

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

Кафедра информационных систем и математического моделирования

УТВЕРЖДЕНА  
учёным советом  
Волгоградского института управления –  
филиала РАНХиГС  
Протокол №2 от 23.09.2021 г.

**ПРОГРАММА СПЕЦИАЛИТЕТА**

**Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности**

---

*(наименование образовательной программы)*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса**

**Б1.В.ДВ.04.02 ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ**

*(индекс, наименование дисциплины, в соответствии с учебным планом)*

**38.05.01 Экономическая безопасность**  
*(код и наименование направления подготовки (специальности))*

**Очная, заочная**  
*(форма(ы) обучения)*

Год набора – 2022

Волгоград 2021 г.

**Автор – составитель:**

Кандидат экономических наук, доцент кафедры  
информационных систем и математического моделирования  
Кандидат физ-мат наук

И.И. Кулагина  
А.Ю. Савушкин

**Заведующий кафедрой**

информационных систем и математического моделирования  
канд. технических наук, доцент

О.А. Астафурова

РПД Б1.В.ДВ.04.02 «Экономико-математические модели и методы» одобрена на заседании  
кафедры информационных систем и математического моделирования.

Протокол от 31 августа 2021 года № 1

## Содержание

<b>1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....</b>	<b>4</b>
1.1. Осваиваемые компетенции .....	4
1.2. Результаты обучения .....	4
<b>2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....</b>	<b>5</b>
<b>3.Содержание и структура дисциплины.....</b>	<b>5</b>
3.1. Структура дисциплины .....	5
3.2. Содержание дисциплины .....	7
<b>4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся .....</b>	<b>9</b>
4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.....	9
4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....	9
<b>5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине .....</b>	<b>27</b>
5.1. Методы проведения экзамена.....	27
5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации.....	27
<b>6. Методические материалы по освоению дисциплины.....</b>	<b>29</b>
<b>7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет .</b>	<b>33</b>
7.1. Основная литература .....	33
7.2. Дополнительная литература .....	33
7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация .....	33
7.4. Интернет-ресурсы, справочные системы. ....	34
7.5. Иные источники .....	34
<b>8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы .....</b>	<b>34</b>

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

## 1.1. Осваиваемые компетенции

Дисциплина Б1.В.ДВ.04.02 «Экономико-математические модели и методы» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код компонента компетенции	Наименование компонента компетенции
ПКo2 ОС-1	Способность использовать методы математического анализа для решения прикладных задач	ПКo2 ОС-1.4	Способен использовать математический инструментарий для проведения экономического анализа для решения прикладных задач

## 1.2. Результаты обучения

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

ОТФ/ТФ (при наличии профстандарта) трудовые или профессиональные	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Профессиональный стандарт «Специалист по управлению рисками» (утв. приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 30 августа 2018 года N 564н) ОТФ «Стратегическое управление рисками организации»	ПКo2 ОС-1.4	На уровне знаний: – сформулировать основы математического аппарата современных методов количественного финансового анализа, необходимого для решения экономических задач.
		На уровне умений: – использовать теоретические сведения при решении практических экономических задач; – выбрать инструментальные средства для обработки финансовой и экономической информации с обоснованием своего выбора.
		На уровне навыков: – применять математический инструментарий для решения экономических задач; – владеть методикой построения и применения количественного анализа финансовых операций.

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Учебная дисциплина Б1.В.ДВ.04.02 «Экономико-математические модели и методы» относится к блоку вариативная часть, дисциплины по выбору учебного плана. Дисциплина общим объемом 72 часа (2 ЗЕТ) изучается в течение одного семестра и заканчивается зачетом в 5 семестре по очной форме обучения. По заочной форме – на 3-м курсе.

По очной форме обучения на контактную работу с преподавателем запланировано 38 часов (лекций – 20 часов, практических занятий – 18 часов), на самостоятельную работу – 34 часа.

По заочной форме на контактную работу с преподавателем запланировано 8 часов (лекций – 4 часа, практических занятий – 4 часа), на самостоятельную работу – 60 часов, на контроль – 4 часа.

В соответствии с учебным планом формой промежуточной аттестации является зачет.

Освоение дисциплины опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний в области математики и финансов, а также на приобретенные ранее умения и навыки, связанные с использованием программных средств общего и профессионального назначения. Знания и навыки, получаемые студентами в результате изучения дисциплины, необходимы для освоения организации

финансового менеджмента, принятия решений в области страхования, рынка ценных бумаг, инвестиций, диагностики финансовой безопасности экономических субъектов, организации финансового контроля в бюджетной сфере.

Дисциплина реализуется после изучения Экономическая информатика, Математика, Эконометрика, Экономическая безопасность, одновременно с изучением дисциплин Экономический анализ, Цифровая экономика, Финансы.

### 3. Содержание и структура дисциплины «Экономико-математические модели и методы»

#### Очная форма обучения.

Наименование тем	Объем дисциплины (модуля), час						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
	Всего	Работа обучающихся по видам учебных занятий				С Р	
		Л/ЭО, ДОТ <sup>1</sup>	ПЗ/ЭО, ДОТ	ЛР	КСР		
<b>Тема 1.</b> Задача о назначениях. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ
<b>Тема 2.</b> Задача коммивояжера. Поиск оптимального решения.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ, РК
<b>Тема 3.</b> Элементы теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ, РК
<b>Тема 4.</b> Сетевое планирование и управление. Сетевые модели.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ, Кр
<b>Тема 5.</b> Элементы теории игр. Принцип «минимакса». Элементарные методы решения игр $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$ .	6	2	2	–	–	2	О, РЗ
<b>Тема 6.</b> Приведение матричной игры к задаче линейного программирования. Игры с природой.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ, Т
<b>Тема 7.</b> Линейные балансовые модели в экономике. Модель Леонтьева.	6	2	2	–	–	2	РЗ, Кр
<b>Тема 8.</b> Предельный анализ экономических процессов. Производственные функции. Предельные показатели.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ
<b>Тема 9.</b> Модель поведения производителя.	6	2	2	–	–	2	О, РЗ, РК

Примечание:

\* формы заданий текущего контроля успеваемости: контрольные работы (К), опрос (О), тестирование (Т), коллоквиум (Кол) и виды учебных заданий: эссе (Э), реферат (Р), доклад (Д)

\*\* формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз), зачет (З), зачет с оценкой (ЗО).

Наименование тем	Объем дисциплины (модуля), час						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
	Всего	Работа обучающихся по видам учебных занятий				С Р	
		Л/ЭО, ДОТ <sup>1</sup>	ПЗ/ЭО, ДОТ	ЛР	КСР		
<b>Тема 10.</b> Задачи оптимизации в экономике. Задача оптимизации выбора потребителя.	18	2	4	–	–	12	Кр
<b>Промежуточная аттестация</b>							Зачет
<b>ИТОГО за курс</b>	<b>72</b>	<b>20</b>	<b>18</b>	–	–	<b>34</b>	

*Заочная форма обучения.*

Наименование тем	Объем дисциплины (модуля), час						Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
	Всего	Работа обучающихся по видам учебных занятий				С Р	
		Л/ЭО, ДОТ <sup>2</sup>	ПЗ/ЭО, ДОТ	ЛР	КСР		
<b>Тема 1.</b> Задача о назначениях. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.	8	1	1	–	–	6	О, РЗ
<b>Тема 2.</b> Задача коммивояжера. Поиск оптимального решения.	8	1	1	–	–	6	О, РЗ, РК
<b>Тема 3.</b> Элементы теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе.	7		1	–	–	6	О, РЗ, РК
<b>Тема 4.</b> Сетевое планирование и управление. Сетевые модели.	8	1	1	–		6	О, РЗ
<b>Тема 5.</b> Элементы теории игр. Принцип «минимакса». Элементарные методы решения игр $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$ .	7	1		–	–	6	О, РЗ
<b>Тема 6.</b> Приведение матричной игры к задаче линейного программирования. Игры с природой.	6			–	–	6	О, Т
<b>Тема 7.</b> Линейные балансовые модели в экономике. Модель Леонтьева.	6			–	–	6	О, РЗ

*Примечание:*

\* формы заданий текущего контроля успеваемости: контрольные работы (К), опрос (О), тестирование (Т), коллоквиум (Кол) и виды учебных заданий: эссе (Э), реферат (Р), доклад (Д)

\*\* формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз), зачет (З), зачет с оценкой (ЗО).

Наименование тем	Объем дисциплины (модуля), час					С Р	Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
	Всего	Работа обучающихся по видам учебных занятий					
		Л/ЭО, ДОТ <sup>2</sup>	ПЗ/ЭО, ДОТ	ЛР	КСР		
<b>Тема 8.</b> Предельный анализ экономических процессов. Производственные функции. Предельные показатели.	6			–	–	6	О, РЗ
<b>Тема 9.</b> Модель поведения производителя.	6			–	–	6	О, РЗ, РК
<b>Тема 10.</b> Задачи оптимизации в экономике. Задача оптимизации выбора потребителя.	6			–	–	6	Кр
<b>Промежуточная аттестация</b>	4						зачет
<b>ИТОГО:</b>	<b>72</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	–	–	<b>60</b>	<b>9</b>

Примечание:

\* формы заданий текущего контроля успеваемости: контрольные работы (К), опрос (О), тестирование (Т), коллоквиум (Кол) и виды учебных заданий: эссе (Э), реферат (Р), доклад (Д)

\*\* формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз), зачет (З), зачет с оценкой (ЗО).

