}{x^5 - 2},$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+3x^2} - 2}{x^2 - x},$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg 3x},$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \infty} (x+2)[\ln(2x-3) - \ln(2x+1)].$$

2. Исследовать функцию на непрерывность:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{при } x \leq 0, \\ 0, & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

Тема 3. Производная и дифференциал. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Вопросы к коллоквиуму №2:

1. Определение производной функции в точке, ее основные свойства.
2. Дифференциал.
3. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная и обратной функции
4. Инвариантность формы первого дифференциала.
5. Производные и дифференциалы высших порядков.
6. Эластичность и её свойства.
7. Теоремы Ферма, Ролля.
8. Необходимые условия экстремума.
9. Теоремы Лагранжа и Коши.
10. Критерий постоянства функции.
11. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа (без доказательства).
12. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано (без доказательства).
13. Правила Лопиталю.

Вариант контрольной работы №1:

1. Найти производные функций:

$$a) y = x \cos 2x$$

$$б) y = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+3})$$

$$в) y = (\arctg x)^{\ln \arctg x}$$

$$г) \frac{y}{\sqrt{\sin x}} + \sqrt{y - x^2} = 0$$

$$д) \begin{cases} x = \cos 2t \\ y = 2 \sin^2 t \end{cases}$$

2. Вычислить пределы, используя правило Лопиталю:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}, \quad б) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right).$$

Тема 4. Исследование свойств функций и построение графиков.

Вариант контрольной работы №1:

Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$a) y = \frac{x^3 + 1}{x^2}$$

$$б) y = (x + 2)e^{x+1}$$

Тема 5. Метрические пространства. Функции нескольких переменных.

Вопросы к коллоквиуму №2:

1. Открытые, замкнутые, компактные множества. Понятие функции нескольких переменных, область определения, множество значений.
2. Линии уровня функции двух переменных. Поверхность уровня.
3. Предел функции двух переменных, свойства пределов. Непрерывность функции двух переменных.

Тема 6. Дифференцируемость функции многих переменных. Частные производные.

Вопросы к коллоквиуму №2:

1. Достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Касательная плоскость.
2. Производная по направлению, Градиент.
3. Матрица Якоби отображения и её свойства. Свойства якобиана.

Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Гессиан.

Вариант контрольной работы №2:

1. Найти область определения функции:

$$z = \arcsin(xy)$$

2. Найти частные производные второго порядка функции $z = \ln(\operatorname{tg}(3x + 5y))$
3. Проверить верность равенства:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$$

4. Вычислить приближенно значение: $\ln(8,001 + 0,99^3)$ ($z = \ln(x^3 + y^3)$, $x = 2$, $y = 1$)

5. Найти градиент функции и его модуль в точке М: $z = xye^{1+x+y}$, $M(0; -1)$

Тема 7. Экстремумы функций нескольких переменных.

Вопросы к коллоквиуму №2:

1. Формулы Тейлора для функции нескольких переменных.
2. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия существования экстремума.
3. Схема исследования на экстремум.

Вариант контрольной работы №2:

I. Исследовать функцию на экстремум:

- 1) $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$

$$2) \quad z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$$

$$3) \quad z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$$

II. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к графику функции в точке M_0 :

$$1. \quad z = 2y^2 + 3x^2, \quad M_0(5;1;1)$$

$$2. \quad z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}, \quad M_0(2;2;\frac{\pi}{4})$$

$$3. \quad 2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 9, \quad M_0(1;-1;1)$$

Тема 8. Неявная функция. Условный экстремум.

Вариант контрольной работы №2:

1. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy + x + y$ в области $D: 1 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 3$
2. Найти условный экстремум функции: $z = x^2 + y^2 - xy + x + y - 4$ при $2x + y + 3 = 0$
3. Найти условный экстремум функции: $z = 4x - 5y$ при $x^2 + y^2 = 1$

Тема 9. Приложения теории условного экстремума к экономической теории.

Вопросы к коллоквиуму №2:

1. Задача рационального поведения потребителя на рынке.
2. Задача минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.

Тема 10. Неопределённый интеграл.

Вопросы к коллоквиуму №3

1. Первообразная функция, структура неопределённого интеграла. геометрический смысл.
2. Свойства неопределённого интеграла. Таблица неопределённых интегралов и правила интегрирования.
2. Интегрирование по частям (вывод формулы, приемы для разных подынтегральных функций).
3. Интегрирование рациональных дробей.
4. Универсальная тригонометрическая подстановка. Частные случаи
5. Интегралы типа $\int \sin nx \cos mx dx, \int \sin ax \cdot \cos bx dx, \int \sin ax \cdot \sin bx dx, \int \cos ax \cdot \cos bx dx$
6. Интегрирование иррациональных функций.

