

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Факультет государственного и муниципального управления

кафедра информационных систем и математического моделирования

УТВЕРЖДЕНА  
учёным советом  
Волгоградского института управления –  
филиала РАНХиГС  
Протокол № 2 от 23.09.2021 г.

**ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА**

**«Региональное управление»**

---

*(наименование образовательной программы)*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ,  
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса**

**Б1.О.8 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

---

*(индекс, наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)*

**38.03.04 Государственное и муниципальное управление**

---

*(код, наименование направления подготовки (специальности))*

---

**очная, очно-заочная**

---

*(форма(ы) обучения)*

Год набора – 2022

Волгоград, 2021 г

**Автор(ы)–составитель(и):**

к.п.н., доцент, доцент кафедры информационных систем и математического моделирования Ключева И.А.

Заведующий кафедрой информационных систем и математического моделирования,  
к.т.н., доцент Астафурова О.А.

Рабочая программа дисциплины составлена на основе типовой рабочей программы дисциплин Б1.О.08 «Высшая математика» для направления подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление», авторами–составителями которой являются:

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информатики и прикладной математики А.Н. Данчул

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы.....	4
1.1. Основные компетенции.....	4
1.2. Результаты обучения.....	4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.....	5
3. Содержание и структура дисциплины (модуля).....	6
3.1. Структура дисциплины.....	6
3.2. Содержание дисциплины (модуля).....	8
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине.....	11
4.1. Текущий контроль успеваемости.....	11
4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....	11
5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине.....	24
5.1. Методы проведения экзамена.....	24
5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации.....	24
6. Методические материалы по освоению дисциплины.....	28
7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).....	34
7.1. Основная литература.....	34
7.2. Дополнительная литература.....	34
7.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	34
7.4. Нормативные правовые документы.....	34
7.5. Интернет-ресурсы.....	34
7.6. Иные источники.....	34
8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....	35
Приложение 1.....	36

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине , соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

## 1.1. Основные компетенции

Дисциплина Б1.О.11 «Высшая математика» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-5	Способен использовать в профессиональной деятельности информационно-коммуникационные технологии, государственные и муниципальные информационные системы; применять технологии электронного правительства и предоставления государственных (муниципальных) услуг	ОПК-5.2.2	Получение базовых знаний по математике, развитие понятийной математической базы и формирование основных навыков, необходимых для количественного и качественного анализа и решения теоретических и прикладных задач в практической, организационно-управленческой деятельности

## 1.2. Результаты обучения

В результате освоения дисциплины Б1.О.08 «Высшая математика» дисциплины у студентов должны быть сформированы

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта)	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
	ОПК-5.2.2	на уровне знаний: знать основные математические модели и инструментарий, необходимые для оценки информационных систем
		на уровне умений: уметь использовать математический инструментарий для решения управленческих задач
		на уровне навыков: создавать формальную математическую запись управленческих задач; выполнять решения задач и интерпретации их результатов; использовать различные методы принятия управленческих решений с учетом поставленной задачи и складывающейся ситуации

## **2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Учебная дисциплина Б1.О.08 «Высшая математика» входит в Блок 1. Обязательная часть учебного плана и осваивается по очной форме обучения во 2 семестре, по очно-заочной форме – в 3 семестре, общая трудоемкость дисциплины в зачетных единицах составляет 4 ЗЕ (144 часа).

Освоение дисциплины опирается на школьный курс математики. В результате изучения обучающийся должен знать определения, теоремы, подходы к решению задач из основных разделов математики. Знания и навыки, получаемые студентами в результате изучения дисциплины, необходимы для грамотной и профессиональной работы и ведения успешной научно-исследовательской работы в области управления.

По очной форме обучения количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) – 66 часов и на самостоятельную работу обучающихся – 42 часа, на контроль – 36 часов.

По очно-заочной форме обучения количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) – 34 часа и на самостоятельную работу обучающихся – 74 часа, на контроль – 36 часов.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – экзамен.

### 3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

#### 3.1. Структура дисциплины

№	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л/ЭО, ДОТ*	ЛР/ЭО, ДОТ*	ПЗ/ЭО, ДОТ*	КСР		
<b>Очная форма обучения</b>								
<b>2 семестр</b>								
Тема 1	Матрицы. Определители.	6	2		2		2	О
Тема 2	Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений.	6	2		2		2	О, КР
Тема 3	$N$ -мерное линейное векторное пространство.	8	2		2		4	О
Тема 4	Множества. Пределы последовательностей. Пределы функций. Замечательные пределы. Непрерывные функции.	12	4		4		4	О, КР
Тема 5	Дифференциальное исчисление. Правило Лопиталя.	4	1		1		2	О
Тема 6	Приложения производной. Исследование функции.	6	1		1		4	О
Тема 7	Неопределенный интеграл и методы его вычисления.	6	2		2		2	О
Тема 8	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Применение определенного интеграла.	12	4		4		4	О, КР
Тема 9	Функции нескольких переменных.	4	1		1		2	О
Тема 10	Элементы комбинаторики. Введение в теорию вероятностей.	4	1		1		2	О
Тема 11	Основные теоремы теории вероятностей.	6	2		2		2	О
Тема 12	Формула Бернулли. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.	8	2		2		4	О, КР
Тема 13	Случайные величины и их характеристики.	6	2		2		2	О
Тема 14	Законы распределения случайных величин.	6	2		2		2	О
Тема 15	Аналитическая геометрия на	6	2		2		2	О, КР

№	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час					СР	Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л/ЭО, ДОТ*	ЛР/ЭО, ДОТ*	ПЗ/ЭО, ДОТ*	КСР		
	плоскости.							
Тема 16	Аналитическая геометрия в пространстве.	6	2		2		2	О
Консультация		2						
Промежуточная аттестация		36						экзамен
<b>Итого</b>		<b>144 (4 ЗЕ)</b>	<b>32</b>		<b>32</b>		<b>42</b>	<b>36</b>
<b>Очно-заочная форма обучения</b>								
<b>3 семестр</b>								
Тема 1	Матрицы. Определители.		1		1		4	О
Тема 2	Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений.		1		1		6	О, КР
Тема 3	N–мерное линейное векторное пространство.		1		1		4	О
Тема 4	Множества. Пределы последовательностей. Пределы функций. Замечательные пределы. Непрерывные функции.		1		1		4	О
Тема 5	Дифференциальное исчисление. Правило Лопиталя.		1		1		6	О, КР
Тема 6	Приложения производной. Исследование функции.		1		1		4	О
Тема 7	Неопределенный интеграл и методы его вычисления.		1		1		6	О
Тема 8	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Применение определенного интеграла.		1		1		4	О
Тема 9	Функции нескольких переменных.		1		1		4	О, КР
Тема 10	Элементы комбинаторики. Введение в теорию вероятностей.		1		1		4	О
Тема 11	Основные теоремы теории вероятностей.		1		1		4	О
Тема 12	Формула Бернулли. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.		1		1		6	О
Тема 13	Случайные величины и их характеристики.		1		1		4	О
Тема 14	Законы распределения		1		1		6	О, КР

№	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины (модуля), час					СР	Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л/ЭО, ДОТ*	ЛР/ЭО, ДОТ*	ПЗ/ЭО, ДОТ*	КСР		
	случайных величин.							
Тема 15	Аналитическая геометрия на плоскости.		1		1		4	О
Тема 16	Аналитическая геометрия в пространстве.		1		1		4	О
Консультация		2						
Промежуточная аттестация		36						экзамен
<b>Итого</b>		<b>144 (4 ЗЕ)</b>	<b>16</b>		<b>16</b>		<b>74</b>	<b>36</b>

*Примечание:* 4 – формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), тестирование (Т), контрольная работа (КР), коллоквиум (К), эссе (Э), реферат (Р), диспут (Д) и др.

Доступ к ДОТ осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://lms.ranepa.ru>. Пароль и логин к личному кабинету/профилю/учетной записи предоставляется обучающемуся деканатом.

### 3. 2. Содержание дисциплины (модуля)

#### Тема 1. Матрицы. Определители.

Основные сведения о матрицах. Классификация матриц. Операции над матрицами: сложение, вычитание, умножение на число, умножение матриц. Транспонирование матриц. Приложение в экономике. Понятие определителей второго и третьего порядков. Вычисление определителей различными способами.

#### Тема 2. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений.

Определение обратной матрицы. Условие существования обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений. Системы линейных алгебраических уравнений. Система из  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными ( $m < n$ ). Однородные системы линейных уравнений. Приложение в экономике. Допустимые преобразования систем линейных уравнений. Множество решений системы. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Использование обратной матрицы для нахождения решения системы линейных уравнений.

#### Тема 3. $N$ -мерное линейное векторное пространство.

Скалярные и векторные величины. Операции над векторами, заданными в координатной форме. Условия коллинеарности и ортогональности векторов. Деление



отрезка в заданном отношении. Угол между двумя векторами. Скалярное произведение векторов. Линейная зависимость векторов. Базис. Разложение вектора по базису. Приложение в экономике. Определение вектора в  $n$ -мерном линейном пространстве.  $N$ -мерные векторы и линейные операции над ними: сложение, умножение на число. Евклидово пространство. Линейные операторы и матрицы. Собственные числа и собственные векторы линейных операторов. Квадратичные формы.

#### **Тема 4. Множества. Пределы последовательностей. Пределы функций. Замечательные пределы. Непрерывные функции.**

Элементы теории множеств. Множества; способы задания множеств; операции над множествами. Понятие функции. Способы задания функции. Классификация функций. Основные свойства функций. Окрестность точки. Основы теории пределов. Предел числовой последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые величины. Свойства пределов последовательностей. Основные методы нахождения пределов.