### 3.2 Содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 1.	Задача о назначениях. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.	Постановка задачи. Математическая модель задачи о назначениях. Лемма об оптимальности. Венгерский алгоритм решения задачи на минимум (максимум). Эквивалентные преобразования, «расстановка меток».
Тема 2.	Задача коммивояжера. Поиск оптимального решения.	Общая постановка и математическая модель задачи. Связь с задачей о назначениях. Алгоритм решения задачи коммивояжера. Метод ветвей и границ. Критерий оптимальности. Склейка циклов. Дерево вариантов, эвристический алгоритм.
Тема 3.	Элементы теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе.	Определение графа. Способы задания графа. Характеристики графа. Вершины, ребра, дуги. Маршрут, цепь, простая цепь. Путь и цикл в графе. Связность графа, деревья. Ориентированные графы. Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы. Решение задачи о кратчайшем пути в графе. Алгоритм расстановки меток.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 4.	Сетевое планирование и управление. Сетевые модели.	Назначение и области применения сетевого планирования и управления. Назначение, характеристика и структура СПУ. Сетевая модель. Построение сетевого графика. Критический путь. Критическая работа. Резерв времени. Оптимизация сетевых моделей.
Тема 5.	Элементы теории игр. Принцип «минимакса». Элементарные методы решения игр $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$ .	Теория игр как математическая теория конфликтных ситуаций. Историческая справка. Основные понятия. Терминология. Антагонистическая игра или игра с нулевой суммой. Личный и случайный ходы. Теоремы фон Неймана. Стратегия игрока. Чистые и смешанные стратегии. Цель теории игр. Решение игры. Платежная матрица. Вполне определенные игры. Нижняя и верхняя цены игры. Принцип «Минимакса». Игры с седловой точкой. Чистая цена игры. Решение игры в чистых стратегиях. Элементарные методы решения игр $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$ . Геометрическая интерпретация. Симметрические игры.
Тема 6.	Приведение матричной игры к задаче линейного программирования. Игры с природой.	Моделирование и разрешение игры $m \times n$ как задачи линейного программирования. Принятие решений в условиях неопределенности. Игры с природой. Принципы математического моделирования. Постановка задачи. Матрицы последствий и рисков. Принятие решений в условиях полной неопределенности. Правило Вальда (правило крайнего пессимизма). Правило Сэвиджа (правило минимального риска). Правило Гурвица (взвешивающее пессимистический и оптимистический подходы к ситуации). Принятие решений в условиях частичной неопределенности. Правило максимизации среднего ожидаемого дохода. Правило минимизации среднего ожидаемого риска. Байесовский подход к принятию решений.
Тема 7.	Линейные балансовые модели в экономике. Модель Леонтьева.	Основная задача межотраслевого баланса. Матричная модель Леонтьева межотраслевого баланса. Структура и содержание таблицы межотраслевого баланса. Показатели использования ресурсов. Матрица коэффициентов прямых затрат. Критерий продуктивности. Матрицы коэффициентов косвенных и полных затрат. Конечный продукт.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Содержание тем (разделов)
Тема 8.	Предельный анализ экономических процессов. Производственные функции. Предельные показатели.	Производственные функции. Производственная функция Кобба – Дугласа. Предельные показатели. Ценовая эластичность, предельный продукт, фондоотдача, фондовооруженность, предельная производительность. Предельные нормы замещения. Их экономический смысл. Моделирование производственной функции. Изокванты.
Тема 9.	Модель поведения производителя.	Теория одноресурсной фирмы. Многоресурсные функции. Модель оптимального поведения производителя. Золотое правило экономики. Законы Госсена.
Тема 10.	Задачи оптимизации в экономике. Задача оптимизации выбора потребителя.	Постановка задачи. Функция полезности. Основные свойства. Законы Госсена. Точка спроса потребителя. Кривая безразличия. Предельные нормы замещения. Метод Лагранжа исследования на условный экстремум функции многих переменных. Предельная полезность.

#### 4 Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

##### 4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

В ходе реализации дисциплины Б1.В.ДВ.05.02 Экономико-математические модели и методы используются следующие **методы текущего контроля** успеваемости обучающихся:

- при проведении занятий лекционного типа: устный опрос
- при проведении занятий семинарского типа: устный опрос, решение задач, контрольная работа.

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1.	Задача о назначениях. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.	Устный опрос, решение задач
Тема 2.	Задача коммивояжера. Поиск оптимального решения.	Устный опрос, решение задач, контрольная работа
Тема 3.	Элементы теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе.	Устный опрос, решение задач, контрольная работа
Тема 4.	Сетевое планирование и управление. Сетевые модели.	Устный опрос, решение задач, контрольная работа
Тема 5.	Элементы теории игр. Принцип «минимакса». Элементарные методы решения игр $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$ .	Устный опрос, решение задач
Тема 6.	Приведение матричной игры к задаче линейного программирования. Игры с природой.	Устный опрос, решение задач, тест
Тема 7.	Линейные балансовые модели в экономике. Модель Леонтьева.	Решение задач, контрольная работа
Тема 8.	Предельный анализ экономических процессов. Производственные функции. Предельные показатели.	Устный опрос, решение задач, контрольная работа

Тема 9.	Модель поведения производителя.	Устный опрос, решение задач, контрольная работа
Тема 10.	Задачи оптимизации в экономике. Задача оптимизации выбора потребителя.	Контрольная работа

## 4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

### Практические задания по темам.

#### Тема 1. Задача о назначениях.

*Рассматриваемые вопросы:*

1. Математическая модель задачи о назначениях.
2. Лемма об оптимальности.
3. Эквивалентные преобразования.
4. Алгоритм решения задачи на минимум.
5. Алгоритм решения задачи на максимум.

*Практические задания:*

I. Решить задачу о назначениях на максимум.

1.

14	6	6	10	7	8
11	3	6	2	6	14
14	9	11	13	4	15
2	5	7	15	7	6
14	4	1	1	12	13
3	8	15	1	15	3

2.

11	9	9	8	10	4
6	14	10	6	9	8
7	13	13	4	11	14
2	3	9	10	2	9
8	14	10	11	12	5
4	15	2	4	1	4

3.

3	2	13	11	1	7
5	7	11	6	12	15
8	4	11	6	9	10
6	2	4	7	7	5
14	10	7	13	11	12
12	12	12	4	3	13

4.

6	3	2	3	14	8
12	2	11	2	4	12
6	5	15	13	3	2
9	4	11	1	14	12
12	8	2	8	11	9
7	7	3	6	2	13

### Ответы

1.  $L = 79$ . Назначения:  $x_{26} = 1$ ;  $x_{32} = 1$ ;  $x_{44} = 1$ ;  $x_{63} = 1$ ;  $x_{11} = 1$ ;  $x_{55} = 1$ .
2.  $L = 72$ . Назначения:  $x_{11} = 1$ ;  $x_{36} = 1$ ;  $x_{44} = 1$ ;  $x_{55} = 1$ ;  $x_{62} = 1$ ;  $x_{23} = 1$ .
3.  $L = 70$ . Назначения:  $x_{26} = 1$ ;  $x_{51} = 1$ ;  $x_{62} = 1$ ;  $x_{13} = 1$ ;  $x_{35} = 1$ ;  $x_{44} = 1$ .
4.  $L = 71$ . Назначения:  $x_{15} = 1$ ;  $x_{21} = 1$ ;  $x_{34} = 1$ ;  $x_{52} = 1$ ;  $x_{66} = 1$ ;  $x_{43} = 1$ .

II. Решить задачу о назначениях на минимум.

1. 
$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & 10 & 10 & 11 \\ 2 & 12 & 6 & 12 & 9 & 11 \\ 5 & 2 & 13 & 14 & 7 & 1 \\ 14 & 7 & 14 & 14 & 2 & 1 \\ 1 & 9 & 8 & 8 & 4 & 2 \\ 1 & 11 & 2 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

2. 
$$\begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 & 14 & 6 & 8 \\ 5 & 3 & 6 & 14 & 3 & 13 \\ 8 & 5 & 1 & 9 & 14 & 14 \\ 2 & 15 & 2 & 11 & 10 & 8 \\ 6 & 10 & 2 & 8 & 12 & 11 \\ 5 & 7 & 5 & 3 & 13 & 8 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 8 & 12 & 14 & 6 & 10 & 3 \\ 14 & 7 & 5 & 11 & 14 & 13 \\ 10 & 7 & 14 & 9 & 13 & 8 \\ 14 & 13 & 3 & 15 & 9 & 11 \\ 12 & 6 & 5 & 9 & 12 & 5 \\ 10 & 11 & 14 & 12 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad 4. \begin{pmatrix} 4 & 9 & 2 & 4 & 11 & 4 \\ 10 & 8 & 13 & 8 & 14 & 7 \\ 3 & 14 & 10 & 9 & 13 & 8 \\ 3 & 2 & 12 & 9 & 11 & 1 \\ 11 & 14 & 1 & 14 & 12 & 3 \\ 9 & 11 & 15 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

### Ответы

1.  $L = 16$ . Назначения:  $x_{21} = 1$ ;  $x_{32} = 1$ ;  $x_{45} = 1$ ;  $x_{56} = 1$ ;  $x_{64} = 1$ ;  $x_{13} = 1$ .
2.  $L = 23$ . Назначения:  $x_{16} = 1$ ;  $x_{25} = 1$ ;  $x_{41} = 1$ ;  $x_{64} = 1$ ;  $x_{32} = 1$ ;  $x_{53} = 1$ .
3.  $L = 32$ . Назначения:  $x_{31} = 1$ ;  $x_{43} = 1$ ;  $x_{65} = 1$ ;  $x_{14} = 1$ ;  $x_{22} = 1$ ;  $x_{56} = 1$ .
4.  $L = 26$ . Назначения:  $x_{31} = 1$ ;  $x_{53} = 1$ ;  $x_{65} = 1$ ;  $x_{22} = 1$ ;  $x_{46} = 1$ ;  $x_{14} = 1$ .

## Тема 2. Задача коммивояжера

*Рассматриваемые вопросы:*

1. Математическая модель задачи коммивояжера.
2. Алгоритм решения. Метод ветвей и границ.
3. Дерево вариантов. Склейка циклов.

*Практические задания:*

Задана матрица расстояний между городами. Найти кратчайший способ циклического объезда всех городов и длину кратчайшего пути.

Задача 1.

X	4	5	3
6	X	7	2
5	7	X	8
4	2	3	X

Задача 2.

X	3	2	4	3
1	X	7	10	8
5	1	X	2	4
8	4	3	X	4
2	3	7	4	X

Задача 3.

X	90	80	40	100
60	X	40	50	70
50	30	X	60	20
10	70	20	X	50
20	40	50	20	X

Задача 4.