Вариант контрольной работы №3:

Найти интегралы:

$$1. \quad \int \frac{dx}{(x+1)\ln^2(x+1)}$$

$$2. \quad \int \frac{dx}{x^2 + x + 1}$$

$$3. \int \frac{\arctg^4 x dx}{1+x^2}$$

$$4. \int \frac{1+\sqrt{x+1}}{3-\sqrt[3]{x+1}} dx$$

$$5. \int x^3 e^{-x^4} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{x(\ln x)^3}$$

Тема 11. Определённый интеграл. Приложения определённого интеграла. Несобственный интеграл.

Вопросы к коллоквиуму № 3

1. Понятие площади плоской фигуры. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определение интеграла (по Риману).
2. Необходимое условие интегрируемости функции. Критерии интегрируемости функции.
3. Свойства определённого интеграла, теоремы о среднем значении.
4. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле
6. Геометрические приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, площадь в полярных координатах, длина дуги, объём пространственного тела (принцип Кавальери), площадь поверхности вращения.
7. Приложения определённого интеграла к задачам экономики: объём выпускаемой продукции, коэффициент Джини, дисконтированный доход.

Вариант контрольной работы №3:

1. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$$

2. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^4} dx$$

3. Решить задачу:

- а) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией:

$$y^2 = x^2 - x^4$$

Тема 12. Кратные интегралы.

Вопросы к коллоквиуму № 3

1. Двойной интеграл, его свойства.
2. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле.
3. Тройной интеграл, его свойства.

Вариант контрольной работы №3:

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^2 dx \int_{x^2}^{2x} f(x, y) dy$$

2. Вычислить тройной интеграл:

$$\iiint_T x^2 y z dx dy dz$$

$$T: \{0 \leq x \leq 2; \quad 0 \leq y \leq 2 - x; \quad 0 \leq z \leq 2 - x - y\}.$$

3. Вычислить объем тела:

$$z = x^2 + y^2; \quad y = x^2; \quad y = 1; \quad z = 0.$$

4. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_L (x^2 - 2x) dx + (2xy + y^2) dy$$

, где L : отрезок $A(1; 1), B(2; 4)$.

Тема 13. Числовые ряды. Функциональные ряды.

Вопросы к коллоквиуму №4:

1. Критерий Коши сходимости ряда.
2. Необходимое условие сходимости.
3. Ряды с неотрицательными членами.
4. Признаки сравнения.
5. Признак Даламбера.
6. Признак Коши.
7. Признак Гаусса (без доказательства).
8. Интегральный признак сходимости Маклорена-Коши.
9. Знакопеременные ряды.
10. Признак Лейбница.
11. Признаки Абеля и Дирихле (без доказательства).
12. Абсолютная сходимость ряда.
13. Условная сходимость ряда.
14. Перестановки членов ряда.
15. Степенные ряды.
16. Радиус сходимости, интервал сходимости.
17. Непрерывность суммы степенного ряда.
18. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
19. Ряды Тейлора элементарных функций.
20. Ряд Фурье.
21. Тригонометрическая система функций.
22. Коэффициенты Фурье.

Вариант контрольной работы №4:

1. Исследовать на сходимость данный знакоположительный ряд:

$$\frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^3 + \dots$$

2. Исследовать на сходимость данный знакочередующийся ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2}.$$

3. Найти область сходимости данного степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}.$$

4. Разложить по степеням $x - x_0$ следующую функцию:

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad x_0 = -2.$$

5. Вычислить с заданной степенью точности ε :

$$\sqrt[5]{1,1}, \quad \varepsilon = 10^{-4}.$$

6. Вычислить с точностью до 10^{-3} данный определенный интеграл:

$$\int_0^1 \frac{\sin(x^2)}{x} dx.$$

Тема 14. Эйлеровы интегралы.

Вопросы к коллоквиуму №4:

1. Гамма и бета-функции Эйлера, их свойства (без доказательства).
2. Нормальное распределение. Вычисление его моментов.

Шкала оценивания

Контрольная работа

При проведении контрольной работы обучающимся предлагается выполнить несколько практических заданий (4-5) в соответствии с пройденными темами. Время написания контрольной работы составляет 90 мин. (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным).

Критерии оценивания	Каждое задание контрольной работы оценивается определенным количеством баллов (в соответствии с этапами выполнения задания). Оценивается: ход решения задачи, наличие ошибок в расчетах, наличие верного ответа. Баллы, полученные студентом за решение каждого задания, суммируются. Общее количество возможных баллов за контрольную работу принимаются за 100%.
---------------------	--

Шкала оценивания	<p>«Отлично»: - 86%-100% правильных ответов и решений.</p> <p>«Хорошо»: - 71%-84% правильных ответов и решений.</p> <p>«Удовлетворительно»: - 51%-70% правильных ответов и решений.</p> <p>«Неудовлетворительно»: - менее 50% правильных ответов и решений.</p>
------------------	---

Коллоквиум

Коллоквиум проводится на практических занятиях в форме индивидуальной беседы преподавателя с каждым обучающимся.

Преподаватель задает несколько (4-5) кратких вопросов, позволяющих выяснить степень освоения материала обучающимся.

Ответ на каждый вопрос оценивается отдельно.