Основные методы нахождения пределов. Применение первого и второго замечательного пределов для раскрытия неопределенностей различных типов.

Непрерывность функции в точке. Определение и классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва. Устранимые и неустранимые точки разрыва.

#### **Тема 5. Дифференциальное исчисление. Правило Лопиталя.**

Приращение аргумента, приращение функции. Дифференцирование. Производная. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования. Таблица производных от элементарных функций. Понятие о производных высших порядков. Производная сложной функции. Производная неявной функции. Применение производной для вычисления пределов (правило Лопиталя).

#### **Тема 6. Приложения производной. Исследование функции.**

Необходимые и достаточные условия возрастания или убывания функции. Необходимые и достаточные условия экстремума функции. Вогнутость и выпуклость графика функции. Точка перегиба. Достаточные условия вогнутости (выпуклости) графика. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

Исследование различных свойств функции с помощью производной. Нахождение асимптот графика функции. Построение графика функции по результатам проведенного исследования.

#### **Тема 7. Неопределенный интеграл и методы его вычисления.**

Первообразная функция. Определение неопределенного интеграла. Свойства неопределенных интегралов. Таблица стандартных интегралов. Непосредственное интегрирование, Метод замены переменных. Метод интегрирования по частям.

#### **Тема 8. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Применение определенного интеграла.**

Определение определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенных интегралов.

Метод замены переменных. Метод интегрирования по частям для определенных интегралов.

Приложения определенного интеграла. Вычисление площади плоской фигуры. Вычисление объема тела вращения. Вычисление пройденного пути.

#### **Тема 9. Функции нескольких переменных.**

Определение функции двух и нескольких переменных. Линии уровня. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции. Частные производные. Полный дифференциал функции нескольких переменных.

#### **Тема 10. Элементы комбинаторики. Введение в теорию вероятностей.**

Основные понятия комбинаторики. Определение и формулы для подсчета перестановок, сочетаний, размещений без повторений и с повторениями. Опыт. Случайное событие. Достоверные, невозможные события. Элементарные и составные события. Действия над случайными событиями. Вероятность. Классическое определение вероятности.

#### **Тема 11. Основные теоремы теории вероятностей.**

Основные теоремы теории вероятностей. Сумма и произведение событий. Независимые события. Вероятность суммы и произведения событий для произвольных и несовместных событий.

Условная вероятность. Формула полной вероятности. Априорные и апостериорные вероятности. Формула Байеса.

#### **Тема 12. Формула Бернулли. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.**

Схема независимых повторений опыта. Формула Бернулли. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа в схеме Бернулли. Следствия из интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

#### **Тема 13. Случайные величины и их характеристики.**

Случайная величина. Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряды распределения, законы распределения. Характеристики: функция распределения, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение. Характеристики дискретной случайной величины. Характеристики непрерывной случайной величины.

#### **Тема 14. Законы распределения случайных величин.**

Биномиальный закон распределения. Равномерный, показательный и нормальный закон распределения. Правило «трех сигм».

#### **Тема 15. Аналитическая геометрия на плоскости.**

Прямая на плоскости. Уравнения прямой на плоскости: общее уравнение, уравнение с угловым коэффициентом, уравнение прямой в отрезках, уравнение прямой, проходящей через две точки, параметрические уравнения прямой, уравнение прямой с нормальным вектором. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.

#### **Тема 16. Аналитическая геометрия в пространстве.**

Плоскость в пространстве. Уравнения плоскости: общее уравнение, уравнение плоскости в отрезках, уравнение плоскости, проходящей через три точки, параметрические уравнения плоскости, уравнение плоскости с нормальным вектором. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Уравнение поверхности в пространстве.

## 4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

### 4.1. Текущий контроль успеваемости

В ходе реализации дисциплины Б1.О.08 «Высшая математика» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Методы текущего контроля успеваемости
<b>Очная форма</b>		
Тема 1	Матрицы. Определители.	Устный опрос
Тема 2	Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений.	Устный опрос
Тема 3	$N$ -мерное линейное векторное пространство.	Устный опрос
Тема 4	Множества. Пределы последовательностей. Пределы функций. Замечательные пределы. Непрерывные функции.	Устный опрос, контрольная работа
Тема 5	Дифференциальное исчисление. Правило Лопиталья.	Устный опрос
Тема 6	Приложения производной. Исследование функции.	Устный опрос
Тема 7	Неопределенный интеграл и методы его вычисления.	Устный опрос
Тема 8	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Применение определенного интеграла.	Устный опрос, контрольная работа
Тема 9	Функции нескольких переменных.	Устный опрос
Тема 10	Элементы комбинаторики. Введение в теорию вероятностей.	Устный опрос
Тема 11	Основные теоремы теории вероятностей.	Устный опрос
Тема 12	Формула Бернулли. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.	Устный опрос, контрольная работа
Тема 13	Случайные величины и их характеристики.	Устный опрос
Тема 14	Законы распределения случайных величин.	Устный опрос
Тема 15	Аналитическая геометрия на плоскости.	Устный опрос, контрольная работа
Тема 16	Аналитическая геометрия в пространстве.	Устный опрос

### 4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

*Вопросы для опроса и решения задач*

#### Тема 1. Матрицы. Определители.

##### Вопросы для устного опроса:

1. Определение матрицы. Классификация матриц.
2. Транспонирование матриц.
3. Сложение и умножение матриц.
4. Определители второго и третьего порядков.
5. Вычисление определителей различными способами.
6. Использование свойств определителей при их вычислении.

##### *Практическое занятие № 1*

1. Решить задачи:

Даны матрицы  $A$  и  $B$ :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ & & \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ & & \end{pmatrix}$$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

- а)  $A + B$ ;                      б)  $A^T + B$ ;                      в)  $A + B^T$ ;                      г)  $A^T + B^T$ ;  
д)  $AB$ ;                      е)  $A^T B$ ;                      ж)  $AB^T$ ;                      з)  $BA^T$ .

2. Решить задачи [Л1<sup>1</sup>, с.58, 62]:

1.18, 1.21, 1.25; 1.42, 1.45

3. Найти определитель матрицы:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

### **Практическое занятие № 2**

1. Решить задачи [Л1, с.65, 68]:

1.52; 1.65.

2. Найти матрицу, обратную матрице  $C$ , если она существует (см. п. 4 занятия 1):

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Найти ранг матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Решить задачи [Л1, с.68 - 69]:

1.74; 1.75; 1.82.

## **Тема 2. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений.**

### **Вопросы для устного опроса:**

1. Алгоритм вычисления обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
2. Алгоритм вычисления обратной матрицы присоединением справа единичной матрицы того же порядка.
3. Допустимые преобразования систем линейных уравнений.
4. Множество решений системы.
5. Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений.
6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Использование обратной матрицы для нахождения решения системы линейных уравнений.

### **Практическое занятие 1**

1. Решить задачи [Л1, с. 109]: 2.15, 2.20, 2.23.

2. Решить системы уравнений методом Гаусса:

<sup>1</sup> Л1 – литература под номером 1 в списке литературы

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -1 \end{cases} ; \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases} .$$

3. Решить задачу [Л1, с. 116]: 2.49.

### **Практическое занятие 2**

1. Решить задачи [Л1, с. 109 - 110, 116]: 2.27, 2.48.

2. Найти общее и базисные решения системы уравнений [Л1, с. 116 - 117]: 2.53; 2.55.

3. Найти фундаментальные системы решений систем линейных однородных уравнений [Л1, с. 117 - 118]: 2.62; 2.63.

**КЕЙС.** Сдавая склады, кладовщик АГЮРОВ указал, что на первом складе имеется 30 маленьких, 15 средних и 20 больших мешков с сахаром. Всего 2850 кг. Соответствующие данные по второму складу – 18, 22, 11, 2300 кг, по третьему складу – 42, 8, 29, 3100 кг. Изучая эти данные, а также, обратив внимание на фамилию кладовщика, следователь А. Каменская, знакомая с теорией линейных уравнений, установила, что имеет место нестыковка данных. Показать это.

### **Типовые задания для контрольной работы**

Решите систему линейных уравнений указанным способом:

а) с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 23, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 19. \end{cases}$$

б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 25, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = -28. \end{cases}$$

в) с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 13, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -5, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 10. \end{cases}$$

### **Тема 3. N–мерное линейное векторное пространство.**

#### **Вопросы для устного опроса:**

1. Операции над векторами, заданными в координатной форме.
2. Нахождение угла между двумя векторами.
3. Скалярное произведение векторов.
4. Вычисление собственных чисел и собственных векторов линейных операторов.
5. Составление квадратичных форм.
6. Исследование квадратичной формы на знакоопределенность.
7. Разложение вектора по базису.

### **Практическое занятие 1**

1. Доказать, что множество двухмерных геометрических векторов с заданными на нем операциями сложения и умножения на число образует линейное пространство.

2. Решить задачи [Л1, с. 168 - 170]: 3.51, 3.54, 3.57, 3.59, 3.62.  
 3. Найти косинус угла между векторами  $x$  и  $y$ , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом.

$$\text{а) } x = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{на дом} \quad \text{б) } x = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} .$$

4. Решить задачи [Л1, с. 162 - 163]: 3.21, 3.27.

### Практическое занятие 2

1. Решить задачи [Л1, с. 172 - 173]: 3.72, 3.79.

## Тема 4. Множества. Пределы последовательностей. Пределы функций. Вычисление пределов. Непрерывные функции

### Вопросы для устного опроса:

1. Определение предела.
2. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности.
3. Свойства пределов последовательностей.
4. Основные методы нахождения пределов.
5. Окрестность точки.
6. Вычисление предела функции.
7. Применение свойств пределов функций.
8. Неопределенности различных видов.
9. Основные способы раскрытия неопределенностей.
10. Замечательные пределы.
11. Нахождение пределов функции с помощью замечательных пределов.
12. Приращение аргумента, приращение функции.
13. Непрерывность. Свойства непрерывных функций.
14. Классификация точек разрыва. Устранимые и неустраняемые точки разрыва.