Испекла бабка колобок и поставила его остывать на окошко. И решил колобок, что пока он остывает, он вполне может обежать лес, посмотреть на лесных жителей и снова вернуться к деду и бабушке. Сказано – сделано. Спрыгнул колобок из окошка и покатился в лес. Помогите колобку найти кратчайший маршрут его движения по лесу, если расстояния между норами лесных жителей, а также домом деда и бабушки даны в таблице.

	Дед и бабушка	Заяц	Волк	Медведь	Лиса
Дед и бабушка	X	6	4	5	2
Заяц	6	X	3	3,5	4,5
Волк	4	3	X	5,5	5
Медведь	5	3,5	5,5	X	2
Лиса	2	4,5	5	2	X

Задача 5.

X	8	2	7	7	1
15	X	4	5	9	3
2	14	X	13	4	2
6	4	13	X	6	8
2	1	4	5	X	15
18	13	7	10	3	X

Ответ: Склейка циклов  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 1$  и  $2 \rightarrow 4 \rightarrow 2$ . Кратчайший цикл:  
 $1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ . Длина 19.

Задача 6.

	16	2	14	9	10
20		7	11	3	3
1	20		15	17	14
18	6	19		17	7
5	20	15	6		1
16	16	8	16	4	

Ответ: Склейка циклов  $2 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 2$  и  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ . Кратчайший цикл:  
 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ . Длина 33.

Задача 7.

M	3	2	1	0	55
53	M	66	20	M	71
69	3	M	0	1	0
0	0	8	M	1	6
6	13	0	97	M	11
9	0	74	9	61	M

Ответ: Длина 67.

**Тема 3. Элементы теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе.**

*Рассматриваемые вопросы:*

1. Определение графа. Способы задания графа. Матрица смежности. Матрица инцидентности.
2. Характеристики графа. Путь и цикл в графе. Связность графа, деревья. Изображение графа.
3. Математическая модель задачи о кратчайшем пути в графе.
4. Алгоритм решения (алгоритм расстановки меток).

*Практические задания:*

I. По заданной матрице смежности нарисовать граф и найти матрицу инцидентности.

$$1) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 2) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

II. По заданной матрице инцидентности нарисовать ориентированный граф и найти матрицу смежности.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

III. Задан граф с 20 вершинами, расположенными в виде прямоугольника 4×5 и изображенными кружочками. Каждая вершина соединена с соседями справа, слева, снизу, сверху неориентированными ребрами. Длины ребер указаны числами, находящимися между вершинами. Найти длины кратчайших путей из левой верхней вершины в каждую вершину графа.

- |  |  |  |
|--|--|--|
| <p><b>1.</b> ° 5 ° 7 ° 3 ° 7 °<br/>         2 4 3 6 3<br/>         ° 4 ° 6 ° 5 ° 6 °<br/>         6 5 3 3 2<br/>         ° 5 ° 2 ° 5 ° 6 °<br/>         7 4 7 4 7<br/>         ° 2 ° 6 ° 2 ° 2 °</p> | <p><b>2.</b> ° 2 ° 6 ° 7 ° 6 °<br/>         3 7 4 7 5<br/>         ° 4 ° 2 ° 4 ° 2 °<br/>         3 3 6 6 3<br/>         ° 6 ° 6 ° 5 ° 5 °<br/>         7 3 4 7 3<br/>         ° 7 ° 5 ° 6 ° 2 °</p> | <p><b>3.</b> ° 2 ° 5 ° 7 ° 4 °<br/>         2 3 5 5 5<br/>         ° 3 ° 7 ° 4 ° 4 °<br/>         3 3 5 3 5<br/>         ° 7 ° 4 ° 5 ° 6 °<br/>         3 5 7 5 5<br/>         ° 4 ° 3 ° 2 ° 2 °</p> |
| <p><b>4.</b> ° 6 ° 3 ° 3 ° 4 °<br/>         2 6 2 2 7<br/>         ° 4 ° 7 ° 2 ° 2 °<br/>         3 4 5 7 3<br/>         ° 3 ° 3 ° 4 ° 5 °<br/>         4 6 6 4 7<br/>         ° 5 ° 6 ° 6 ° 6 °</p> | <p><b>5.</b> ° 2 ° 3 ° 2 ° 3 °<br/>         3 7 4 4 2<br/>         ° 2 ° 3 ° 6 ° 3 °<br/>         6 6 4 4 4<br/>         ° 2 ° 7 ° 2 ° 5 °<br/>         5 3 6 6 7<br/>         ° 2 ° 6 ° 2 ° 4 °</p> | <p><b>6.</b> ° 2 ° 4 ° 6 ° 7 °<br/>         6 2 7 3 3<br/>         ° 6 ° 6 ° 4 ° 2 °<br/>         5 3 4 3 4<br/>         ° 6 ° 2 ° 7 ° 5 °<br/>         4 5 7 4 2<br/>         ° 4 ° 3 ° 6 ° 5 °</p> |

**ОТВЕТЫ**

- |  |  |   |
|--|--|---|
| <p><b>1.</b> 0 5 12 15 22<br/>         2 6 12 17 23<br/>         8 11 13 18 24<br/>         15 15 20 22 24</p> | <p><b>2.</b> 0 2 8 15 20<br/>         3 7 9 13 15<br/>         6 10 15 19 18<br/>         13 13 18 23 21</p> | <p><b>3.</b> 0 2 7 14 18<br/>         2 5 12 16 20<br/>         5 8 12 17 23<br/>         8 12 15 17 19</p> |
|--|--|---|

- |   |   |  |
|---|---|--|
| <p><b>4.</b> 0 6 9 12 16<br/>         2 6 11 13 15<br/>         5 8 11 15 18<br/>         9 14 17 19 25</p> | <p><b>5.</b> 0 2 5 7 10<br/>         3 5 8 11 12<br/>         9 11 12 14 16<br/>         14 14 18 20 23</p> | <p><b>6.</b> 0 2 6 12 18<br/>         6 4 10 14 16<br/>         11 7 9 16 20<br/>         15 12 15 20 22</p> |
|---|---|--|

**Тема 4. Сетевое планирование и управление. Сетевые модели.**

*Рассматриваемые вопросы:*

1. Граф. Сетевая модель. Сетевой график.
2. Основные элементы сетевого графика.
3. Обязательные требования при построении сетевых графиков.
4. Критерий оптимальности сетевой модели. Критический путь.
5. Оптимизация комплекса работ по критерию времени.

*Практические задания:*

**Задача 1.**

Предположим, что при составлении плана подготовки выставки товаров выделено шесть различных работ. Для каждой работы определены предшествующие и завершающие события, указана предполагаемая продолжительность каждой работы. Вся информация предложена в таблице.

№ п/п	Содержание работ	Длительность работ (дней)	Опорные работы
1.	Подбор кадров	6	—
2.	Заказ товаров	5	—

3.	Ремонт помещения	8	—
4.	Размещение товаров	12	2
5.	Обучение кадров	9	1
6.	Оформление торг. зала	4	3, 4, 5

Требуется:

1. Построить первоначальный сетевой график.
2. Определить ранние сроки начала и окончания работ.
3. Определить самые поздние сроки начала и окончания каждой работы.
4. Определить полные резервы времени.
5. Найти критический путь и критические работы.

#### Задача 2.

По предложенной таблице, описывающей сетевую модель,

Коды работ	1 – 2	2 – 3	3 – 8	1 – 4	4 – 6	4 – 7	6 – 7	7 – 8	1 – 5	5 – 8	2 – 4	5 – 6
Длительность (дни)	7	1	4	8	8	9	5	3	4	12	0	0

Требуется:

1. Построить первоначальный сетевой график.
2. Определить ранние сроки начала и окончания работ.
3. Определить самые поздние сроки начала и окончания каждой работы.
4. Определить полные резервы времени.
5. Найти критический путь и критические работы.

#### Задача 3.

Код работы	0 – 1	0 – 2	1 – 3	2 – 3	2 – 4	3 – 5	4 – 5	3 – 6	4 – 6	5 – 6
Продолжительность	2	3	2	3	2	3	7	2	5	6

Требуется:

1. Построить первоначальный сетевой график.
2. Определить ранние сроки начала и окончания работ.
3. Определить самые поздние сроки начала и окончания каждой работы.
4. Определить полные резервы времени.
5. Найти критический путь и критические работы.

#### Задача 4.

По предложенной таблице, описывающей сетевую модель,

№ работы	Предшествующие работы	Длительность
1	—	4
2	—	6
3	1, 2	7
4	2	3
5	3	4
6	4	5

Требуется:

1. Построить первоначальный сетевой график.
2. Определить ранние сроки начала и окончания работ.
3. Определить самые поздние сроки начала и окончания каждой работы.
4. Определить полные резервы времени.
5. Найти критический путь и критические работы.

### Задача\_5.

Предположим, что при составлении плана подготовки выставки товаров выделено шесть различных работ. Для каждой работы определены предшествующие и завершающие события, указана предполагаемая продолжительность каждой работы и приведены коэффициенты пересчёта ресурсов (таблица).

Таблица

№ п/п	Наименование работ	Обозначение работы $a_i$	Опорные работы $a_j$	Длительность работ $t_i$ (дней)	Коэффициент пересчёта ресурсов $c_i$
1.	Подбор кадров	$a_1$	–	$t_1= 6$	$c_1= 0,1$
2.	Заказ товаров	$a_2$	–	$t_2= 5$	$c_2= 0,2$
3.	Ремонт помещения	$a_3$	–	$t_3= 8$	$c_3= 0,3$
4.	Размещение товаров	$a_4$	$a_2$	$t_4= 12$	$c_4= 0,4$
5.	Обучение кадров	$a_5$	$a_1$	$t_5= 9$	$c_5= 0,5$
6.	Оформление торг. зала	$a_6$	$a_3, a_4$	$t_6= 4$	$c_6= 0,6$

Требуется:

1. Построить первоначальный сетевой график.
2. Провести оптимизацию всего комплекса работ по критерию времени.
3. На каждом этапе отразить результат в виде промежуточного сетевого графика в масштабе времени.
4. Построить оптимальный сетевой график.
5. Определить экономию времени в результате перераспределения ресурсов.