Критерии оценивания	Полнота ответа на вопрос, знание терминологии; способность аргументировать свой ответ; способность раскрывать причинно-следственные связи между экономическими фактами, явлениями и процессами; способность делать выводы.
Шкала оценивания	<p>«Отлично» - вопрос раскрыт полностью, точно обозначены основные понятия и характеристики по теме.</p> <p>«Хорошо» - вопрос раскрыт, однако нет полного описания всех необходимых элементов.</p> <p>«Удовлетворительно» - вопрос раскрыт не полно, присутствуют грубые ошибки, однако есть некоторое понимание раскрываемых понятий.</p> <p>«Неудовлетворительно» - ответ на вопрос отсутствует или в целом не верен.</p>

По итогам ответов на каждый вопрос выставляется общий балл за коллоквиум.

5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине

5.1. Методы проведения экзамена

Зачет с оценкой проводится с применением следующих методов: метод устного опроса по вопросам из перечня примерных вопросов и решения практических задач из п.5.2.

Экзамен проводится с применением следующих методов: метод письменного опроса по вопросам из перечня примерных вопросов из п.5.2.

5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации

Компонент компетенции	Промежуточный / ключевой индикатор оценивания	Критерий оценивания
ПКо ОС II – 1 Применение знаний	Способен использовать методы математического анализа исследования функций	Демонстрирует возможности методов математического анализа

Компонент компетенции	Промежуточный / ключевой индикатор оценивания	Критерий оценивания
математического анализа для профессиональной финансовой сферы.	нальных зависимостей экономического характера	для решения для задач фундаментальной и прикладной профессиональных знаний; привить точность и обстоятельность аргументации в математических рассуждениях, сформировать высокий уровень математической культуры, достаточный для понимания и усвоения последующих профессиональных навыков

Типовые оценочные средства промежуточной аттестации

1 семестр

Вопросы к зачету с оценкой по дисциплине «Математический анализ»

1. Множества и операции над ними.
2. Декартово произведение множеств, бинарные отношения.
3. Отображения и их свойства.
4. Понятие предела.
5. Арифметические свойства предела.
6. Предельный переход в неравенствах.
7. Предел монотонной ограниченной функции.
8. Критерий Коши существования предела последовательности, предела функции.
9. Непрерывность, точки разрыва.
10. Свойства непрерывных функций.
11. Непрерывность элементарных функций.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
13. Равномерная непрерывность.
14. Теорема Кантора.
15. Определение производной функции в точке, ее основные свойства.
16. Дифференциал.
17. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная и обратной функции
18. Инвариантность формы первого дифференциала.
19. Производные и дифференциалы высших порядков.
20. Эластичность и её свойства.
21. Теоремы Ферма, Ролля.
22. Необходимые условия экстремума.
23. Теоремы Лагранжа и Коши.
24. Критерий постоянства функции.
25. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа (без доказательства).
26. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано (без доказательства).
27. Правила Лопиталья.
28. Открытые, замкнутые, компактные множества. Понятие функции нескольких переменных, область определения, множество значений.
29. Линии уровня функции двух переменных. Поверхность уровня.
30. Предел функции двух переменных, свойства пределов. Непрерывность функции двух переменных.

31. Достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Касательная плоскость.
32. Производная по направлению, Градиент.
33. Матрица Якоби отображения и её свойства. Свойства якобиана.
34. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Гессиан.
35. Формулы Тейлора для функции нескольких переменных.
36. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия существования экстремума.
37. Схема исследования на экстремум.
38. Задача рационального поведения потребителя на рынке.
39. Задача минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.

Примерные задания для проведения зачета

1. Найти производные y' :
 а) $y = (x^2 + 1)e^{3x}$; б) $y = \ln(\sin^2 x)$;
2. Вычислить пределы следующих функций:
 а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 x}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 8}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 3x^2}{x^2 - 16}$
3. Найти асимптоты графика функции

$$y = \frac{4x}{4 + x^2}.$$
 Сделать схематический чертеж.
4. Найти экстремум функций

$$z = x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1$$

2 семестр

Вопросы к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

1. Первообразная функция, структура неопределённого интеграла. геометрический смысл.
2. Свойства неопределённого интеграла. Таблица неопределённых интегралов и правила интегрирования.
3. Интегрирование по частям (вывод формулы, приемы для разных подынтегральных функций).
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Универсальная тригонометрическая подстановка. Частные случаи
6. Интегралы типа $\int \sin nx \cos mx dx$, $\int \sin ax \cdot \cos bx dx$, $\int \sin ax \cdot \sin bx dx$, $\int \cos ax \cdot \cos bx dx$
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Понятие площади плоской фигуры. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определение интеграла (по Риману).
9. Необходимое условие интегрируемости функции. Критерии интегрируемости функции.
10. Свойства определённого интеграла, теоремы о среднем значении.
11. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле

13. Геометрические приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, площадь в полярных координатах, длина дуги, объём пространственного тела (принцип Кавальери), площадь поверхности вращения.
14. Приложения определённого интеграла к задачам экономики: объём выпускаемой продукции, коэффициент Джини, дисконтированный доход. Двойной интеграл, его свойства.
15. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле.
16. Тройной интеграл, его свойства.
17. Критерий Коши сходимости ряда.
18. Необходимое условие сходимости.
19. Ряды с неотрицательными членами.
20. Признаки сравнения.
21. Признак Даламбера.
22. Признак Коши.
23. Признак Гаусса (без доказательства).
24. Интегральный признак сходимости Маклорена-Коши.
25. Знакопеременные ряды.
26. Признак Лейбница.
27. Признаки Абеля и Дирихле (без доказательства).
28. Абсолютная сходимость ряда.
29. Условная сходимость ряда.
30. Перестановки членов ряда.
31. Степенные ряды.
32. Радиус сходимости, интервал сходимости.
33. Непрерывность суммы степенного ряда.
34. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
35. Ряды Тейлора элементарных функций.
36. Ряд Фурье.
37. Тригонометрическая система функций.
38. Коэффициенты Фурье.
39. Гамма и бета-функции Эйлера, их свойства (без доказательства).
40. Нормальное распределение. Вычисление его моментов.

Примерные варианты экзаменационных билетов

Экзаменационный билет № 1 по дисциплине «Математический анализ»

1. Первообразная и неопределённый интеграл. Таблица неопределённых интегралов.
2. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенной ряд.
3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:

$$\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{\ln(3x-1)dx}{3x-1}$$

4. Доказать соотношение

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} + xyz = 0, \quad z = x \cdot e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}$$

Шкала оценивания

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при письменном ответе во время промежуточной аттестации определяется оценками «Отлично» / «Хорошо»/ «Удовлетворительно»/ «Неудовлетворительно». Критериями оценивания на экзамене является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике.

Приняты следующие соответствия:

- 90-100% - «отлично» (5);
- 75-89% - «хорошо» (4);
- 60-74% - «удовлетворительно» (3);
- менее 60% - «неудовлетворительно» (2).

При оценивании результатов экзамена используется следующая шкала оценок:

Критерии оценивания	Оценка
Демонстрирует знание материала в полном объеме, логически правильно излагает ответы на вопросы; имеет навык правильного выбора и использования методов линейной алгебры для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса, интерпретации и анализа полученных результатов.	5 (отлично)
Демонстрирует знание материала в полном объеме, но незначительно нарушает последовательность изложения, дает неуверенные и недостаточно полные ответы на вопросы; правильно выбирает, методы математического анализа для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса, интерпретации и анализа полученных результатов, но имеет небольшие затруднения при реализации методов.	4 (хорошо)
Демонстрирует знание предмета, но материал излагает фрагментарно и непоследовательно, допускает ошибки в применении метода решения, задачу решает частично; имеет затруднения при выборе методов математического анализа для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса; не имеет навыка интерпретации и анализа полученных результатов.	3 (удовлетворительно)
Не демонстрирует усвоение основного содержания предмета, обнаруживает незнание большей части учебного материала, допускает грубые ошибки в определении понятий и при решении задач; не умеет проводить анализ профессиональных задач; не выработал навыки выбора и использования методов математического анализа для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса, интерпретации и анализа полученных результатов.	2 (неудовлетворительно)

Фонды оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине представлены в приложении 1.

6. Методические материалы по освоению дисциплины

Методические указания по выполнению контрольных работ:

Данный вид работы проверяет:

- 1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;
- 2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;
- 3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

- 1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;
- 2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;
- 3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;
- 4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

Методические указания по подготовке к коллоквиуму

Коллоквиум – это собеседование преподавателя и учащегося по заранее определенным контрольным вопросам.

Особенность коллоквиума в том, что это не просто форма контроля, а метод углубления, закрепления знаний учащихся, так как в ходе собеседования преподаватель имеет возможность разъяснить вопросы, возникающие у учащегося в процессе подготовки.

Этот вид деятельности развивает навык осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

На самостоятельную подготовку к коллоквиуму, обучающемуся отводится 2-3 недели. При подготовке к коллоквиуму следует:

- 1) просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся ответы на вопросы коллоквиума;
- 2) если конспекты содержат не все ответы или часть вопросов вынесено преподавателем на самостоятельное рассмотрение, необходимо изучить содержание учебной литературы, рекомендованной преподавателем;
- 3) в случае возникновения каких-либо затруднений при подготовке следует обратиться за помощью к преподавателю.

Методические указания по самоподготовке к практическим занятиям

При подготовке к практическому занятию, обучающемуся необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) тщательно изучить лекционный материал;
- 4) изучить рекомендованную литературу по данной теме;

5) ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

- а) получение книг в научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога; г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого на изучение дисциплины

Структура времени, необходимого на изучение дисциплины

Форма изучения дисциплины	Время, затрачиваемое на изучение дисциплины, %
Изучение литературы, рекомендованной в учебной программе	40
Решение задач, практических упражнений и ситуационных примеров	40
Изучение тем, выносимых на самостоятельное рассмотрение	20
Итого	100

Рекомендации для подготовки к экзамену

При подготовке к экзамену студент внимательно просматривает вопросы, предусмотренные рабочей программой, и знакомится с рекомендованной основной литературой. Основой для сдачи экзамена студентом является изучение конспектов лекций, прослушанных в течение семестра, информация, полученная в результате самостоятельной работы в течение семестра.