### Практическое занятие 1

1. Определить области существования и области значений следующих функций:

$$\text{а) } y = \sqrt{2+x-x^2} \quad ; \quad \text{б) } y = \log_2 \log_4 x \quad ; \quad \text{в) } y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x} .$$

2. Построить график функции

$$y = ax + b, \quad a, b \in \mathbb{R} - \text{множество действительных чисел.}$$

3. Решить задачи [Л1, с.291]: 5.38(б, г), 5.39(б, д); 5.40(б, в), 5.41(б).

4. Найти:

$$f(x), \text{ если } f(x+1) = x^2 - 3x + 2 .$$

5. Решить задачи [Л1, с.322 - 323, 328]: 6.15; 6.21.

### Практическое занятие 2

1. Вычислить пределы

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1} .$$

2. Решить задачи [Л1, с.324 - 330]: 6.47; 6.49; 6.63; 6.69.
3. Решить задачи [Л1, с.331 - 336]: 6.83; 6.85; 6.86; 6.111; 6.120.

### Типовые задания для контрольной работы:

Вычислите пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$  ;
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{10x^2}$  ;
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{2}{5x}}$  ;
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 + 2x^3 - 1}{4x^2 + 4x^5 + 17}$  ;
5.  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{2}{x-3} - \frac{3x}{x^2-9} \right)$  ;
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + 7x - 3} - \sqrt{x^2 - 6x - 8} \right)$  .

## Тема 5. Дифференциальное исчисление. Правило Лопиталья.

### Вопросы для устного опроса:

1. Дифференцирование. Производная.
2. Геометрический и физический смысл производной.
3. Правила дифференцирования. Таблица производных от элементарных функций.
4. Понятие о производных высших порядков.
5. Применение производной для вычисления пределов (правило Лопиталья).

### Практическое занятие 1

1. Решить задачи [Л1, с. 378 - 383]: 7.27; 7.39; 7.55; 7.61; 7.62.
2. Найти первую и вторую производные функций:

$$y = 5^x + \sqrt{x - \ln x}$$

3. Решить задачи [Л1, с.383]: 7.65; 7.66.
4. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2$  в заданной точке  $M(-2, 12)$  .
5. Решить задачи [Л1, с.387]: 7.108; 7.112.

### Практическое занятие 2

1. Решить задачи [Л1, с.384]: 7.77, 7.81.
2. Исследовать функции и построить их графики

$$\text{а) } y = \frac{3\sqrt{x}}{3x+1} \quad ; \quad \text{б) } y = x^{2/3} (1-3x)$$

3. Решить задачи [Л1, с.361]: 7.126; 7.128.

## Тема 6. Приложения производной. Исследование функции.

### Вопросы для устного опроса:

1. Необходимые и достаточные условия возрастания или убывания функции. Необходимые и достаточные условия экстремума функции.
2. Вогнутость и выпуклость графика функции.
3. Точка перегиба. Достаточные условия вогнутости (выпуклости) графика.

4. Исследование функций с последующим построением графика.

### **Практическое занятие 1**

1. Исследовать функции и построить их графики:

а)  $y = 2xe^{-x/2}$  ; б)  $y = \frac{x^2}{4} - 2x^4$  ;

2. Решить задачи [Л1, с.388]: 7.118.

3. Решить задачи [Л1, с.389]: 7.132; 7.133.

## **Тема 7. Неопределенный интеграл и методы его вычисления.**

### **Вопросы для устного опроса:**

1. Первообразная функция. Определение неопределенного интеграла.
2. Свойства неопределенных интегралов. Таблица стандартных интегралов.
3. Непосредственное интегрирование.
4. Метод замены переменных.
5. Метод интегрирования по частям.

### **Практическое занятие 1**

1. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования:

а)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$  ; б)  $\int \frac{3x^2+1}{x^2(x_2+1)} dx$  ; в)  $\int e^x 5^{4x} dx$  .

2. Решить задачи [Л1, с.560 - 561]: 10.25; 10.32, 10.36.

3. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной [Л1, с.566]: 10.43; 10.46; 10.55.

## **Тема 8. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Применение определенного интеграла.**

### **Вопросы для устного опроса:**

1. Определение определенного интеграла.
2. Формула Ньютона-Лейбница.
3. Свойства определенных интегралов.
4. Непосредственное интегрирование для определенных интегралов.
5. Метод замены переменных для определенных интегралов.
6. Метод интегрирования по частям для определенных интегралов.
7. Вычисление площади плоской фигуры.
8. Вычисление объема тела вращения.
9. Вычисление пройденного пути.

### **Практическое занятие 2.**

1. Решить задачи методом интегрирования по частям [Л1, с. 568 - 572]:

10.107; 10.118, 10.125, 10.126.

2. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей [Л1, с.573 - 577]:

10.137; 10.140, 10.144, 10.150.

3. Вычислить определенные интегралы [Л1, с.635]: 11.40, 11.43.



4. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми

а)  $y = -x^2 + 4x$ ,  $y = 2x$  ; б)  $y = x^2$ ,  $y = \sqrt{x}$  .

### Практическое занятие 3.

1. Решить задачи [Л1, с.644]: 11.64; 11.72; 11.73; 11.84.

2. Вычислить несобственный интеграл

а)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$  .

3. Решить задачи [Л1, с.649 - 60]: 11.124; 11.128; 11.129; 11.133.

### Практическое занятие 4.

1. Решить задачи методом интегрирования по частям [Л1, с. 568 - 572]:

10.107; 10.118, 10.125, 10.126.

2. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей [Л1, с.573 - 577]:

10.137; 10.140, 10.144, 10.150.

3. Вычислить определенные интегралы [Л1, с.635]: 11.40, 11.43.

4. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми

а)  $y = -x^2 + 4x$ ,  $y = 2x$  ; б)  $y = x^2$ ,  $y = \sqrt{x}$  .

### Типовые задания для контрольной работы:

Вычислите интегралы:

1.  $\int (2x^3 - 3x + 1)dx$  ;

2.  $\int \frac{3x^3 dx}{\cos^2 x^4}$  ;

3.  $\int_1^2 (3x^2 - 2x + 2)dx$  ;

4.  $\int_1^3 \frac{x}{\sqrt{3x^2 - 2}} dx$  .

## Тема 9. Функции нескольких переменных.

### Вопросы для устного опроса:

1. Определение функции двух и нескольких переменных.
2. Частные производные первого и второго порядков.
3. Полный дифференциал функции нескольких переменных.

### Практическое занятие 1

1. Найти частные производные функций двух переменных  $z = x^2 y - \cos^2 xy$  .

2. Решить задачи [Л1, с.514, 515]: 9.47; 9.50; 9.51; 9.53.

3. Полагая, что произвольная функция  $f$  дифференцируема, проверить следующие равенства:

$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0, \quad z = \frac{y^2}{3x} + f(xy)$$

4. Решить задачи [Л1, с.515]: 9.66; 9.68.

5. Найти величину и направление градиента функции в точке  $M(x_0, y_0, z_0)$  :  
 $f(x, y, z) = xyz, M(1, 1, 1)$  .

4. Решить задачи [Л1, с.519]: 9.76; 9.81; 9.84.

5. Найти точки локального экстремума функций и проверить в них выполнение достаточного условия экстремума

$$u = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2$$

6. Вычислить двойные интегралы  $\iint_G f(x, y) dx dy$  по области  $G$ , заданной границами

а)  $f(x, y) = x - y$ ,  $G$  – треугольник с вершинами (1, 1), (4, 1), (4, 4).

7. Решить задачи [Л1, с.657 - 658]: 11.160; 11.162.

8. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:

$$y^2 = 2x + 1, y^2 = -2x + 1$$

## Тема 10. Элементы комбинаторики. Введение в теорию вероятностей.

1. Основные понятия комбинаторики.
2. Определение и формулы для подсчета перестановок, сочетаний, размещений без повторений и с повторениями.
3. Опыт. Случайное событие.
4. Достоверные, невозможные события. Элементарные и составные события.
5. Вероятность. Классическое определение вероятности.

### Практическое занятие 1

1. Решить задачи:

а) В районной организации некоторой партии насчитывается 150 членов. Сколькими способами можно избрать 6 делегатов на съезд.

2. Решить задачи:

а) В урне 30 шаров: 10 красных, 5 синих и 15 белых. Найти вероятность случайно вынуть цветной шар.

б) Из колоды карт (36 карт) наудачу вынимаются три карты. Найти вероятность того, что среди них окажется только один туз.

3. Решить задачи:

а) Пятитомное собрание сочинений расположено на полке в случайном порядке. Какова вероятность того, что книги слева направо в порядке нумерации томов (от 1 до 5)?

б) Наудачу взятый телефонный номер состоит из 5 цифр. Какова вероятность того, что в нем все цифры: различные; одинаковые; нечетные. Известно, что номер телефона не может начинаться с цифры ноль.

4. Решить задачу:

Среди 25 обучающихся, из которых 15 девушек, разыгрываются 4 приглашения на дискотеку, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся две девушки и двое юношей?

5. Решить задачи:

а) Из ящика, содержащего 5 пар обуви, из которых три пары мужской, а две пары женской обуви, перекалывают наудачу 2 пары обуви в другой ящик, содержащий одинаковое количество пар женской и мужской обуви.

Какова вероятность того, что во втором ящике после этого окажется одинаковое количество пар мужской и женской обуви?