### Тема 5. Теория игр.

*Рассматриваемые вопросы:*

1. Теория игр как математическая теория конфликтных ситуаций. Основные понятия.
2. Нижняя и верхняя цены игры. Принцип «минимакса». Игра с седловой точкой. Чистая цена игры. Решение игры в чистых стратегиях.
3. Смешанные стратегии. Теоретические основы решения задач в смешанных стратегиях. Теоремы Неймана.
4. Алгоритмы решения игр  $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$ . Геометрическая интерпретация.
5. Моделирование и разрешение игры  $m \times n$  как задачи линейного программирования.

*Практические задания:*

**Задача № 1.** (Чистые стратегии). Для следующих матриц найти оптимальные стратегии игроков, седловую точку и оптимальное решение игры:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 5 & 7 & 11 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 0 & 3 & 2 \\ 4 & 8 & 9 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 & 4 \\ 5 & -1 & 4 & -3 & 7 \\ 9 & -2 & 6 & 8 & 2 \\ 3 & -3 & 5 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 7 \\ -3 & 0 & 1 & 7 & -1 \\ 4 & 1 & 9 & 6 & 8 \end{pmatrix}.$$

**Задача № 2.** (Доминирование). Используя принцип доминирования, свести исходную матрицу игры к матрице меньшей размерности:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 7 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} -3 & -2 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & -4 & 8 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 5 & 7 & 0 & 6 \\ 0 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 8 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

**Задача № 3.** (Смешанные стратегии). Для платежной матрицы найти оптимальные стратегии игроков и значение игры:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 5 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} -2 & -1 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 5 & 4 & 7 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

**Задача № 4.** (Симметрические игры). Найти оптимальные стратегии игроков для игры, заданной кососимметрической матрицей:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Задача № 5.** Найти оптимальные стратегии игроков и значение игры, заданной матрицами:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 2 & 3 & 11 \\ 7 & 5 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 6 \\ 2 & 7 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}.$$

**Задача №6.** Найти решение игры, сведением к задаче линейного программирования.

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{б) } B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 6 & 7 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Задача №7.** Магазин может завезти в различных пропорциях товары трех типов ( $A_1, A_2, A_3$ ); их реализация и прибыль магазина зависят от вида товара и состояния спроса. Предполагается, что спрос может иметь три состояния ( $B_1, B_2, B_3$ ) и не прогнозируется. Определить оптимальные пропорции в закупке товаров из условия максимизации средней гарантированной прибыли при следующей матрице прибыли:

Тип товара	Спрос		
	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	20	15	10
$A_2$	16	12	14
$A_3$	13	18	15

Найти решение игры, заданной матрицей:

1. $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$	2. $\begin{pmatrix} 1,5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	3. $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$	4. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
5. $\begin{pmatrix} 50 & 20 \\ 30 & 40 \end{pmatrix}$	6. $\begin{pmatrix} 0,75 & 0,35 \\ 0,6 & 0,8 \end{pmatrix}$	7. $\begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & 4 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 6 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	8. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
9. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$	10. $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 4 \\ 0 & 5 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$	11. $\begin{pmatrix} 12 & 2 \\ 10 & 7 \\ 7 & 9 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$	12. $\begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 & 6 \\ 9 & 6 & 5 & 10 \end{pmatrix}$
13*. $\begin{pmatrix} 2 & 10 & 3 & 14 & 5 \\ 8 & 9 & 5 & 6 & 7 \\ 10 & 8 & 4 & 8 & 12 \end{pmatrix}$	14. $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	15. $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$	16. $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

**Тема 6. Игры с природой.**

*Рассматриваемые вопросы:*

1. Принципы математического моделирования. Постановка задачи. Матрицы последствий и рисков. Принятие решений в условиях полной неопределенности.
2. Правило Вальда (правило крайнего пессимизма).
3. Правило Сэвиджа (правило минимального риска).
4. Правило Гурвица (взвешивающее пессимистический и оптимистический подходы к ситуации).
5. Принятие решений в условиях частичной неопределенности. Правило максимизации среднего ожидаемого дохода. Правило минимизации среднего ожидаемого риска. Байесовский подход к принятию решений.

*Практические задания:*

1. Возможно строительство четырех типов электростанций:  $A_1$  (тепловых),  $A_2$  (приплотинных),  $A_3$  (бесшлюзовых),  $A_4$  (шлюзовых). Состояния природы обозначим  $P_1, P_2, P_3, P_4$ . Экономическая эффективность строительства отдельных типов электростанций изменяется в зависимости от

состояния природы и задана матрицей: 
$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 12 \\ 8 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$
. Используя критерии принятия решений

2. Установленное на предприятии сложное и дорогостоящее оборудование после пяти лет работы может оказаться в одном из трех состояний:

**$V_1$**  – оборудование вполне работоспособно и требует лишь небольшого текущего ремонта;

**$V_2$**  – некоторые детали значительно износились и требуют серьезного ремонта или замены;

**$V_3$**  – основные детали износились настолько, что дальнейшая эксплуатация оборудования невозможна. Для предприятия возможны три различных способа действия:  **$A_1$**  – оставить оборудование в работе еще на год, проведя незначительный ремонт своими силами;  **$A_2$**  – провести капитальный ремонт оборудования с вызовом специальной бригады ремонтников;  **$A_3$**  – заменить оборудование новым. Потери, которые несет предприятие при различных способах действия, приведены в таблице последствий в относительных денежных единицах.

	<b><math>V_1</math></b>	<b><math>V_2</math></b>	<b><math>V_3</math></b>
<b><math>A_1</math></b>	1	5	7
<b><math>A_2</math></b>	3	2	6
<b><math>A_3</math></b>	5	4	3

3. При игре с природой задана платежная матрица  **$A$**

Определить:

1. Матрицу рисков  **$R$**  и оптимальные стратегии первого игрока при использовании им а) критерия максимакса; б) критерия Вальда; в) критерия Сэвиджа и г) критерия Гурвица с коэффициентом пессимизма  $\rho$ ;

2. Определить оптимальную стратегию при известном векторе вероятностей состояний природы  **$P = (p_1, p_2, p_3, p_4)$** .

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 4 & 16 \\ 12 & 18 & 5 & 22 \\ 14 & 12 & 18 & 11 \\ 6 & 21 & 17 & 8 \end{pmatrix}; \quad \rho = 0,1; \quad P = (0,3; 0,1; 0,2; 0,4)$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} 11 & 14 & 5 & 15 \\ 13 & 17 & 6 & 21 \\ 15 & 11 & 19 & 10 \\ 7 & 20 & 18 & 7 \end{pmatrix}; \quad \rho = 0,2; \quad P = (0,1; 0,2; 0,3; 0,4)$$

## Тема 7. Линейные балансовые модели в экономике. Модель Леонтьева.

*Рассматриваемые вопросы:*

1. Линейные модели в экономике. Балансовый анализ.
2. Модель Леонтьева. Основная задача межотраслевого баланса.
3. Коэффициенты прямых затрат. Матрица полных затрат.

*Практические задания:*

**I.** Завершить составление баланса, располагая следующими данными об экономической системе, состоящей из трех экономических объектов ( $P_1$  – промышленность,  $P_2$  – сельское хозяйство,  $P_3$  – транспорт).

Задача 1

Отрасли	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$\Sigma$	X	Y
$P_1$	<b>20</b>	<b>50</b>	<b>30</b>	<b>100</b>	<b>200</b>	<b>300</b>
$P_2$	<b>10</b>	<b>0</b>	<b>40</b>	<b>50</b>	<b>450</b>	<b>500</b>
$P_3$	<b>0</b>	<b>60</b>	<b>100</b>	<b>160</b>	<b>240</b>	<b>400</b>
$\Sigma$	<b>30</b>	<b>110</b>	<b>170</b>	<b>310</b>		
V	<b>270</b>	<b>390</b>	<b>230</b>			
X	<b>300</b>	<b>500</b>	<b>400</b>			

Задача 2

	$P_1$	$P_2$	$\Sigma$	Y	X
$P_1$	160	0		140	
$P_2$	40	140			
$\Sigma$					
V					
X		300			

Задача\_3

	$P_1$	$P_2$	$\Sigma$	Y	X
$P_1$	15	25			
$P_2$	0	33		47	
$\Sigma$					
V	45				
X					

Задача 4

	$P_1$	$P_2$	$\Sigma$	Y	X
$P_1$		12			
$P_2$	6		18		50
$\Sigma$					
V	29				
X	40				

Задача 5

	$P_1$	$P_2$	$\Sigma$	Y	X
$P_1$	19	31			
$P_2$	42	0		58	
$\Sigma$					
V	99				
X					

Задача 6

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Σ	Y	X
P <sub>1</sub>		12		15	
P <sub>2</sub>		0	19		
Σ					
V		10			
X	30				

Задача 7

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Σ	Y	X
P <sub>1</sub>		10	21	15	
P <sub>2</sub>					
Σ		19	47		
V		23			
X					

Задача 8

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	Σ	Y	X
P <sub>1</sub>	20		50	100		
P <sub>2</sub>		70		210	240	
P <sub>3</sub>	40			190		
Σ						
V	160	210	150			
X	300					

Задача 9

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	Σ	Y	X
P <sub>1</sub>	15	19		45		200
P <sub>2</sub>		0			150	200
P <sub>3</sub>	82	18			100	
Σ				245		
V	82					
X						

II. Используя отчетный баланс: 1) найти  $a_{ij}$ ; 2) построить систему балансовых уравнений в двух формах; 3) по вектору  $Y$  найти вектор  $X$ ; 4) найти вектор  $Y$ , если дан  $X$ ; 5) определить матрицы коэффициентов полных и косвенных затрат; 6) построить новые балансовые таблицы.