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине.

При проведении письменного экзамена в аудитории может одновременно находиться экзаменуемая группа в полном составе.

Экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменуемые могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя калькуляторами.

При проведении экзамена экзаменуемым предлагается ответить на два теоретических вопроса и выполнить два практических задания в соответствии с пройденными темами.

Время написания экзаменационной работы составляет 90 мин. (по желанию экзаменуемого ответ может быть досрочным).

Изложение материала ведется в листе ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается на проверку экзаменатору.

Проверка работ выполняется экзаменатором после окончания экзамена и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний экзаменуемого экзаменатор может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на экзамен.

Оценка результатов письменного аттестационного испытания объявляется экзаменуемым в день его проведения.

7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет

7.1. Основная литература

1. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1: учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07067-5. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452409>
2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник : в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Часть 1 — 2019. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-0190-1. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112051>
3. Чирский В.Г., Шилин К.Ю. Математический анализ и инструментальные методы решения задач, книги 1 и 2, М.: Дело, 2019 - 462 с и 270с.
 - а. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Астрель, 2003, 559 с.
4. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник / Л.Д. Кудрявцев. — 4-е изд., пер. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 1: Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды — 2015. — 444 с. — ISBN 978-5-9221-1585-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/71994>

7.2. Дополнительная литература

1. Малугин, В. А. Математический анализ для экономического бакалавриата: учебник и практикум / В. А. Малугин. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 557 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-2406-0. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/425562>
2. Ахтямов, А.М. Математика для социологов и экономистов: учебное пособие / А.М. Ахтямов. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 464 с. — ISBN 978-5-9221-0919— Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/2095>
3. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман; под редакцией Н. Ш. Кремер. — Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2015. — 481 с. — ISBN 978-5-238- 00991-9. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/52071.html>

7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация

Не предусмотрено

7.4. Интернет-ресурсы, справочные системы.

Не предусмотрены

7.5. Иные источники

1. Красс М. С., Чупрынов Б. П. Математика для экономистов, учебное пособие, М. :Питер, 2008.
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. П.С. Геворкяна. М.: Экономика, 2013.
3. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2011.

8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- лекционные аудитории, оборудованные видеопроекторным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном;
- помещения для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью.

Программные средства обеспечения учебного процесса включают:

- программы презентационной графики (MS PowerPoint – для подготовки слайдов и презентаций);
- текстовые редакторы (MS WORD), MS EXCEL – для таблиц, диаграмм.

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся включают следующую оснащенность: столы аудиторные, стулья, доски аудиторные, компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет.

Для изучения учебной дисциплины используются автоматизированная библиотечная информационная система и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», «Электронно-библиотечная система IPRbooks», «Научная электронная библиотека eLIBRARY» и др.

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

Кафедра экономики и финансов

УТВЕРЖДЕНА

учёным советом

Волгоградского института управления –
филиала РАНХиГС

Протокол №2 от 23.09.2021 г.

ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА

Финансы и кредит

(наименование образовательной программы)

**ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Б1.О.01«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

(код и наименование дисциплины)

38.03.01 Экономика

(код, наименование направления подготовки /специальности)

Очная, очно-заочная

(форма (формы) обучения)

Год набора – 2022 г.

Волгоград, 2021 г.

1. Вопросы к зачету и экзамену по дисциплине «Математический анализ»

1 семестр

Вопросы к зачету с оценкой по дисциплине «Математический анализ»

1. Множества и операции над ними.
2. Декартово произведение множеств, бинарные отношения.
3. Отображения и их свойства.
4. Понятие предела.
5. Арифметические свойства предела.
6. Предельный переход в неравенствах.
7. Предел монотонной ограниченной функции.
8. Критерий Коши существования предела последовательности, предела функции.
9. Непрерывность, точки разрыва.
10. Свойства непрерывных функций.
11. Непрерывность элементарных функций.
12. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
13. Равномерная непрерывность.
14. Теорема Кантора.
15. Определение производной функции в точке, ее основные свойства.
16. Дифференциал.
17. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная и обратной функции
18. Инвариантность формы первого дифференциала.
19. Производные и дифференциалы высших порядков.
20. Эластичность и её свойства.
21. Теоремы Ферма, Ролля.
22. Необходимые условия экстремума.
23. Теоремы Лагранжа и Коши.
24. Критерий постоянства функции.
25. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа (без доказательства).
26. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано (без доказательства).
27. Правила Лопиталю.
28. Открытые, замкнутые, компактные множества. Понятие функции нескольких переменных, область определения, множество значений.
29. Линии уровня функции двух переменных. Поверхность уровня.
30. Предел функции двух переменных, свойства пределов. Непрерывность функции двух переменных.
31. Достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Касательная плоскость.
32. Производная по направлению, Градиент.
33. Матрица Якоби отображения и её свойства. Свойства якобиана.
34. Производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Гессиан.
35. Формулы Тейлора для функции нескольких переменных.
36. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия существования экстремума.
37. Схема исследования на экстремум.
38. Задача рационального поведения потребителя на рынке.
39. Задача минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.