б) Для проведения соревнования 16 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по восемь команд в каждой). Найти вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся: в разных подгруппах; в одной подгруппе.

### **Практическое занятие 2**

1. Решить задачи:

а) Какова вероятность того, что наудачу брошенная в круг точка окажется внутри вписанного в него равностороннего треугольника?

2. Решить задачи:

а) Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочниках, равна соответственно 0.6, 0.7 и 0.8. Найти вероятность того, что эта формула содержится не менее чем в двух справочниках.

3. Решить задачи:

а) На связке 5 ключей. К замку подходит только один ключ. Найти вероятность того, что потребуется не более двух попыток открыть замок, если опробованный ключ в дальнейших испытаниях не участвует.

4. Решить задачи:

а) Два стрелка сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго – 0,5. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что пробоина принадлежит второму стрелку.

5. Решить задачи:

а) Из урны содержащей три белых и пять черных шаров, два человека вынули поочередно по шару (без возвращения). Какова вероятность того, что первый вынул белый шар, если второй вынул черный?

б) Два стрелка поочередно стреляют по мишени до первого попадания. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,2, а для второго – 0,3. Какова вероятность того, что первый сделает больше выстрелов?

## **Тема 11. Основные теоремы теории вероятностей.**

### **Вопросы для устного опроса:**

1. Сумма и произведение событий.
2. Независимые события. Несовместные события.
3. Полная группа событий. Противоположные события.
4. Вероятность суммы и произведения событий для произвольных событий.
5. Вероятность суммы и произведения событий для несовместных событий.
6. Условная вероятность.
7. Формула полной вероятности.
8. Априорные и апостериорные вероятности.
9. Формула Байеса

### **Практическое занятие 1**

1. Решить задачи:

а) Найти вероятность, что из восьми малых предприятий за первый год обанкротятся более двух предприятий.

2. Решить задачи:

а) На фирме работает 36 человек. Вероятность того, что день рождения обучающегося приходится на определенный день года, равна  $1/365$ . Оценить вероятность того, что, по крайней мере, 2 работника имеют одинаковый день рождения.

3. Решить задачи:

а) Оценить вероятность того, что при размещении 25 тысяч листов число заказов будет находиться в пределах от 45 до 55.

4. Решить задачи

а) При обследовании уставных фондов банков установлено, что пятая часть банков имеют уставный фонд свыше 100 млн. руб. Найти вероятность того, что среди 1800 банков имеют уставный фонд свыше 100 млн. руб.: не менее 300; от 300 до 400 включительно.

5. Решить задачи

а) Подводная лодка атакует крейсер, выпуская по нему одну за другой 4 торпеды; вероятность попадания каждой -  $3/4$ . Любая из торпед с одинаковой вероятностью может пробить один из 10 отсеков крейсера, которые в результате попадания наполняются водой. При заполнении хотя бы двух отсеков крейсер тонет. Вычислить вероятность гибели крейсера.

б) Вероятность того, что событие  $A$  появится хотя бы один раз при двух независимых испытаниях, равна  $0,75$ . Найти вероятность появления события в одном испытании (предполагается, что вероятность появления события в обоих испытаниях одна и та же).

## **Тема 12. Формула Бернулли. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.**

### **Вопросы для устного опроса:**

1. Схема независимых повторений опыта.
2. Формула Бернулли.
3. Предельная теорема Пуассона.
4. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
5. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
6. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
7. Следствия из предельных теорем Муавра-Лапласа.

### **Типовые задания для контрольной работы:**

Решите задачи:

1. Из партии, в которой 20 деталей без дефекта и 5 с дефектом, берут наудачу 8 деталей. Найти вероятность того, что среди них будет 2 детали с дефектом.
2. В группе из 30 человек 5 отличников, 10 хорошистов, остальные студенты имеют удовлетворительную успеваемость. Вероятность правильного ответа на экзаменационный вопрос для отличника составляет  $0,95$ , для хорошиста –  $0,8$ , для троечника –  $0,6$ . Наудачу вызванный студент сдал экзамен. Найти вероятность того, что этот студент – хорошист.
3. Монета подброшена 7 раз. Найдите вероятность того, что герб выпадет 5 раз.
4. В некотором регионе из каждых 100 семей 80 имеют микроволновые печи. Найдите вероятность того, что из 400 семей 300 имеют микроволновые печи.
5. По результатам налоговых проверок установлено, что в среднем каждое второе малое предприятие региона имеет нарушения финансовой дисциплины. Найдите вероятность того, что из 1000 зарегистрированных в регионе от 480 до 520 малых предприятий имеют нарушения финансовой дисциплины.

### Тема 13. Случайные величины и их характеристики.

#### Вопросы для устного опроса:

1. Случайная величина. Дискретные и непрерывные случайные величины.
2. Ряды распределения, законы распределения.
3. Характеристики: функция распределения, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение.
4. Характеристики дискретной случайной величины.
5. Характеристики непрерывной случайной величины.

#### Практическое занятие 1

1. Решить задачи:

а) Вероятность того, что обучающийся сдаст семестровый экзамен в сессию по дисциплинам **A** и **B**, равны соответственно 0,7 и 0,9. Составить закон распределения числа семестровых экзаменов, которые сдаст обучающийся.

б) Дана случайная величина  $X$ :

$x_i$	-2	1	2
$p_i$	0,5	0,3	0,2

Найти закон распределения случайных величин: а)  $Y=3X$ ; б)  $Z=X^2$ .

Построить функцию распределения, найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение исходных и полученных случайных величин.

2. Решить задачи:

а) Стрелок ведет стрельбу по цели с вероятностью попадания при каждом выстреле 0,2. За каждое попадание он получает 5 очков, а в случае промаха очков ему не начисляют. Составить закон распределения числа очков, полученных стрелком за 3 выстрела, и вычислить математическое ожидание этой случайной величины.

б) Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

в) Найти закон распределения числа пакетов трех акций, по которым владельцем будет получен доход, если вероятность получения дохода по каждому из них равна соответственно 0,5, 0,6, 0,7. Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины, построить функцию распределения.

г) Два стрелка сделали по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,7. Необходимо: составить закон распределения общего числа попаданий; найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

#### Практическое занятие 2

1. Вычислить значения плотности равномерного распределения, сосредоточенного на интервале  $[a, b]$ , значения функции этого равномерного распределения для массива аргумента от -1 до 4 с шагом 0,1. Построение выполнить для  $a = 1$ ,  $b = 3$ . При вычислении использовать логические функции. Построить графики плотности этого равномерного распределения и функции этого распределения.

2. Малое предприятие оказывается банкротом в течение года с вероятностью  $p$ . Найти вероятности того, что в течение года банкротами станут 0, 1, 2, 3, 4, 5 малых предприятий из пяти зарегистрированных в данном регионе. Вычислить с использованием стандартной функции *Excel* (БИНОМРАСП) для  $p = 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,7; 0,8$ . Построить полученные распределения графически. Найти наиболее вероятное число предприятий, ставших банкротами, для каждого из указанных значений вероятности.

3. Построить таблицу значений плотности и функции нормального распределения с параметрами  $a$  и  $\sigma$  на интервале  $[-5, 5]$  с шагом 0,1 (с использованием стандартной функции *Excel* (НОРМРАСП)). Построить графики полученных функций. Проанализировать зависимость формы и положения

графика от значений параметров. Остановиться на графиках стандартного нормального распределения ( $\mu = 0$ ;  $\sigma = 1$ ).

4. Использование нормализованных значений (НОРМАЛИЗАЦИЯ), определение квантилей.

Школьник участвует в двух олимпиадах. На одной он набрал 70 баллов, на другой – 80. Где он выступил удачнее, если средний балл участника первой олимпиады равен 60, а второй – 70, стандартное отклонение в первом случае равно 5, а во втором – 10?

5. Построение и анализ графиков плотностей и функций распределений Пуассона и экспоненциального с использованием стандартных функций *Excel* (ПУАССОН, ЭКСПРАСП).

#### Тема 14. Законы распределения случайных величин.

##### Вопросы для устного опроса:

1. Биномиальный закон распределения.
2. Закон распределения Пуассона.
3. Показательный закон распределения.
4. Равномерный закон распределения.
5. Нормальный закон распределения.
6. Правило «трех сигм»

##### Практическое занятие 1 и 2

1. Случайная величина  $X$  имеет следующий закон распределения.

<b>Значение</b>	1	2	4
<b>Вероятность</b>	0,2	0,3	0,5

Составить закон распределения случайных величин  $Z = 2X$  и  $W = X + Y$ . Построить функции распределения случайных величин  $X$ ,  $Z$  и  $W$ . Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайных величин  $X$ ,  $Z$  и  $W$ .

2. Найти закон распределения суммы двух независимых случайных величин, каждая из которых распределена по стандартному нормальному закону, т.е.  $N(0;1)$ .

3. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины  $(X, Y)$  задан таблицей

$y_j \backslash x_i$	0	1	2	3
-1	0,02	0,03	0,09	0,01
0	0,04	0,20	0,16	0,10
1	0,05	0,10	0,15	0,05

Найти: законы распределения одномерных случайных величин  $X$  и  $Y$ ; условные законы распределения случайной величины  $X$  при условии  $Y = 2$  и случайной величины  $Y$  при условии  $X = 1$ ; вероятность  $P(Y > X)$ . Определить: ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $X$  и  $Y$ ; выяснить, коррелированы или не коррелированы эти случайные величины.

#### Тема 15. Аналитическая геометрия на плоскости.

##### Вопросы для устного опроса:

1. Прямая на плоскости.
2. Уравнения прямой на плоскости: общее уравнение, уравнение с угловым коэффициентом, уравнение прямой в отрезках, уравнение прямой, проходящей через две точки, параметрические уравнения прямой, уравнение прямой с нормальным вектором.
3. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.

4. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
5. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.

**Типовые задания для контрольной работы:**

Дан треугольник  $ABC$ ,  $A(4; 1)$ ,  $B(-4; 7)$ ,  $C(-3; 2)$ . Найти:

1. длину стороны  $AB$ ;
2. угол  $A$  (градусная мера);
3. уравнение стороны  $AB$ ;
4. уравнение медианы, проведённой из вершины  $C$ ;
5. уравнение высоты, проведённой из вершины  $C$ , и её длину;
6. площадь  $\Delta ABC$ .

Построить данный треугольник.

**Тема 16. Аналитическая геометрия в пространстве.**

**Вопросы для устного опроса:**

1. Плоскость в пространстве.
2. Уравнения плоскости: общее уравнение, уравнение плоскости в отрезках, уравнение плоскости, проходящей через три точки, параметрические уравнения плоскости, уравнение плоскости с нормальным вектором.
3. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
4. Угол между плоскостями.
5. Расстояние от точки до плоскости.

**Шкала оценивания**

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критериями оценивания при проведении устного опроса является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике, овладение навыками анализа и систематизации информации в области финансов.

**Тестирование**

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0 – 100%. Критерием оценивания при проведении тестирования, является количество верных ответов, которые дал студент на вопросы теста. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам тестирования, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \times 100\%$$

где  $B$  – количество баллов, полученных студентом по итогам тестирования;

$B$  – количество верных ответов, данных студентом на вопросы теста;

$O$  – общее количество вопросов в тесте.

**Решение задач**

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0 – 100 %. Критерием оценивания при проведении тестирования, является количество верных ответов, которые

дал студент на вопросы теста. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам тестирования, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \times 100\%$$

где B – количество баллов, полученных студентом по итогам тестирования;

B – количество верных ответов, данных студентом на вопросы теста;

O – общее количество вопросов в тесте.



## 5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине

### 5.1. Методы проведения экзамена

Экзамен проводится с применением следующих методов: метод устного опроса по вопросам из перечня примерных вопросов из п. 5.2. и выполнение практических заданий.

### 5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации

Компонент компетенции	Промежуточный / ключевой индикатор оценивания	Критерий оценивания
ОПК-5.2.2 Получение базовых знаний по математике, развитие понятийной математической базы и формирование основных навыков, необходимых для количественного и качественного анализа стандартных задач профессиональной деятельности	Получение базовых знаний по математике, развитие понятийной математической базы и формирование основных навыков, необходимых для количественного и качественного анализа и решения теоретических и прикладных задач в практической, организационно-управленческой деятельности	<ul style="list-style-type: none"><li>• Знает основные понятия, определения, теоремы и подходы к решению задач из основных разделов математики.</li><li>• Решает типовые математические задачи, используемые для принятия управленческих решений.</li><li>• Умеет применять стандартное программное обеспечение для обработки эмпирических и экспериментальных данных.</li><li>• Знает основные определения и понятия теории вероятностей, основы методики применения вероятностных методов.</li><li>• Умеет решать типовые задачи математической статистики, используемые при принятии управленческих решений.</li><li>• Владеет статистическими методами решения типовых организационно-управленческих задач.</li></ul>

#### Вопросы к экзамену по дисциплине «Математика»

1. Определение матрицы, классификация матриц. Действия над матрицами.
2. Определители 2го и 3го порядков: нахождение, свойства.
3. Нахождение обратной матрицы различными способами.
4. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
5. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
6. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
7. Векторы и действия над ними.

8. Разложение вектора по базису.
9. Линейные операторы.
10. Собственные числа и собственные векторы линейных операторов.
11. Квадратичная форма.
12. Понятие множества. Действия над множествами.
13. Определение функции, способы ее задания. Основные свойства функции.
14. Окрестность точки.
15. Предел последовательности. Предел функции.
16. Бесконечно большая и бесконечно малая функция.
17. Теорема о бесконечно малых функциях.
18. Свойства пределов.
19. Замечательные пределы.
20. Приращения аргумента и функции.
21. Понятие непрерывной функции.
22. Точка разрыва. Классификация точек разрыва.
23. Свойства непрерывных функций.
24. Производная функции. Задачи, приводящие к понятию производной.
25. Геометрический смысл производной.
26. Дифференцируемая функция.
27. Основные правила дифференцирования.
28. Правило Лопиталю.
29. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции.
30. Необходимые и достаточные условия экстремума функции.
31. Первообразная функция.
32. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица стандартных интегралов.
33. Определенный интеграл и его свойства.
34. Формула Ньютона-Лейбница.
35. Формула интегрирования по частям для неопределенного и определенного интегралов.
36. Метод замены переменных для неопределенного и определенного интегралов.
37. Функция нескольких переменных.
38. Частные производные 1-го и 2-го порядков от функции двух переменных.
39. Первообразная функция.
40. Неопределенный интеграл и его свойства.
41. Таблица стандартных интегралов.
42. Определенный интеграл и его свойства.
43. Формула Ньютона-Лейбница.
44. Формула интегрирования по частям для неопределенного и определенного интегралов.
45. Метод замены переменных для неопределенного и определенного интегралов.
46. Функция нескольких переменных.
47. Частные производные 1-го и 2-го порядков от функции двух переменных.
48. Основные понятия теории вероятностей.
49. Основные понятия комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения.
50. Случайное событие, виды случайных событий.
51. Вероятность события, классическое определение вероятности события.
52. Основные свойства вероятности.
53. Случайные события и их описание. Основные теоремы теории вероятностей.
54. Понятие суммы событий.
55. События совместные и несовместные
56. Теорема сложения вероятностей несовместных событий, произвольных событий и событий, образующих полную группу.

57. Противоположные события и соотношение между их вероятностями.
58. Понятие произведения событий.
59. События зависимые и независимые. Условная вероятность события.
60. Теорема умножения вероятностей для зависимых и независимых событий.
61. Следствия теорем сложения и умножения.
62. Формула полной вероятности.
63. Формула Байеса.
64. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
65. Показательный закон распределений.
66. Равномерный закон распределений.
67. Нормальный закон распределения.
68. Прямая на плоскости, ее уравнения. Взаимное расположение прямых на плоскости.
69. Прямая в пространстве, ее уравнения. Взаимное расположение прямых в пространстве.
70. Плоскость в пространстве, ее уравнения. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.

### Шкала оценивания

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0 – 100 %. Критерием оценивания при проведении тестирования, является количество верных ответов, которые дал студент на вопросы теста. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам тестирования, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \times 100\%$$

где B – количество баллов, полученных студентом по итогам тестирования;

B – количество верных ответов, данных студентом на вопросы теста;

O – общее количество вопросов в тесте.

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время промежуточной аттестации определяется оценками «зачтено», «не зачтено», «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно». Критериями оценивания на экзамене является демонстрация основных теоретических положений в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике, овладение навыками решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.

При оценивании результатов обучения используется следующая шкала оценок:

100% – 90% (отлично)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на высоком уровне. Свободное владение материалом, выявление межпредметных связей. Уверенное владение понятийным аппаратом дисциплины. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы на высоком уровне. Способность к самостоятельному нестандартному решению практических задач
89% – 75% (хорошо)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы достаточно. Детальное воспроизведение учебного материала. Практические навыки профессиональной деятельности в значительной мере сформированы. Присутствуют навыки самостоятельного решения практических задач с отдельными элементами творчества.

74% – 60% (удовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на минимальном уровне. Наличие минимально допустимого уровня в усвоении учебного материала, в т.ч. в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы не в полной мере.
менее 60% (неудовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, не сформированы. Недостаточный уровень усвоения понятийного аппарата и наличие фрагментарных знаний по дисциплине. Отсутствие минимально допустимого уровня в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности не сформированы.

Фонды оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине представлены в приложении 1.

## 6. Методические материалы по освоению дисциплины

### Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого на изучение дисциплины

#### Структура времени, необходимого на изучение дисциплины

Форма изучения дисциплины	Время, затрачиваемое на изучение дисциплины, %
Изучение литературы, рекомендованной в учебной программе	40
Решение задач, практических упражнений и ситуационных примеров	40
Изучение тем, выносимых на самостоятельное рассмотрение	20
Итого	100

#### Рекомендации по подготовке к практическому (семинарскому) занятию

Практическое (семинарское) занятие – одна из основных форм организации учебного процесса, представляющая собой коллективное обсуждение студентами теоретических и практических вопросов, решение практических задач под руководством преподавателя. Основной целью практического (семинарского) занятия является проверка глубины понимания студентом изучаемой темы, учебного материала и умения изложить его содержание ясным и четким языком, развитие самостоятельного мышления и творческой активности у студента. На практических (семинарских) занятиях предполагается рассматривать наиболее важные, существенные, сложные вопросы которые, наиболее трудно усваиваются студентами. При этом готовиться к практическому (семинарскому) занятию всегда нужно заранее. Подготовка к практическому (семинарскому) занятию включает в себя следующее:

- обязательное ознакомление с планом занятия, в котором содержатся основные вопросы, выносимые на обсуждение;
- изучение конспектов лекций, соответствующих разделов учебника, учебного пособия, содержания рекомендованных нормативных правовых актов;
- работа с основными терминами (рекомендуется их выучить);
- изучение дополнительной литературы по теме занятия, делая при этом необходимые выписки, которые понадобятся при обсуждении на семинаре;
- формулирование своего мнения по каждому вопросу и аргументированное его обоснование;
- запись возникших во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературы вопросов, чтобы затем на семинаре получить на них ответы;
- обращение за консультацией к преподавателю.