Задача 1

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Σ	Y	X
P <sub>1</sub>	5	12	17	23	40
P <sub>2</sub>	6	12	18	32	50

$$Y = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \end{pmatrix}$$

Задача 2

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Σ	Y	X
P <sub>1</sub>	160	0	160	140	300
P <sub>2</sub>	40	40	80	120	200

$$Y = \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 200 \\ 100 \end{pmatrix}$$

Задача 3

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Σ	Y	X
P <sub>1</sub>	19	31	50	110	160
P <sub>2</sub>	42	0	42	58	100

$$Y = \begin{pmatrix} 100 \\ 60 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 100 \\ 150 \end{pmatrix}$$

III-a. По данному вектору объемов производства  $X$  найти вектор–столбец конечной продукции  $Y$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0,4 & 0 \\ 0,1 & 0,5 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \end{pmatrix}.$$

III-b. По известному вектору конечной продукции  $Y$  найти вектор объемов производства  $X$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0,4 & 0 \\ 0,1 & 0,5 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 60 \\ 15 \end{pmatrix}$$

IV. Завершите заполнение отчетного баланса «затраты–выпуск». По известному вектору конечной продукции найдите вектор объемов производства и составьте новую балансовую таблицу

Задача 1

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	Σ	Y	X
P <sub>1</sub>	10	40		50	
P <sub>2</sub>	50	0		150	

$$Y = \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \end{pmatrix}$$

Задача 2

	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	Y	X
P <sub>1</sub>	18	0	20		180
P <sub>2</sub>	36	0	40	80	
P <sub>3</sub>	9	15	60		200

$$Y = \begin{pmatrix} 177,6 \\ 105,2 \\ 168,05 \end{pmatrix}$$

### Тема 8-9. Предельный анализ в экономике процессов. Производственные функции.

*Рассматриваемые вопросы:*

1. Производственные функции. Функция Кобба – Дугласа.
2. Свойства и основные характеристики производственных функций. Линии уровня (изокванты) производственных функций. Средняя производительность труда. Средняя фондоотдача. Средняя фондовооруженность.
3. Использование производственных функций в задачах экономического анализа, прогнозирования и планирования.
4. Предельные показатели. Эластичность (относительная производная). Предельная производительность. Предельная норма замещения ресурсов. Эластичность производства. Ценовая эластичность.

*Практические задания:*

0. Объем добычи щебня  $y$  (т/ч) зависит от количества вложенного труда  $x$  (чел./час):  $y = 6\sqrt{x}$ . Цена щебня 40 руб./т, зарплата рабочего 30 руб./ч. Кроме зарплат, другие издержки не учитываются. Найдите оптимальное количество вложенного труда (рабочих). Решение:  $x=16$ .

1. Производственная функция описывается функцией Кобба–Дугласа  $f(x, y) = 1500x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{3}{5}}$ , где  $x$  – затраты капитала,  $y$  – затраты труда. Рассчитать предельную и среднюю фондоотдачу; предельную и среднюю производительность труда при  $x = 243$ ,  $y = 32$ .

2. Фирма работает в условиях совершенной конкуренции: выпускает один вид продукции, используя при этом два вида ресурсов. Производственная функция равна  $f(x, y) = xy$ , цена реализации продукции – 20 д.е., ресурсы приобретаются по ценам  $p_1 = 100$  д.е.,  $p_2 = 200$  д.е. соответственно. Решить задачу фирмы максимизации прибыли.

3. В небольшой теплице ежедневно снимаемый урожай огурцов  $у$  кг зависит от числа работников  $x$ :  $y = 4\sqrt{x} + 4\ln(x)$ . Найдите оптимальное число работников, если дневная зарплата работника равна цене 2 кг огурцов.

4. Несколько семей рыбаков сообща владеют небольшим рыболовецким судном. Объем добычи рыбы  $y$  (кг/день) зависит от количества рыбаков  $x$  на судне:  $y = 100\sqrt{x}$ . Цена одного кг рыбы 8000 руб., зарплата рыбака  $p=100000$  (руб./день). Найти оптимальный размер бригады рыбаков. Решение:  $x=16$ .

5. Для функций:  $z = (x^2y + 1)^2$ ,  $z(x, y) = (y - 1)x^2$ ,  $z(x, y) = xy + y^2$ :

- а) построить линии уровня при  $C=0$  и  $C=1$ ;
- б) найти частные производные до второго порядка включительно в точке (1;1);
- в) найти градиент в точке (2;3);

г) найти дифференциал в общем виде и в точке (3;5);

д) найти производную в точке (0;0) по направлению вектора  $l = \overline{(1;4)}$ ;

е) найти направление и величину максимальной скорости роста функций в точке (1;1).

6. Пусть производственная функция есть функция Кобба – Дугласа. Чтобы увеличить выпуск продукции на 3%, необходимо увеличить фонды на 6% или численность рабочих на 9%. В настоящее время один работник за месяц производит продукции на 1 млн. руб., а всего работников 1000. Основные фонды оцениваются в 10 млрд. рублей. Запишите производственную функцию и найдите предельную производительность труда, предельную фондоотдачу, среднюю фондовооруженность, эластичности по обоим ресурсам. ( $Y = 1000 \cdot K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{3}}$ )

7. Завод за месяц производит продукции на 10 млн. руб. Его основные фонды также составляют 1 млн. руб. Подсчитано, что для увеличения выпуска на 1 млн. руб. необходимо приобрести оборудования на 0,3 млн. руб. Найти производственную функцию Кобба – Дугласа, для которой  $\alpha + \beta = 1$  и численность рабочих 1000 человек. ( $Y = 1000 \cdot K^{\frac{1}{3}} \cdot L^{\frac{2}{3}}$ )

8. Основные фонды фермерского хозяйства составляют 100 млн. руб. Количество работников равно 100. Когда пригласили еще 20 работников, то доход вырос на 10% и составил 1,1 млн. руб. Найти функцию Кобба – Дугласа, для которой  $\alpha + \beta = 1$ . ( $Y = 100 \cdot K^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}}$ )

9. Фирма производит в месяц продукции на 3 тыс. д.е. на 5 станках. Для увеличения прибыли на 500 д.е. необходимо приобрести еще 1 станок. Численность рабочих 5 человек. Составить функцию Кобба – Дугласа при условии  $\alpha + \beta = 1$ . ( $Y = 600 \cdot K^{\frac{5}{6}} \cdot L^{\frac{1}{6}}$ )

10. Дана производственная функция  $Y = 3,2 \cdot K^{0,4} \cdot L^{0,6}$ . Произошло изменение производственных ресурсов: стоимость основных фондов возросла на 2%, а трудовые ресурсы в результате сокращения снизились на 3%. На сколько при этом изменился объем производимой продукции. (ответ обосновать).

11. Процесс производства описывается с помощью функции выпуска  $Y = 0,05 \cdot K^{\frac{1}{3}} \cdot L^{\frac{2}{3}}$ , ( $K=400$ ,  $L=200$ ). Предполагается увеличить трудовые ресурсы до 260. Сколько при этом высвободится производственных фондов.

12. Производственная функция (в денежном выражении) имеет вид  $Y = 30 \cdot \sqrt{K} \cdot \sqrt[3]{L}$ . Стоимость единицы первого ресурса – 5, второго – 10 ден. ед. Найти максимальную прибыль при использовании ресурсов.

13. Пусть производственная функция есть функция Кобба–Дугласа. Чтобы увеличить выпуск продукции на 1 %, надо увеличить основные фонды на 4 % или численность рабочих на 3 %. В настоящее время один работник за месяц производит продукции на 100000 руб., а всего работников  $L = 10000$ . Основные фонды оцениваются в  $K = 10^6$  руб. Найдите производственную функцию, среднюю фондоотдачу, среднюю производительность труда, фондовооруженность.

14. Группа «челноков» в количестве  $E$  решила объединиться с  $N$  продавцами. Прибыль от дня работы (выручка минус расходы, но не зарплата) выражается формулой  $Y = 600(E \cdot N)^{\frac{1}{3}}$ . Зарплата «челнока» 120 руб. в день, продавца – 80 руб. в день. Найдите оптимальный состав группы из «челноков» и продавцов, т. е. сколько должно быть «челноков» и сколько продавцов. Решение:  $E \approx 7$ ,  $N \approx 10$ .

15. Бизнесмен решил основать небольшое автотранспортное предприятие. Ознакомившись со статистикой, он увидел, что примерная зависимость ежедневной выручки от числа автомашин  $A$  и числа рабочих  $N$  выражается формулой  $Y = 900A^{\frac{1}{2}}N^{\frac{1}{4}}$ . Амортизационные и другие ежедневные расходы на одну машину равны 400 руб., ежедневная зарплата рабочего 100 руб. Найдите оптимальную численность рабочих и автомашин.

16. Бизнесмен задумал открыть пивной бар. Предположим, что зависимость выручки  $Y$  (за вычетом стоимости пива и закусок) от числа столиков  $M$  и числа официантов  $F$  выражается формулой  $Y = 200M^{\frac{2}{3}} \cdot F^{\frac{1}{4}}$ . Расходы на один столик составляют 50 руб., зарплата официанта – 100 руб. Найдите оптимальный размер бара, т. е. число официантов и столиков.

17. Производство 60 единиц продукта требует затрат ресурсов в количествах  $K = 12$ ,  $L = 4$ . Предельный продукт первого ресурса (предельная фондоотдача) составляет  $F'_K = 3$ . Чему равна предельная производительность?

18. Пусть производственная функция есть функция Кобба–Дугласа. Чтобы увеличить выпуск продукции на 2%, надо увеличить основные фонды на 4% или численность работников на 6%. В настоящее время один работник за месяц производит продукции на 1000 у.е., а всего работников 1000. Основные фонды оцениваются в 1 000 000 у.е. Найдите производственную функцию.

19. Процесс производства описывается с помощью степенной функции выпуска  $Y = 0,5K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}$ :

а) как следует изменить затраты  $K$ , чтобы компенсировать уменьшение  $L$  на 50% (уровень выпуска при этом сохраняется);

б) на сколько процентов уменьшатся затраты  $K$  при увеличении  $L$  на 25%?

в) как изменится выпуск, если затраты обоих ресурсов увеличить в 2 раза (уменьшить в 3 раза)?

г) во сколько раз надо увеличить затраты  $L$ , чтобы компенсировать уменьшение  $K$  в 4 раза?