2 семестр

Вопросы к экзамену по дисциплине «Математический анализ»

1. Первообразная функция, структура неопределённого интеграла. геометрический смысл.
2. Свойства неопределённого интеграла. Таблица неопределённых интегралов и правила интегрирования.
3. Интегрирование по частям (вывод формулы, приемы для разных подынтегральных функций).
4. Интегрирование рациональных дробей.
5. Универсальная тригонометрическая подстановка. Частные случаи
6. Интегралы типа $\int \sin nx \cos mx dx$, $\int \sin ax \cdot \cos bx dx$, $\int \sin ax \cdot \sin bx dx$, $\int \cos ax \cdot \cos bx dx$
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Понятие площади плоской фигуры. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Определение интеграла (по Риману).
9. Необходимое условие интегрируемости функции. Критерии интегрируемости функции.
10. Свойства определённого интеграла, теоремы о среднем значении.
11. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле
13. Геометрические приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, площадь в полярных координатах, длина дуги, объём пространственного тела (принцип Кавальери), площадь поверхности вращения.
14. Приложения определённого интеграла к задачам экономики: объём выпускаемой продукции, коэффициент Джини, дисконтированный доход. Двойной интеграл, его свойства.
15. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле.
16. Тройной интеграл, его свойства.
17. Критерий Коши сходимости ряда.
18. Необходимое условие сходимости.
19. Ряды с неотрицательными членами.
20. Признаки сравнения.
21. Признак Даламбера.
22. Признак Коши.
23. Признак Гаусса (без доказательства).
24. Интегральный признак сходимости Маклорена-Коши.
25. Знакопеременные ряды.
26. Признак Лейбница.
27. Признаки Абеля и Дирихле (без доказательства).
28. Абсолютная сходимость ряда.
29. Условная сходимость ряда.
30. Перестановки членов ряда.
31. Степенные ряды.
32. Радиус сходимости, интервал сходимости.
33. Непрерывность суммы степенного ряда.
34. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
35. Ряды Тейлора элементарных функций.
36. Ряд Фурье.
37. Тригонометрическая система функций.

38. Коэффициенты Фурье.
 39. Гамма и бета-функции Эйлера, их свойства (без доказательства).
 40. Нормальное распределение. Вычисление его моментов.

2. Тестовые материалы

1. Последовательность $\{a_n\}$, заданная формулой n -го члена $a_n = \frac{n}{n+1}$ является:
 а) возрастающей; б) убывающей; в) неограниченной; г) невозрастающей.
2. Предел последовательности $\{a_n\}$, заданной формулой n -го члена $a_n = \frac{2^n}{n+1}$ равен:
 а) $-\infty$; б) ∞ ; в) 0; г) -2.
3. Предел последовательности $\{a_n\}$, заданной формулой n -го члена $a_n = \frac{n^2+3}{n+3}$ равен:
 а) $-\infty$; б) ∞ ; в) 0; г) 2.
4. Среди перечисленных вариантов ответов выбрать значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2,5x}$:
 а) $-\infty$; б) 2; в) 3; г) 0.
5. Среди перечисленных вариантов ответов выбрать значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^x$:
 а) $e^{\frac{1}{4}}$; б) e^4 ; в) e^{-4} ; г) e^4 .
6. Среди перечисленных вариантов ответов выбрать значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$:
 а) 1; б) 0; в) $-\infty$; г) ∞ .
7. Указать числовой промежуток, на котором определена функция $y = \sqrt{x^3 - 1}$:
 а) $(0; \infty)$; б) $[0; \infty)$; в) $(1; \infty)$; г) $[1; \infty)$.
8. Какова область значений функции $y = \frac{3}{x^2 + 1}$:
 а) $(-\infty; 3)$; б) $(-\infty; 3]$; в) $(0; 3)$; г) $(0; 3]$.
9. Какое из перечисленных свойств относится к функции $y = x \cos x$:
 а) функция является чётной; б) функция является нечётной; в) функция является функцией общего вида; г) функция является периодической.
10. Какая из перечисленных функций является обратной для функции $y = \sqrt[3]{x-1}$ на промежутке $(-\infty; \infty)$:
 а) $y = x^3 - 1$; б) $y = -x^3 + 1$; в) $y = x^3 + 1$; г) $y = \sqrt{x^3 + 1}$.

11. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{4x}$

равно: а) 1 б) e^8 в) $\frac{2}{n}$ г) e^4
 12. Значение предела

Равно а) $-\infty$ б) 23 в) ∞ г) 15

13. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 12x + 35}$

а) 35 б) 12 в) ∞ г) 1

14. Для функции $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ точка $x = 1$ является:

а) точкой непрерывности; б) точкой устранимого разрыва; в) точкой разрыва первого рода (скачка); г) точкой разрыва второго рода (бесконечного).

15. Если функция дифференцируема в точке x_0 , то в этой точке функция будет
 А) иметь экстремум; Б) иметь производную; В) непрерывна; Г) Другой ответ.

16. Первая производная функции показывает

а) скорость изменения функции;
 б) направление функции;
 в) приращение функции;
 г) приращение аргумента функции.

17. Дифференциал функции равен

а) отношению приращения функции к приращению аргумента;
 б) произведению приращения функции на приращение аргумента;
 в) произведению производной на приращение аргумента;
 г) приращению функции.

18. Производная функции $y = \sin(\pi + 2x)$ равна

а) $2 \cos(\pi + 2x)$; б) $\sin(\pi + 2x)$; в) $\operatorname{tg}(\pi + 2x)/x$; г) другой ответ.

19. Производная функции $y = e^{3x^2+1}$ равна:

а) $f'(x) = 6x$; б) $f'(x) = 6x \cdot e^{3x^2+1}$; в) $f'(x) = e^{3x^2+1}$; г) $f'(x) = 3x \cdot e^{3x^2+1}$.

20. Найти угловой коэффициент касательной к графику функции $y = x^2 + 5x - 9$ в точке $x_0 = 1$.

а) 5 б) 6 в) 7 г) 8

21. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x^4}$

а) $\frac{1}{4x^3} + C$ б) $-\frac{1}{3x^2} + C$ в) $-\frac{1}{3x^5} + C$ г) $-\frac{1}{3x^3} + C$

22. Формула Ньютона-Лейбница $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ справедлива, если

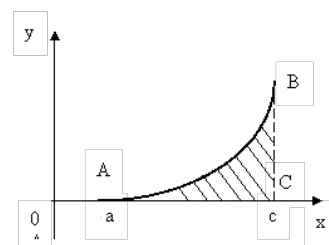
а) $F'(x) = f(x)$ б) $F(x)$ – непрерывна на $[a; b]$; $F'(x) = f(x)$
 в) $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ г) $f(x)$ – непрерывна на $[a; b]$; $F'(x) = f(x)$

23. Среди перечисленных функций укажите ВСЕ, которые являются первообразными для функции $y = \ln x$:

а) $x \ln x - x$; б) $x \ln x + x$; в) $2 + x \ln x - x$; г) $(1/x) + C$.

24. Если на рисунке дуга АВ – это график функции $y = f(x)$, то площадь заштрихованной фигуры вычисляется по формуле

а) $\int_a^c f(x)dx$; б) $\pi \int_a^c (f(x))^2 dx$; в) $\int_a^c \sqrt{1 + (f'_x)^2} dx$; г) $\int_a^{t_2} f(t)g'(t)dt$



25. Для функции $y = \frac{1}{x^2 + y^2}$ укажите область определения

- а) все точки координатной плоскости, кроме точек окружности $y = x^2 + y^2$
- б) все точки координатной плоскости, кроме точек, лежащих на прямой $y = -x$
- в) все точки координатной плоскости, кроме точки $(0;0)$
- г) все точки координатной плоскости

26. Функция нескольких переменных является дифференцируемой, если

- а) существует полное приращение функции;
- б) существует полный дифференциал функции;
- в) функция непрерывна по всем аргументам;
- г) частная производная по одной из переменных равна нулю;

27. Стационарной точкой функции $z = x^2 + xy + y^2 + 3y + 4$ является

а) $(0; 0)$; б) $(1; 2)$; в) $(1; -2)$; г) $(2; -1)$.

28. Укажите частную производную по y первого порядка z'_y функции $z = x^3 + y^3$

а) $y = 3x^2 + 3y^2$ б) $y = 3x^2$ в) $y = 3y^2$ г) $y = 2x^2 + 2y^2$

29. Ряд $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \dots$

а) сходится, т.к. состоит из единиц

б) расходится, т.к. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$

в) сходится

г) расходится, т.к. $S_n = n \rightarrow \infty$ при $n \rightarrow \infty$

30. Если при исследовании ряда на сходимость по признаку Д`Аламбера

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$$

установлено, что , это означает, что:

- а) ряд сходится; б) ряд расходится; в) ряд может, как сходиться, так и расходиться; г) вопрос о сходимости остаётся открытым.

31. Указать, чему равен радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (x-1)^{n+1}$:

- а) 0; б) $\frac{1}{2}$; в) 1; г) 2.