Практические (семинарские) занятия включают в себя и специально подготовленные рефераты, выступления по какой-либо сложной или особо актуальной проблеме, решение задач. На практическом (семинарском) занятии студент проявляет свое знание предмета, корректирует информацию, полученную в процессе лекционных и внеаудиторных занятий, формирует определенный образ в глазах преподавателя, получает навыки устной речи и культуры дискуссии, навыки практического решения задач.

#### Рекомендации по изучению методических материалов

Методические материалы по дисциплине позволяют студенту оптимальным образом организовать процесс изучения данной дисциплины. Методические материалы по дисциплине призваны помочь студенту понять специфику изучаемого материала, а в конечном итоге – максимально полно и качественно его освоить. В первую очередь студент должен осознать предназначение методических материалов: структуру, цели и задачи. Для этого он знакомится с преамбулой, оглавлением методических материалов, говоря иначе, осуществляет первичное знакомство с ним. В разделе, посвященном методическим рекомендациям по изучению дисциплины, приводятся советы по планированию и организации необходимого для изучения дисциплины времени, описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»), рекомендации по работе с литературой, советы по подготовке к экзамену и разъяснения по поводу работы с тестовой системой курса и над домашними заданиями. В целом данные методические рекомендации способны облегчить изучение студентами дисциплины и помочь успешно сдать экзамен. В разделе, содержащем учебно-методические материалы дисциплины, содержание практических занятий по дисциплине, словарь основных терминов дисциплины.

### Рекомендации по самостоятельной работе студентов

Неотъемлемым элементом учебного процесса является самостоятельная работа студента. При самостоятельной работе достигается конкретное усвоение учебного материала, развиваются теоретические способности, столь важные для современной подготовки специалистов. Формы самостоятельной работы студентов по дисциплине: написание конспектов, подготовка ответов к вопросам, написание рефератов, решение задач, исследовательская работа, выполнение контрольной работы.

Задания для самостоятельной работы включают в себя комплекс аналитических заданий выполнение, которых, предполагает тщательное изучение научной и учебной литературы, периодических изданий, а также законодательных и нормативных документов предлагаемых в п. 7.4 «Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине». Задания предоставляются на проверку в печатном виде.

На самостоятельную работу студентов по дисциплине Б1.О.11 «Высшая математика» выносятся следующие темы:

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Очная форма
1	Матрицы. Определители.	1. Основные сведения о матрицах. 2. Операции над матрицами. 3. Определители матриц и их свойства.	О
2	Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений.	1. Основные понятия о СЛУ. 2. Решение СЛУ по формулам Крамера. 3. Решение СЛУ методом Гаусса 4. Обратная матрица. 5. Решение СЛУ с помощью обратной матрицы.	О, КР
3	$N$ -мерное линейное векторное пространство.	1. Векторное пространство. 2. Размерность и базис векторного пространства. 3. Линейный оператор. Собственные векторы и числа линейного оператора. 4. Евклидово пространство. 5. Квадратичная форма.	О
4	Множества. Пределы	1. Понятие множества.	О, КР

	последовательностей. Пределы функций. Замечательные пределы. Непрерывные функции.	2. Понятие предела числовой последовательности. 3. Понятие предела функции. 4. Свойства пределов. 5. Понятие бесконечно малой и бесконечно большой величины. 6. Раскрытие неопределенностей. 7. Замечательные пределы. 8. Непрерывность функции. 1. Точки разрыва. 9. Свойства непрерывной функции.	
5	Дифференциальное исчисление. Правило Лопиталя.	1. Понятие производной. 2. Схема вычисления производной. 3. Правила дифференцирования. 4. Формулы дифференцирования. 5. Производная сложной функции. 6. Производные высших порядков. 7. Правило Лопиталя. 8. Основные теоремы дифференциального исчисления.	О
6	Приложения производной. Исследование функции.	1. Монотонность функции. 2. Экстремумы функции. 3. Выпуклость функции. 4. Асимптоты графика функции.	О
7	Неопределенный интеграл и методы его вычисления.	1. Понятие дифференциала. 2. Первообразная функции. 3. Неопределенный интеграл. 4. Свойства неопределенного интеграла. 5. Способы вычисления неопределенного интеграла.	О
8	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Применение определенного интеграла.	1. Понятие определенного интеграла. 2. Геометрический смысл определенного интеграла. 3. Свойства определенного интеграла 4. Формула Ньютона-Лейбница. 5. Способы вычисления определенного интеграла. 6. Вычисление площади плоской фигуры. 7. Вычисление объема тела вращения. 8. Вычисление пройденного пути.	О, КР
9	Функции нескольких переменных.	1. Понятие функции нескольких переменных. 2. Частные производные первого порядка функции нескольких переменных. 3. Полный дифференциал функции нескольких переменных.	О
10	Элементы комбинаторики. Введение в теорию вероятностей.	1. Элементы комбинаторики. 1.1. Правила суммы и произведения. 1.2. Размещения. 1.3. Перестановки. 1.4. Сочетания. 2. Классификация событий. 3. Действия над событиями. 4. Классическое определение вероятности.	О
11	Основные теоремы теории вероятностей.	1. Теорема сложения вероятностей. 2. Условная вероятность событий. 3. Теоремы умножения вероятностей.	О

		<ol style="list-style-type: none"> <li>4. Теорема сложения вероятностей.</li> <li>5. Теорема полной вероятности.</li> <li>6. Теорема Байеса.</li> </ol>	
12	Формула Бернулли. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Теорема Бернулли.</li> <li>2. Теорема Пуассона.</li> <li>3. Локальная теорема Муавра-Лапласа.</li> <li>4. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.</li> </ol>	О, КР
13	Случайные величины и их характеристики.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Понятие случайной величины.</li> <li>2. Закон распределения случайной величины.</li> <li>3. Математические действия над случайными величинами.</li> <li>4. Числовые характеристики дискретной случайной величины.</li> <li>5. Функция распределения дискретной случайной величины.</li> <li>6. Плотность распределения непрерывной случайной величины.</li> </ol>	О
14	Законы распределения случайных величин.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Биномиальный закон распределения.</li> <li>2. Закон распределения Пуассона.</li> <li>3. Показательный закон распределения.</li> <li>4. Нормальный закон распределения</li> <li>5. Равномерный закон распределения.</li> <li>6. Правило «трех сигм».</li> </ol>	О
15	Аналитическая геометрия на плоскости.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Прямая на плоскости.</li> <li>2. Уравнения прямой на плоскости.</li> <li>3. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.</li> <li>4. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.</li> <li>5. Кривые второго порядка.</li> </ol>	О, КР
16	Аналитическая геометрия в пространстве.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Плоскость в пространстве.</li> <li>2. Уравнения плоскости.</li> <li>3. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.</li> <li>4. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.</li> <li>5. Угол между прямой и плоскостью.</li> <li>6. Уравнение поверхности в пространстве.</li> </ol>	О

### Рекомендации по работе с литературой

При изучении курса учебной дисциплины особое внимание следует обратить на рекомендуемую основную и дополнительную литературу.

Важным элементом подготовки к семинару является глубокое изучение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по теме занятия, а также первоисточников. При этом полезно прочитанную литературу законспектировать. Конспект должен отвечать трем требованиям: быть содержательным, по возможности кратким и правильно оформленным.

Содержательным его следует считать в том случае, если он передает все основные мысли авторов в целостном виде. Изложить текст кратко – это значит передать содержание книги, статьи в значительной мере своими словами. При этом следует



придерживаться правила - записывать мысль автора работы лишь после того, как она хорошо понята. В таком случае поставленная цель будет достигнута. Цитировать авторов изучаемых работ (с обязательной ссылкой на источник) следует в тех случаях, если надо записывать очень важное определение или положение, обобщающий вывод.

Важно и внешнее оформление конспекта. В его начале надо указать тему семинара, дату написания, названия литературных источников, которые будут законспектированы. Глубокая самостоятельная работа над ними обеспечит успешное усвоение изучаемой дисциплины.

Одним из важнейших средств серьезного овладения теорией является **конспектирование первоисточников**.

Для составления конспекта рекомендуется сначала прочитать работу целиком, чтобы уяснить ее общий смысл и содержание. При этом можно сделать пометки о ее структуре, об основных положениях, выводах, надо стараться отличать в тексте основное от второстепенного, выводы от аргументов и доказательств. Если есть непонятные слова, надо в энциклопедическом словаре найти, что это слово обозначает. Закончив чтение (параграфа, главы, статьи) надо задать себе вопросы такого рода: В чем главная мысль? Каковы основные звенья доказательства ее? Что вытекает из утверждений автора? Как это согласуется с тем, что уже знаете о прочитанном из других источников?

Ясность и отчетливость восприятия текста зависит от многого: от сосредоточенности студента, от техники чтения, от настойчивости, от яркости воображения, от техники фиксирования прочитанного, наконец, от эрудиции – общей и в конкретно рассматриваемой проблеме.

Результатом первоначального чтения должен быть простой **план текста и четкое представление о неясных местах**, отмеченных в книге. После предварительного ознакомления, при повторном чтении следует **выделить основные мысли автора** и их развитие в произведении, обратить внимание на обоснование отдельных положений, на методы и формы доказательства, наиболее яркие примеры. В ходе этой работы окончательно отбирается материал для записи и определяется ее вид: **план, тезисы, конспект**.

План это краткий, последовательный перечень основных мыслей автора. Запись прочитанного в виде тезисов – это выявление и запись опорных мыслей текста. Разница между планом и тезисами заключается в следующем: в плане мысль называется (ставь всегда вопрос: о чем говорится?), в тезисах – формулируется – (что именно об этом говорится?). Запись опорных мыслей текста важна, но полного представления о прочитанном на основании подобной записи не составишь. Важно осмыслить, как автор доказывает свою мысль, как убеждает в истинности своих выводов. Так возникает конспект. Форма записи, как мы уже отметили, усложняется в зависимости от целей работы: план – о чем?; тезисы – о чем? что именно?; конспект – о чем? что именно? как?