20. Производственная функция (в денежном выражении) имеет вид  $K(x, y) = 30\sqrt{x}\sqrt[3]{y}$  ( $x$  – количество единиц первого ресурса,  $y$  – второго). Стоимость единицы первого ресурса – 5, второго – 10 ден. ед. Найти максимальную прибыль при использовании ресурсов.

21. О фирме с мультипликативной (степенной) ПФ известны следующие факты. В настоящее время основные производственные фонды фирмы оцениваются в  $K = 10^8$  д.е., всего в фирме занято 1000 сотрудников, каждый из которых производит продукции в среднем на  $10^4$  д.е. в месяц. Для увеличения выпуска на 3% необходимо увеличить основные производственные фонды на 6% или увеличить численность работников на 9%. Требуется найти ПФ.  $\{F(K; L) = 100K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{3}}\}$

22. В условиях предыдущего примера известна средняя заработная плата сотрудник – 1000 д.е. в месяц и период амортизации основных производственных фондов – 12 месяцев. Требуется рассчитать оптимальный размер производственных фондов и оптимальную численность работников. Затем определить, во сколько раз увеличится прибыль фирмы при переходе к оптимальным затратам факторов производства.  $\{K = 144\ 000\ 000; L = 8\ 000; \text{в шесть раз}\}$

23. Задана ПФ:  $Y = Y_0 K^{\frac{3}{4}} L^{\frac{1}{4}}$ . На сколько единиц должны увеличиться затраты труда при уменьшении затрат капитала на одну единицу при неизменном выпуске продукции, если капиталовооруженность равна 6.  $\{0,5\}$

#### Дополнительные задачи.

24. Заданы функции спроса  $q(p) = 10 - p$  и предложения  $s(p) = 3p - 6$ . Найти: а) равновесную цену; б) эластичность спроса для равновесной цены; в) изменение дохода при изменении равновесной цены на 5%.

25. Заданы функции спроса  $q(p) = \frac{p+8}{p+2}$  и предложения  $s(p) = p + 0,5$ . Найти: а) равновесную цену; б) эластичность спроса для равновесной цены; в) изменение дохода при изменении равновесной цены на 10%.

26. Заданы функции спроса  $q(p) = 7 - p$  и предложения  $s(p) = p + 1$ . Найти: а) равновесную цену; б) эластичность спроса и предложения для равновесной цены; в) изменение дохода при увеличении равновесной цены на 5%.

27. Известна функция спроса  $d(p) = 5 - 0,5p$ . Проанализировать спрос при  $p = 2; 5; 9$ . Определить при какой цене выручка оптимальна.

28. Предприятие производит  $x$  единиц продукции в месяц и реализует ее по цене  $p = 25 - \frac{1}{30}x$ .

Суммарные издержки производства составляют  $K = \frac{1}{15}x^2 + 5x + 300$ . Определить, при каком

объеме производства прибыль предприятия будет максимальной.

**Основные показатели, получаемые при анализе производственной функции**

$Y = AK^\alpha L^\beta$  ( $K$  – объем производственных фондов,  $L$  – объем трудовых ресурсов)

1. Средняя производительность труда  $\frac{Y}{L}$  (количество продукции, произведенное одним рабочим).

2.  $\frac{L}{Y}$  – трудоемкость (количество труда на единицу выпускаемой продукции).

3. Средняя фондоотдача  $\frac{Y}{K}$  (количество продукции, приходящееся на один станок).

4.  $\frac{K}{Y}$  – капиталоемкость (капитал, приходящийся на единицу выпускаемой продукции).

5. Средняя фондовооруженность  $\frac{K}{L}$  (стоимость фондов, приходящихся на единицу трудовых ресурсов, например на одного рабочего).

Функции полезности.

1. Дана функция полезности  $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$ :

- Построить несколько кривых безразличия;
- Найти предельные полезности в точке (1;1); проверить положительность предельных полезностей и выполнение I – закона Госсена (убывание предельных полезностей);
- Найти эластичность по товарам в точке (2;3);
- Найти точку спроса при доходе 40 и ценах (4;1).

2. Дана функция полезности  $u(x_1, x_2) = 3\sqrt[3]{x_1} \sqrt[3]{x_2^2}$ :

- Найти предельные полезности в точке (1;1); проверить положительность предельных полезностей и выполнение I – закона Госсена (убывание предельных полезностей);
- Найти эластичность по товарам в точке (2;2);
- Найти точку спроса при доходе 50 и ценах (2;3).

3. Функция полезности потребителя задана уравнением  $U = X^2 Y$ . Общий доход, которым располагает потребитель, равен 240 у.е. Цена товара  $X$ :  $P_x = 4$  у.е.; цена товара  $Y$ :  $P_y = 8$  у.е. Найти точку спроса. *Решение:  $X=40, Y=10, U=16000$  ютилей.*

4. Функция полезности потребителя задана уравнением  $U = 2X + 5Y$ . Общий доход, которым располагает потребитель, равен 1 000 у.е. Цена товара  $X$ :  $P_x = 10$  у.е.; цена товара  $Y$ :  $P_y = 20$  у.е. Найти точку спроса. *Решение:  $X=0, Y=50, U=250$  ютилей.*

5. Функция полезности потребителя задана уравнением  $U = \min\{2x, y\}$ . Построить кривую безразличия при  $U=4$ . Общий доход, которым располагает потребитель, равен 1 000 у.е. Цена товара  $X$ :  $P_x = 20$  у.е.; цена товара  $Y$ :  $P_y = 10$  у.е. Найти точку спроса. *Решение:  $X=25, Y=50, U=50$  ютилей.*

6. Функция полезности потребителя задана уравнением  $U = X^{0.5} + Y$ . Общий доход, которым располагает потребитель, равен 1000 у.е. Цена товара  $X$ :  $P_x = 5$  у.е.; цена товара  $Y$ :  $P_y = 20$  у.е. Найти точку спроса. *Решение:  $X=4, Y=49, U=51$  ютилей.*

7. Потребитель выделил на приобретение двух товаров 3300 д.е. Цена первого товара 15 д.е., второго – 22 д.е. Функция полезности потребителя:  $U(x,y) = 60x + 90y$ . Решить задачу потребителя.
8. Потребитель тратит 600 рублей в месяц на приобретение двух товаров. Цена товара  $X$  – 20 рублей, а товара  $Y$  – 10 рублей. Задана функция полезности потребителя  $U = XY$ . Составить уравнение бюджетной линии. Найти предельную норму замещения. Определить оптимум потребителя. Представить графически. *Решение:  $X=15, Y=30, U=450$  ютилей.*

### Тема 10. Модель поведения потребителя.

#### *Рассматриваемые вопросы:*

1. Функция полезности. Основные свойства.
2. Законы Госсена.
3. Метод Лагранжа определения точки оптимального спроса потребления.
4. Предельная полезность.
5. Кривые безразличия.
6. Предельные нормы замещения. Экономический смысл.

#### *Практические задания:*

1. Дана функция полезности  $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$  :
  - 1.1. Построить несколько кривых безразличия;
  - 1.2. Найти предельные полезности в точке (1;1); проверить положительность предельных полезностей и выполнение I – закона Госсена (убывание предельных полезностей);
  - 1.3. Найти эластичность по товарам в точке (2;3);
  - 1.4. Найти точку спроса при доходе 40 и ценах (4;1).
2. Дана функция полезности  $u(x_1, x_2) = 3\sqrt[3]{x_1} \sqrt[3]{x_2}$  :
  - 2.1. Найти предельные полезности в точке (1;1); проверить положительность предельных полезностей и выполнение I – закона Госсена (убывание предельных полезностей);
  - 2.2. Найти эластичность по товарам в точке (2;2);
  - 2.3. Найти точку спроса при доходе 50 и ценах (2;3).
3. Функция полезности потребителя задана уравнением  $U = X^2 Y$ . Общий доход, которым располагает потребитель, равен 240 у.е. Цена товара  $X$ :  $P_x=4$  у.е.; цена товара  $Y$ :  $P_y=8$  у.е. Найти точку спроса. *Решение:  $X=40, Y=10, U=16000$  ютилей.*
4. Функция полезности потребителя задана уравнением  $U = 2X + 5Y$ . Общий доход, которым располагает потребитель, равен 1 000 у.е. Цена товара  $X$ :  $P_x=10$  у.е.; цена товара  $Y$ :  $P_y=20$  у.е. Найти точку спроса. *Решение:  $X=0, Y=50, U=250$  ютилей.*
5. Функция полезности потребителя задана уравнением  $U = \min\{2x, y\}$ . Построить кривую безразличия при  $U=4$ . Общий доход, которым располагает потребитель, равен 1 000 у.е. Цена товара  $X$ :  $P_x=20$  у.е.; цена товара  $Y$ :  $P_y=10$  у.е. Найти точку спроса. *Решение:  $X=25, Y=50, U=50$  ютилей.*
6. Функция полезности потребителя задана уравнением  $U = X^{0.5} + Y$ . Общий доход, которым располагает потребитель, равен 1000 у.е. Цена товара  $X$ :  $P_x=5$  у.е.; цена товара  $Y$ :  $P_y=20$  у.е. Найти точку спроса. *Решение:  $X=4, Y=49, U=51$  ютилей.*
7. Потребитель выделил на приобретение двух товаров 3300 д.е. Цена первого товара 15 д.е., второго – 22 д.е. Функция полезности потребителя:  $U(x,y) = 60x + 90y$ . Решить задачу потребителя.
8. Потребитель тратит 600 рублей в месяц на приобретение двух товаров. Цена товара  $X$  – 20 рублей, а товара  $Y$  – 10 рублей. Задана функция полезности потребителя  $U = XY$ . Составить уравнение бюджетной линии. Найти предельную норму замещения. Определить оптимум потребителя. Представить графически. *Решение:  $X=15, Y=30, U=450$  ютилей.*
9. Функция полезности имеет вид  $U(x, y) = xy$ . Цена единицы первого товара 10 ден. ед., а второго 40 ден. ед. Бюджетное ограничение составляет 400 ден. ед. Найти оптимальный потребительский набор. *Решение:  $X=20, Y=5, U=100$  ютилей.*