32. Функция $\frac{1}{1-x}$ разложима в ряд Маклорена для $x \in (-1; 1)$

- а) $1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$ б) $1 + x^3 + x^5 + \dots + x^{n+1} + \dots$ в) $1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{x^n}{n} + \dots$
 г) $1 + x^2 + x^4 + \dots + x^{2n} + \dots$

33. функция e^x разложима в ряд Маклорена для $x \in (-\infty; \infty)$

- а) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$ б) $1 + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{n+1}}{n+1} + \dots$
 в) $1 + \frac{3x}{1} + \frac{4x^2}{2} + \dots + \frac{(n+2)x^n}{n} + \dots$ г) $1 + \frac{x^2}{1!} + \frac{x^3}{2!} + \dots + \frac{x^{n+1}}{n!} + \dots$

3. Открытые задания

3.1. Теоретические задания с открытыми вопросами

не предусмотрены

3.2 Практические задания (задачи)

1) Найти область определения следующих функций:

$$y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-9}; y = \frac{x^2+1}{1-\sqrt{x^2-4}}$$

2) Установите, какие из функций являются четными, нечетными, общего вида:

1. $y = 3x^3 + 2x; f(-x) =$
2. $y = 5x^4 + x^2 + 1; f(-x) =$

3) Найти производные следующих функций:

$$y = \sqrt{x^2 + 3x + 4}$$

$$y = \lg(3x^4 + x + 2)$$

$$y = 8^{x^3+2x+7}$$

$$y = (\arcsin \cos x)^5$$

4) Вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x^3 - 5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + 5}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 9}{x^5 + 2x^4}$$

5) Вычислить пределы следующих функций:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 3); б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x^2 - x - 6}; в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^2 + 1}{2x^2 - 3x^3 - 5}$$

6) Исследовать на непрерывность следующие функции, сделать чертеж:

$$f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < -1 \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1 \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$$

7) Найти производные следующих функций:

$$a) y = (x^2 + 1)e^{3x}; б) y = \ln(\sin^2 x); в) y = \frac{\sqrt[3]{x}}{\operatorname{tg}(1-x)}$$

8) Вычислить пределы, используя правило Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + e^{-x} - 2) \cdot \operatorname{ctgx}, \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}.$$

9) Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$a) y = \frac{1}{x^2 - 1};$$

$$б) y = \sqrt{x} \cdot \ln x.$$

10) Найти область определения функции:

$$z = \arcsin(xy)$$

11) Проверить верность равенства:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$$

12) Исследовать функцию на экстремум:

$$z = x^3 + y^3 - 6xy$$

13) Составить уравнение касательной плоскости и нормали к графику функции в точке M_0 :

$$z = 2y^2 + 3x^2, \quad M_0(5;1;1)$$

14) Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования:

1. $\int x^5 dx$;
2. $\int \frac{1}{x^2} dx$;
3. $\int \sqrt[4]{x^3} dx$;
4. $\int (\cos x + e^x - 1) dx$;

15) Используя указанные подстановки, найти следующие интегралы:

$$\int \frac{\ln(1-x)}{x-1} dx \quad |t = \ln(1-x)|,$$

16) Вычислите интегралы, используя метод интегрирования по частям:

$$\int \frac{dx}{(x+1)\ln^2(x+1)} \quad |t = \ln(x+1)|,$$

$$1. \int_0^1 \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$$

$$2. \int_0^1 (1-x)e^x dx$$

$$3. \int_0^1 x \ln(1+x^2) dx$$

17) Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:

$$\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3}$$

18) Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость:

$$\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$$

19) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией:

$$y^2 = x^2 - x^4$$

20) Вычислить двойной интеграл по прямоугольнику $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ от функции $f(x; y) = x^2 y + \cos y$.

21) Вычислить криволинейный интеграл $\int_K (x+y) dx$ по прямой OA, где A(2;2).

22) Вычислить тройной интеграл:

$$\iiint_T x^2 yz dx dy dz,$$

$$T: \{0 \leq x \leq 2; 0 \leq y \leq 2-x; 0 \leq z \leq 2-x-y\}.$$

23) Исследовать на сходимость данный знакоположительный ряд:

$$\frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^3 + \dots$$

24) Исследовать на сходимость данный знакочередующийся ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2}.$$

25) Найти область сходимости данного степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}.$$

26) Разложить по степеням $x - x_0$ следующую функцию:

$$f(x) = \frac{1}{x}, \quad x_0 = -2.$$

27) Вычислить с заданной степенью точности ε :

$$\sqrt[5]{1,1}, \quad \varepsilon = 10^{-4}.$$

28) Вычислить с точностью до 10^{-3} данный определенный интеграл:

$$\int_0^1 \frac{\sin(x^2)}{x} dx.$$

29) Даны функция $z=f(x, y)$ или $u=f(x, y, z)$ и точки A и B . Найти $grad z$ в точке A ; производную по направлению \vec{AB} в точке A .

$$z = \arctg \frac{x+y}{y}, \quad A(2; -2), B(1; -4).$$

30) Вычислить объем тела:

$$z = 4 - x^2 - y^2; \quad z = 0.$$

4. Ключи (ответы) к оценочным материалам (тестам)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
б	б	б	б	г	б	г	г	б	в
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
б	в	г	г	в	а	в	а	б	в
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
г	г	г	а	б	в	в	в	г	а
31	32	33							
в	а	а							