Конспект – это краткое последовательное изложение содержания. Основу его составляет план, тезисы и выписки. Недостатки конспектирования: многословие, цитирование не основных, а связующих мыслей, стремление сохранить стилистическую связанность текста в ущерб его логической стройности. Приступать к конспектированию необходимо тогда, когда сложились навыки составления записи в виде развернутого подробного плана.

Форма записи при конспектировании требует особого внимания: важно, чтобы собственные утверждения, размышления над прочитанным, четко отделялись при записи. Разумнее выносить свои пометки на широкие поля, записывать на них дополнительные справочные данные, помогающие усвоению текста (дата события, упомянутого авторами; сведения о лице, названном в книге; точное содержание термина). Если конспектируется текст внушительного объема, необходимо указывать страницы книги, которые охватывает та или иная часть конспекта.

Для удобства пользования своими записями важно озаглавить крупные части конспекта, подчеркивая **заголовки**. Следует помнить о назначении красной строки, стремиться к четкой графике записей – уступами, колонками. Излагать главные мысли автора и их систему аргументов необходимо преимущественно своими словами, перерабатывая таким образом информацию, – так проходит уяснение ее сути. Мысль, фразы, понятия в контексте, могут приобрести более пространное изложение в записи. Но текст оригинала свертывается, и студент, отрабатывая логическое мышление, учится выделять главное и обобщать однотипные суждения, однородные факты. Кроме того, делая записи своими словами, обобщая, студент учится письменной речи.

Знание общей стратегии чтения, техники составления плана и тезисов определяет и технологию конспектирования:

- внимательно читать текст, попутно отмечая непонятные места, незнакомые термины и понятия. **Выписать на поля** значение отмеченных понятий.
- при первом чтении текста необходимо составить его **простой план**, последовательный перечень основных мыслей автора.
- при повторном чтении текста выделять **систему доказательств** основных положений работы автора.
- заключительный этап работы с текстом состоит в осмыслении ранее отмеченных мест и их краткой последовательной записи.
- при конспектировании нужно стремиться **выразить мысль автора своими словами**, это помогает более глубокому усвоению текста.
- в рамках работы над первоисточником важен умелый **отбор цитат**. Необходимо учитывать, насколько ярко, оригинально, сжато изложена мысль. Цитировать необходимо те суждения, на которые впоследствии возможна ссылка как на авторитетное изложение мнения, вывода по тому или иному вопросу.

Конспектировать целесообразно не на отдельном листе, а в общей тетради на одной странице листа. Обратная сторона листа может быть использована для дополнений, необходимость которых выяснится в дальнейшем. При конспектировании литературы следует оставить широкие поля, чтобы записать на них план конспекта. Поля могут быть использованы также для записи своих замечаний, дополнений, вопросов. При выступлении на семинаре студент может пользоваться своим конспектом для цитирования первоисточника. Все обучающиеся внимательно слушают выступления одногруппников, отмечают спорные или ошибочные положения в них, вносят поправки, представляют свои решения и обоснования обсуждаемых проблем.

В конце семинара, когда преподаватель подводит итоги занятия, студенты с учетом рекомендаций преподавателя и выступлений сокурсников дополняют или исправляют свои конспекты.

### **Рекомендации для подготовки к экзамену**

При подготовке к экзамену студент внимательно просматривает вопросы, предусмотренные рабочей программой, и знакомится с рекомендованной основной литературой. Основой для сдачи экзамена студентом является изучение конспектов лекций, прослушанных в течение семестра, информация, полученная в результате самостоятельной работы в течение семестра.

## **7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

### **7.1. Основная литература.**

1. Высшая математика для экономических специальностей: учебник и практикум / под ред. Н. Ш. Кремера. – Изд-во Юрайт; ИД Юрайт, 2016.
2. Кремер Н. Ш., Путко Б.А., Тришин И.М. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: учеб.-справ. Пособие. – Изд-во Юрайт; ИД Юрайт, 2011.
3. Кузнецов Б.Т. Математика [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления (060000). –719 с. – М.: ЮНИТИ-ДАНА. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/8092>.
4. Методы оптимальных решений в экономике и финансах: учебник / под ред. В. М. Гончаренко, В.Ю. Попова. – М.: Академия, 2014.
5. Михалев А. А., Сабитов И.Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учеб. пособие для вузов. – 252 с. – М.: Академия, 2013.

### **7.2. Дополнительная литература**

1. Ильин В. А. Высшая математика: учебник. – М.: Проспект; Изд-во МГУ, 2012.
2. Дорофеев С.Н. Высшая математика [Электронный ресурс]: конспект лекций/ Дорофеев С.Н. – Электрон.текстовые данные. – 592 с. – М.: Мир и Образование, 2011 г. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/14568>.
3. Касьянов В. И. Руководство к решению задач по высшей математике: учеб. пособие. – М.: Юрайт, 2011.
4. Шипачев В. С. Высшая математика: учеб. пособие для бакалавров. – М.: Юрайт, 2013.

### **7.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.**

### **7.4. Нормативные правовые документы**

### **7.5. Интернет-ресурсы**

### **7.6. Иные источники**

## **8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- лекционные аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном;
- помещения для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью;

Дисциплина должна быть поддержана соответствующими лицензионными программными продуктами.

Программные средства обеспечения учебного процесса должны включать:

- программы презентационной графики;
- текстовые и табличные редакторы.

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся включают следующую оснащенность: столы аудиторные, стулья, доски аудиторные, компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет.

Для изучения учебной дисциплины используются автоматизированная библиотечная информационная система и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», «Электронно-библиотечная система IPRbooks», «Научная электронная библиотека eLIBRARY» и др.

## Приложение 1

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Факультет государственного и муниципального управления

кафедра информационных систем и математического моделирования

УТВЕРЖДЕНА  
учёным советом  
Волгоградского института управления –  
филиала РАНХиГС  
Протокол № 2 от 23.09.2021 г.

### ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА

#### Региональное управление

---

*(наименование образовательной программы)*

### ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

#### **Б1.О.08 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

---

*(индекс, наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)*

---

**38.03.04 Государственное и муниципальное управление персоналом**

---

*(код, наименование направления подготовки (специальности))*

---

**очная, очно-заочная**

---

*(форма(ы) обучения)*

Год набора – 2022

Волгоград, 2021 г

## 1. Вопросы к экзамену по дисциплине

1. Определение матрицы, классификация матриц. Действия над матрицами.
2. Определители 2го и 3го порядков: нахождение, свойства.
3. Нахождение обратной матрицы различными способами.
4. Правило Крамера решения систем линейных уравнений.
5. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
6. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
7. Векторы и действия над ними.
8. Разложение вектора по базису.
9. Линейные операторы.
10. Собственные числа и собственные векторы линейных операторов.
11. Квадратичная форма.
12. Понятие множества. Действия над множествами.
13. Определение функции, способы ее задания. Основные свойства функции.
14. Окрестность точки.
15. Предел последовательности. Предел функции.
16. Бесконечно большая и бесконечно малая функция.
17. Теорема о бесконечно малых функциях.
18. Свойства пределов.
19. Замечательные пределы.
20. Приращения аргумента и функции.
21. Понятие непрерывной функции.
22. Точка разрыва. Классификация точек разрыва.
23. Свойства непрерывных функций.
24. Производная функции. Задачи, приводящие к понятию производной.
25. Геометрический смысл производной.
26. Дифференцируемая функция.
27. Основные правила дифференцирования.
28. Правило Лопиталья.
29. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции.
30. Необходимые и достаточные условия экстремума функции.
31. Первообразная функция.
32. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица стандартных интегралов.
33. Определенный интеграл и его свойства.
34. Формула Ньютона-Лейбница.
35. Формула интегрирования по частям для неопределенного и определенного интегралов.
36. Метод замены переменных для неопределенного и определенного интегралов.
37. Функция нескольких переменных.
38. Частные производные 1-го и 2-го порядков от функции двух переменных.
39. Первообразная функция.
40. Неопределенный интеграл и его свойства.
41. Таблица стандартных интегралов.
42. Определенный интеграл и его свойства.
43. Формула Ньютона-Лейбница.
44. Формула интегрирования по частям для неопределенного и определенного интегралов.
45. Метод замены переменных для неопределенного и определенного интегралов.



$$A = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 0 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Даны матрицы ... Тогда матрица  $C = A - 2B$  имеет вид

а.  $\begin{pmatrix} -4 & 9 \\ 6 & -5 \\ -2 & -9 \end{pmatrix}$  б.  $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 3 & -1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$  в.  $\begin{pmatrix} 13 & 12 \\ 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$  г.  $\begin{pmatrix} -14 & 6 & 9 \\ 5 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

5. Даны матрицы ... Тогда матрица  $C = A \cdot B$  имеет вид ...

а.  $\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 13 \end{pmatrix}$  б.  $\begin{pmatrix} 9 \\ -3 \\ 15 \end{pmatrix}$  в.  $(5 \ 15 \ 15)$  г.  $(2 \ 0 \ 15)$

6. Произведение матриц с размерностями  $2 \times m$  и  $2k \times 3$  возможно при ...

а.  $m = 3, k = 1$  б.  $m = 2, k = 1$  в.  $m = 1, k = 2$  г.  $m = 2, k = 3$

7. Если  $(x_0, y_0)$  – решение системы линейных уравнений  $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$ , то  $x_0 + y_0$  равно ...

а. 2 б. 1 в. 3 г. 4

8. Производная функции  $y = \sin(2x - 1)$  имеет вид...