10. Функция полезности имеет вид  $U(x, y) = xy$ . Цена первого товара  $p_1$  повысилась в два раза. До какого уровня должен быть компенсирован доход потребителя для сохранения уровня благосостояния потребителя.  $\left\{ Q_{\text{новое}}^* = \sqrt{2}Q, X_{\text{новое}}^* = \frac{X^*}{\sqrt{2}}, Y_{\text{новое}}^* = \sqrt{2}Y^* \right\}$
11. Функция полезности имеет вид  $U(x, y) = \sqrt{xy}$ . Цена единицы первого товара 20 ден. ед., а второго 10 ден. ед. Бюджет потребителя составляет 200 ден. ед. Найти оптимальный потребительский набор. *Решение:*  $X=5, Y=10, U=5\sqrt{2}$  ютилей.
12. Сколько денежных единиц должна составлять компенсация для сохранения уровня благосостояния потребителя в условии задачи 11, если цена первого товара повысилась на 21%. Каков при этом будет оптимальный потребительский набор.  $\left\{ \Delta Q = 20, X = \frac{50}{11}, Y = 11 \right\}$ .
13. Цена на товар  $A$  равна 10 р. Цена товара  $B$  – 5р. Чему равна предельная полезность товара  $B$ , если потребитель оценивает предельную полезность товара  $A$  в 100 ютилей.  $\left\{ U_B' = 50 \right\}$
14. За месяц студент расходует на апельсины и бананы 100р. Цена одного апельсина – 5р., цена одного банана – 2р. Какое количество апельсинов и бананов потребляет рациональный студент в месяц, если  $U = XY$ .  $\left\{ X = 10; Y = 25 \right\}$
15. Индивид, получающий доход 900 ед., потребляет два блага в количествах  $X$  и  $Y$ , его предпочтения описываются функцией полезности  $U = XY^3$ . Найти набор благ, потребляемый индивидом при ценах  $P_x = 5, P_y = 12$ .  $\left\{ X = 400; Y = 500 \right\}$
16. Функция полезности имеет вид:  $U(x, y) = 2 \ln(x-1) + 3 \ln(y-1)$ . Цена единицы первого блага равна 4, второго – 9. На приобретение этих благ может быть затрачена сумма, равная 133. Как следует распределить эту сумму между двумя благами, чтобы полезность от их приобретения была наибольшей?  $\left\{ X = 13; Y = 9 \right\}$

**Функция полезности** – экономическая модель для определения предпочтений экономических субъектов. основополагающим условием концепта функции полезности является рациональное поведение потребителя, выражающееся в выборе набора товаров (благ), который выводит его на более высокий уровень полезности (благосостояния). В микроэкономике концепт функции полезности служит для объяснения поведения потребителей и производителей, в то время как в макроэкономике им пользуются для изображения предпочтений государственных интересов.

Первая производная функции полезности по количеству определённого блага  $\frac{\partial U}{\partial x_i}$

называется предельной полезностью этого блага. **Предельная полезность выражает, сколько дополнительной полезности приносит дополнительная единица блага  $i$ .** Предельная полезность, равная 0, означает достижение насыщенности.

Большинство функций полезности, рассматриваемых в экономике, имеют отрицательную вторую производную – закон убывающей предельной полезности.

Функция полезности может быть использована для определения спроса потребителя через решение задачи о максимизации полезности. Полученное решение носит название маршалловского спроса.

## Шкала оценивания

### Устный опрос и решение задач

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100%. Критериями оценивания при проведении устного опроса является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции;

при решении задач - умение применять полученные знания на практике, овладение навыками анализа и систематизации информации в области финансовых расчетов.

При оценивании результатов устного опроса и решения задач используется следующая шкала оценок:

100% - 90%	Учащийся демонстрирует совершенное знание основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умеет применять полученные знания на практике, владеет навыками анализа и систематизации финансовой информации в области финансовых расчетов
89% - 75%	Учащийся демонстрирует знание большей части основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умеет применять полученные знания на практике в отдельных сферах профессиональной деятельности, владеет основными навыками анализа и систематизации финансовой информации в области финансовых расчетов
74% - 60%	Учащийся демонстрирует достаточное знание основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умеет использовать полученные знания для решения основных практических задач в отдельных сферах профессиональной деятельности, частично владеет основными навыками анализа и систематизации финансовой информации в области финансовых расчетов
менее 60%	Учащийся демонстрирует отсутствие знания основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, не умеет применять полученные знания на практике, не владеет навыками анализа и систематизации информации в области финансовых расчетов

### Тестирование

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критерием оценивания при проведении тестирования, является количество верных ответов, которые дал студент на вопросы теста. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам тестирования, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \times 100\% ,$$

где Б – количество баллов, полученных студентом по итогам тестирования;

В – количество верных ответов, данных студентом на вопросы теста;

О – общее количество вопросов в тесте.

### Проверка кейса

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при проверке кейса во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критериями оценивания при проверке кейса является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции.

При оценивании результатов решения кейса используется следующая шкала оценок:

100% - 90%	Учащийся демонстрирует совершенное знание основных теоретических положений, практических и аналитических навыков в рамках осваиваемой компетенции.
89% - 75%	Учащийся демонстрирует знание большей части основных теоретических положений, практических и аналитических навыков в рамках осваиваемой компетенции.
74% - 60%	Учащийся демонстрирует достаточное знание основных теоретических положений, практических и аналитических навыков в рамках осваиваемой компетенции.
менее 60%	Учащийся демонстрирует отсутствие знания основных теоретических положений, практических и аналитических навыков в рамках осваиваемой компетенции.

### Решение задач

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при решении задач во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критерием оценивания при решении задач, является количество верно решенных задач. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам решения задач, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \times 100\% ,$$

где B – количество баллов, полученных студентом по итогам решения задач;

B – количество верно решенных задач;

O – общее количество задач.

### Решение ситуационной задачи

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при выполнении ситуационной задачи во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критериями оценивания является сбор и обобщение необходимой информации, правильное выполнение необходимых расчетов, достоверность и обоснованность выводов.

При оценивании результатов решения ситуационной задачи используется следующая шкала оценок:

100% - 90%	Учащийся демонстрирует совершенное знание основных теоретических положений, умеет собирать и обобщать необходимую информацию, правильно осуществляет расчеты, делает обоснованные выводы
89% - 75%	Учащийся демонстрирует знание большей части основных теоретических положений, может собрать большую часть необходимой информации, рассчитывает необходимые показатели, делает выводы, допуская при этом незначительные ошибки
74% - 60%	Учащийся демонстрирует знание некоторой части основных теоретических положений, может собрать некоторую часть необходимой информации, рассчитывает необходимые показатели, делает выводы, допуская при этом ошибки
менее 60%	Учащийся демонстрирует отсутствие знания основных теоретических положений, умений и навыков в рамках осваиваемой компетенции.

## 5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине

### 5.1. Методы проведения зачета

Зачет проводится с применением следующих методов: метод устного опроса по вопросам из перечня примерных вопросов из п.5.2 или тестирования.

### 5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации

Этап освоения компетенции	Промежуточный / ключевой индикатор оценивания	Критерий оценивания
ПК02 ОС-1.4 Способен использовать математический инструмент для проведения экономического анализа для решения прикладных задач	- Характеризует основные методы математического аппарата количественного финансового анализа	- объясняет основные элементы математического аппарата современных методов количественного финансового анализа
	- Осуществляет выбор методов расчета показателей, характеризующих финансовую деятельность экономического субъекта	- определяет необходимые методы математического анализа для оценки деятельности организации
	- Выбирает необходимые показатели для характеристики финансовой деятельности экономического субъекта	- применяет математический инструмент для решения экономических задач

### Типовые оценочные средства промежуточной аттестации

#### Вопросы к зачету по дисциплине

1. Задача о назначениях. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.
2. Задача коммивояжера.
3. Элементы теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе.
4. Основные понятия теории игр. Матричные игры. Цель игры. Решение игры.
5. Верхняя и нижняя цена игры. Максимум и минимум. Седловая точка.
6. Доминирование стратегий. Симметричные игры.

7. Решение игр  $2 \times 2$  аналитически.
8. Графическое решение игр  $2 \times 2$ .
9. Графическое решение игр  $2 \times n$  и  $2 \times m$ .
10. Сведение игр к задаче линейного программирования.
11. Игры с природой.
12. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Балансовый анализ.
13. Уравнения межотраслевого баланса. Коэффициенты прямых затрат.
14. Основная задача межотраслевого баланса. Матрица полных затрат.
15. Сетевые графики. Основные понятия. Критический путь. Сетевое планирование.
16. Ранние и полные сроки в сетевом графике. Полные резервы.
17. Предельный анализ экономических процессов. Маржинальные показатели. Эластичность функции. Ценовая эластичность спроса.
18. Модель оптимального поведения производителя для одноресурсной фирмы; для многоресурсной фирмы.
19. Многофакторные производственные функции. Производственная функция Кобба-Дугласа. Основные свойства.
20. Многофакторные производственные функции. Основные маргинальные (предельные характеристики). Предельная норма замещения.
21. Задача оптимизации выбора потребителя. Функция полезности. Основные свойства.
22. Предельные показатели функции полезности. Кривая безразличия. Предельные нормы замещения.
23. Определение точки спроса (маршалловский спрос) потребления. Законы Госсена.

### Шкала оценивания

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время промежуточной аттестации определяется оценками «Отлично» / «Хорошо» / «Удовлетворительно» / «Неудовлетворительно». Критериями оценивания на зачете с оценкой является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике, овладение навыками анализа и систематизации информации в области финансов.

Для дисциплин, формой промежуточной аттестации которых является зачет с оценкой, приняты следующие соответствия:

- 90-100% - «отлично» (5);
- 75-89% - «хорошо» (4);
- 60-74% - «удовлетворительно» (3);
- менее 60% - «неудовлетворительно» (2).