а.  $2x \cos(2x - 1)$  б.  $-\sin(x - 1)$  в.  $2 \cos(2x - 1)$  г.  $-2 \cos(2x - 1)$

9. Множество первообразных функции  $f(x) = 2e^{3x}$  имеет вид...

а.  $-3e^{3x} + C$  б.  $\frac{1}{3}e^{3x} + C$  в.  $2e^{3x} + C$  г.  $\frac{2}{3}e^{3x} + C$

10. На числовой прямой дана точка  $x = 0,8$ . Тогда ее « $\sigma$ -окрестностью» может являться интервал

а.  $(0,8 ; 1,2)$  б.  $(0,6 ; 1)$  в.  $(0,4 ; 0,8)$  г.  $(0,4 ; 0,9)$

11. Игральная кость бросается один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет не более двух очков, равна...

а.  $\frac{1}{6}$  б.  $\frac{2}{3}$  в.  $\frac{5}{6}$  г.  $\frac{1}{3}$

12. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

$X$	-1	0	3
$p$	0,3	0,3	0,4

Тогда математическое ожидание случайной величины  $Y = 2X$  равно...

а. 1,8 б. 0,9 в. 5,1 г. 4,7

13. Число перестановок из трех объектов равно

а. 9 б. 6 в. 3 г. 1

14. Вероятность того, что студент сдаст на «отлично» первый экзамен равна 0,5, второй – 0,3. Тогда вероятность того, что студент сдаст на «отлично» одновременно оба экзамена равна

а. 0,8 б. 0,3 в. 0,5 г. 0,15





$X$	-1	0	3
$p$	0,3	0,3	0,4

. Тогда ее дисперсия равна...

- а. 0,66                      б. 3,9                      в. 3,96                      г. 0,96
27. Даны точки  $A(-2; 7)$  и  $B(6; -1)$ . Тогда координаты середины отрезка  $AB$  равны ...
- а.  $(3; -2)$                       б.  $(3; 2)$                       в.  $(2; 3)$                       г.  $(-2; 3)$
28. Даны точки  $A(-2; 7)$  и  $B(8; -1)$ . Тогда координаты точки  $C$ , делящей отрезок  $AB$  в отношении  $2 : 1$ , равны ...
- а.  $(2; 2)$                       б.  $(-2; -2)$                       в.  $(2; 3)$                       г.  $(-2; -3)$
29. Дана прямая  $3x+4y-12=0$ . Ее уравнение в отрезках равно ...

- а.  $\frac{x}{12} + \frac{y}{12} = 1$                       б.  $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$                       в.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$                       г.  $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 1$

30. Угловой коэффициент прямой  $3x-4y-12=0$  равен ...

- а.  $-\frac{3}{4}$                       б.  $\frac{4}{3}$                       в.  $-\frac{4}{3}$                       г.  $\frac{3}{4}$

31. Прямые  $5x-4y-3=0$  и  $kx-8y+3=0$  параллельны при  $k$ , равном ...

- а. -10                      б. 10                      в. 5                      г. -5

32. Матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \\ 4 & k & 2 \end{pmatrix}$  не имеет обратной при  $k$ , равном ...

- а. 2                      б. -2                      в. -4                      г. 4

33. Производная функции  $f(x) = (2x^3 - 5)^5$  имеет вид...

- а.  $10x^2(2x^3 - 5)^4$                       б.  $5(2x^3 - 5)^4$                       в.  $60(2x^3 - 5)^4$                       г.  $60x^2(2x^3 - 5)^4$

34. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 2x^3 - 5x$  в точке  $x_0 = 1$ , равен...

- а. 2                      б. 1                      в. -1                      г. -2

35. Вторая производная функции  $f(x) = \sin 2x$  имеет вид...

- а.  $-\sin 2x$                       б.  $2 \cos 2x$                       в.  $-2 \sin 2x$                       г.  $-4 \sin 2x$

36. Даны точки  $A(-2; 7)$  и  $B(6; 1)$ . Тогда длина отрезка  $AB$  равна ...

- а. 10                      б. 11                      в. 9                      г. 8

37. Задан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	1	3	4	7
$p$	0,3	0,1	$p_3$	0,2

. Тогда значение  $p_3$  равно...

- а. 0,2                      б. 0,3                      в. 0,4                      г. 0,1

38. Прямые  $5x-4y-3=0$  и  $kx-8y+3=0$  перпендикулярны при  $k$ , равном ...

- а.  $\frac{1}{5}$                       б.  $-\frac{1}{5}$                       в.  $\frac{4}{5}$                       г.  $\frac{1}{2}$

39. Задан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	1	$x_3$	4	7
$p$	0,3	0,1	0,4	0,2

. Математическое ожидание равно 3,6. Тогда значение  $x_3$  равно...

- а. 2                      б. 2,5                      в. 2                      г. 3

40. На сборку попадают детали с двух станков. Известно, что первый станок дает 2% брака, второй - 3%. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого станка поступило 200 деталей, со второго - 300 деталей.

- а. 0,018                      б. 0,026                      в. 0,26                      г. 0,008

### 3. Открытые задания

1. Определитель  $\begin{vmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \\ k & 4 & 2 \end{vmatrix}$  равен нулю при  $k$ , равном ...
2. Если  $(x_0, y_0)$  – решение системы линейных уравнений  $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$ , то  $x_0 + y_0$  равно ...
3. Производная функции  $y = \sin(2x - 1)$  имеет вид ...
4. Множество первообразных функции  $f(x) = 2e^{3x}$  имеет вид ...
5. На векторах  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ;  $\vec{b} = 4\vec{j}$ ;  $\vec{c} = -2\vec{j} + 3\vec{k}$ , как на сторонах, построена пирамида. Тогда ее объем равен ...
6. Модуль градиента функции  $z = -\frac{x^2}{y}$  в точке  $A(-2; 2)$  равен ...
7. Общее решение дифференциального уравнения  $y'' = e^{3x} + 5$  имеет вид ...
8. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$  равно ...
9. Даны точки  $A(-2; 8)$  и  $B(7; -1)$ . Тогда координаты точки  $C$ , делящей отрезок  $AB$  в отношении  $2 : 1$ , равны ...
10. Дано уравнение гиперболы  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ . Тогда расстояние между ее фокусами равно ...
11. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 + 2x^3 - 1}{4x^2 + 14x^5 + 17}$  равно ...
12. Произведение матриц с размерностями  $2 \times 3m$  и  $2k \times 3$  возможно при ...
13. Вторая производная функции  $f(x) = \sin^2 x$  имеет вид ...
14. Неопределенный интеграл  $\int (3x^4 - 5x^2 + 4) dx$  равен ...

15. Матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & k \\ 4 & 10 & -7 \end{pmatrix}$  не имеет обратной при  $k$ , равном ...
16. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + 5x + 4}$  равно ...
17. Производная функции  $f(x) = \ln(4x - 7)$  имеет вид ...
18. Неопределенный интеграл  $\int x^2 \sin x^3 dx$  равен ...
19. Угловым коэффициентом касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 3x^2 - 5x^3$  в точке  $x_0 = -1$ , равен ...
20. Определенный интеграл  $\int_1^3 \frac{x}{\sqrt{3x^2 - 2}} dx$  равен ...
21. Вторая производная функции  $f(x) = \sin 2x$  имеет вид ...
22. Неопределенный интеграл  $\int x^2 \cos x^3 dx$  равен ...
23. Определитель  $\begin{vmatrix} 5 & -3 & 4 \\ k & 7 & -2 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix} = 22$  при  $k$ , равном ...
24. Вторая производная функции  $f(x) = \ln(2x - 3)$  имеет вид ...
25. Множество первообразных функции  $f(x) = 2e^{3x}$  имеет вид ...
26. Определенный интеграл  $\int_1^5 (2x - 3) dx$  равен ...
27. Если  $(x_0, y_0)$  – решение системы линейных уравнений  $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 6x + 4y = 10 \end{cases}$ , то  $x_0 + y_0$  равно ...
28. Даны векторы  $\vec{a} = (-1; 3; 4)$  и  $\vec{b} = (1; 2; -2)$ . Тогда длина вектора  $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$  равна ...
29. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 0 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ . Тогда матрица  $C = B - 2A$  имеет вид ...

30. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^6 + 3x^3 - 1}{5x^2 + 12x^6 + 17}$  равно ...

#### 4. Ключи к оценочным материалам

##### 4.1. Тестовые материалы

Ответы:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
в	в	г	а	б	б	а	в	г	б	г	а	б	г	а	в	а	б	в	б
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
г	б	в	а	г	а	в	а	б	г	б	в	г	б	г	а	в	б	г	б

##### 4.2. Открытые задания

Ответы:

1	$-2$	16	$\frac{8}{3}$
2	$2$	17	$\frac{4}{4x-7}$
3	$2\cos(2x-1)$	18	$-\frac{1}{3}\cos x^3 + C$
4	$\frac{2}{3}e^{3x} + C$	19	$-21$
5	$4$	20	$\frac{4}{3}$
6	$\sqrt{5}$	21	$-4\sin 2x$
7	$y = \frac{1}{9}e^{3x} + \frac{5}{2}x^2 + C_1x + C_2$	22	$\frac{1}{3}\sin x^3 + C$
8	$-4$	23	$1$
9	$(-2; -2)$	24	$-\frac{4}{(2x-3)^2}$
10	$4\sqrt{5}$	25	$\frac{2}{3}e^{3x} + C$
11	$\frac{3}{7}$	26	$12$
12	$m=2, k=3$	27	$3$
13	$2\cos 2x$	28	$5\sqrt{5}$
14	$\frac{3}{5}x^5 - \frac{5}{3}x^3 + 4x + C$	29	$\begin{pmatrix} -13 & -12 \\ -3 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$
15	$-3$	30	$\frac{1}{6}$