При оценивании результатов устного опроса используется следующая шкала оценок:

100% - 90% (отлично)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на высоком уровне. Свободное владение материалом, выявление межпредметных связей. Уверенное владение понятийным аппаратом дисциплины. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы на высоком уровне. Способность к самостоятельному нестандартному решению практических задач
89% - 75% (хорошо)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы достаточно. Детальное воспроизведение учебного материала. Практические навыки профессиональной деятельности в значительной мере сформированы. Присутствуют навыки самостоятельного решения практических задач с отдельными элементами творчества.
74% - 60% (удовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, сформированы на минимальном уровне. Наличие минимально допустимого уровня в усвоении учебного материала, в т.ч. в самостоятельном

	решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности сформированы не в полной мере.
менее 60% (неудовлетворительно)	Этапы компетенции, предусмотренные образовательной программой, не сформированы. Недостаточный уровень усвоения понятийного аппарата и наличие фрагментарных знаний по дисциплине. Отсутствие минимально допустимого уровня в самостоятельном решении практических задач. Практические навыки профессиональной деятельности не сформированы.

Фонды оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине представлены в приложении 1.

## 6. Методические материалы по освоению дисциплины

### Методические рекомендации по написанию рефератов

Реферат является индивидуальной самостоятельно выполненной работой студента. Тему реферата студент выбирает из перечня тем, рекомендуемых преподавателем, ведущим соответствующую дисциплину. Реферат должен содержать следующие структурные элементы: Титульный лист Содержание Введение Основная часть Заключение Список литературы Приложения (при необходимости). Требования к оформлению рефератов: шрифт – 14, поля – по 2 см, интервал – 1, объем – не менее 10 стр.

### Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого на изучение дисциплины

#### Структура времени, необходимого на изучение дисциплины

Форма изучения дисциплины	Время, затрачиваемое на изучение дисциплины, %
Изучение литературы, рекомендованной в учебной программе	40
Решение задач, практических упражнений и ситуационных примеров	40
Изучение тем, выносимых на самостоятельное рассмотрение	20
Итого	100

### Методические рекомендации по подготовке к практическому (семинарскому) занятию

Основной целью практического (семинарского) занятия является проверка глубины понимания студентом изучаемой темы, учебного материала и умения изложить его содержание ясным и четким языком, развитие самостоятельного мышления и творческой активности у студента, умения решать практические задачи. На практических (семинарских) занятиях предполагается рассматривать наиболее важные, существенные, сложные вопросы которые, наиболее трудно усваиваются студентами. При этом готовиться к практическому (семинарскому) занятию всегда нужно заранее. Подготовка к практическому (семинарскому) занятию включает в себя следующее:

- обязательное ознакомление с вопросами для устного опроса,
- изучение конспектов лекций, соответствующих разделов учебника, учебного пособия, содержания рекомендованных нормативных правовых актов;
- работа с основными терминами (рекомендуется их выучить);
- изучение дополнительной литературы по теме занятия, делая при этом необходимые выписки, которые понадобятся при обсуждении на семинаре;
- формулирование своего мнения по каждому вопросу и аргументированное его обоснование;
- запись возникших во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературы вопросов, чтобы затем на семинаре получить на них ответы;
- обращение за консультацией к преподавателю.

### Рекомендации по изучению методических материалов

Методические материалы по дисциплине позволяют студенту оптимальным образом организовать процесс изучения данной дисциплины. Методические материалы по дисциплине призваны помочь студенту понять специфику изучаемого материала, а в конечном итоге – максимально полно и качественно его освоить. В первую очередь студент должен осознать предназначение методических материалов: структуру, цели и задачи. Для этого он знакомится с преамбулой, оглавлением методических материалов, говоря иначе, осуществляет первичное знакомство с ним. В разделе, посвященном методическим рекомендациям по изучению дисциплины, приводятся советы по планированию и организации необходимого для изучения дисциплины времени, описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»), рекомендации по работе с литературой, советы по подготовке к экзамену и разъяснения по поводу работы с тестовой системой курса и над домашними заданиями. В целом данные методические рекомендации способны облегчить изучение студентами дисциплины и помочь успешно сдать экзамен. В разделе, содержащем учебно-методические материалы дисциплины, содержание практических занятий по дисциплине.

### Рекомендации по самостоятельной работе студентов

Самостоятельная работа студентов по дисциплине Б1.В.ДВ.04.02 «Экономико-математические модели и методы» включает следующие виды работ:

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Форма контроля	
			Очная форма	Заочная форма
1.	Линейное и целочисленное программирование.	1. Составление математической модели и решение задачи ЛП графическим и симплексным методом. 2. Производственная задача. Анализ полученного решения. 3. Целочисленное программирование. Решение задач методом Гомори. 4. Решение задач линейного программирования в пакете MSExcel.	О, РЗ	О, РЗ
2.	Теория двойственности.	Составление двойственной задачи к производственной. Основные теоремы теории двойственности. Анализ оптимального плана двойственной задачи. Решение задачи двойственным симплексным методом.	О, РЗ, РК	О, РЗ, РК
3.	Транспортная задача.	1. Математическая модель транспортной задачи. Решение транспортной задачи методом потенциалов. 2. Особенности, возникающие при решении транспортной задачи. Открытая модель транспортной задачи. Вырожденность опорного плана.	О, РЗ, РК	О, РЗ, РК

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Форма контроля	
			Очная форма	Заочная форма
4.	Теория игр.	Теоретические основы матричных игр. Теорема Неймана. Равновесие Нэша. Решение игры в смешанных стратегиях. Игры $m \times n$ : сведение игры к задаче линейного программирования.	О, РЗ, Кр	О, РЗ
5.	Сетевые графики	Расчет временных параметров, построение сетевого графика и распределение ресурсов. Учет стоимостных факторов при реализации сетевого графика. Минимизация сети.	О, РЗ	О, РЗ
6.	Системы массового обслуживания.	Решение СМО с отказом, СМО с неограниченным ожиданием, СМО с ожиданием с ограниченной длиной очереди.	О, РЗ, Т	О, Т
7.	Элементы теории графов.	Графы. Основные определения. Матрицы графов. Достижимость и связность. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Деревья и циклы. Кратчайший путь в графе.	РЗ, Кр	О, РЗ
8.	Модели нелинейной оптимизации. Условный экстремум.	Постановка задачи о нахождении условного экстремума. Модель оптимального поведения производителя. Модель поведения потребителя. Решение методом множителей Лагранжа. Экономический анализ. Законы Госсена.	О, РЗ	О, РЗ, РК

Неотъемлемым элементом учебного процесса является самостоятельная работа студента. При самостоятельной работе достигается конкретное усвоение учебного материала, развиваются теоретические способности, столь важные для современной подготовки специалистов. Формы самостоятельной работы студентов по дисциплине: написание конспектов, подготовка ответов к вопросам, написание рефератов, решение задач, исследовательская работа.

Задания для самостоятельной работы включают в себя комплекс аналитических заданий выполнение, которых, предполагает тщательное изучение научной и учебной литературы, периодических изданий, а также законодательных и нормативных документов предлагаемых в п.6 «Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине». Задания предоставляются на проверку в печатном виде.

### **Рекомендации по работе с литературой**

При изучении курса учебной дисциплины особое внимание следует обратить на рекомендуемую основную и дополнительную литературу.

Важным элементом подготовки к семинару является глубокое изучение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по теме занятия, а также первоисточников. При этом

полезно прочитанную литературу законспектировать. Конспект должен отвечать трем требованиям: быть содержательным, по возможности кратким и правильно оформленным.

Содержательным его следует считать в том случае, если он передает все основные мысли авторов в целостном виде. Изложить текст кратко – это значит передать содержание книги, статьи в значительной мере своими словами. При этом следует придерживаться правила - записывать мысль автора работы лишь после того, как она хорошо понята. В таком случае поставленная цель будет достигнута. Цитировать авторов изучаемых работ (с обязательной ссылкой на источник) следует в тех случаях, если надо записывать очень важное определение или положение, обобщающий вывод.

Важно и внешнее оформление конспекта. В его начале надо указать тему семинара, дату написания, названия литературных источников, которые будут законспектированы. Глубокая самостоятельная работа над ними обеспечит успешное усвоение изучаемой дисциплины.

Одним из важнейших средств серьезного овладения теорией является **конспектирование первоисточников**.

Для составления конспекта рекомендуется сначала прочитать работу целиком, чтобы уяснить ее общий смысл и содержание. При этом можно сделать пометки о ее структуре, об основных положениях, выводах, надо стараться отличать в тексте основное от второстепенного, выводы от аргументов и доказательств. Если есть непонятные слова, надо в энциклопедическом словаре найти, что это слово обозначает. Закончив чтение (параграфа, главы, статьи) надо задать себе вопросы такого рода: В чем главная мысль? Каковы основные звенья доказательства ее? Что вытекает из утверждений автора? Как это согласуется с тем, что уже знаете о прочитанном из других источников?

Ясность и отчетливость восприятия текста зависит от многого: от сосредоточенности студента, от техники чтения, от настойчивости, от яркости воображения, от техники фиксирования прочитанного, наконец, от эрудиции – общей и в конкретно рассматриваемой проблеме.

Результатом первоначального чтения должен быть простой **план текста и четкое представление о неясных местах**, отмеченных в книге. После предварительного ознакомления, при повторном чтении следует **выделить основные мысли автора** и их развитие в произведении, обратить внимание на обоснование отдельных положений, на методы и формы доказательства, наиболее яркие примеры. В ходе этой работы окончательно отбирается материал для записи и определяется ее вид: **план, тезисы, конспект**.

План это краткий, последовательный перечень основных мыслей автора. Запись прочитанного в виде тезисов – значит выявить и записать опорные мысли текста. Разница между планом и тезисами заключается в следующем: в плане мысль называется (ставь всегда вопрос: о чем говорится?), в тезисах – формулируется – (что именно об этом говорится?). Запись опорных мыслей текста важна, но полного представления о прочитанном на основании подобной записи не составишь. Важно осмыслить, как автор доказывает свою мысль, как убеждает в истинности своих выводов. Так возникает конспект. Форма записи, как мы уже отметили, усложняется в зависимости от целей работы: план – о чем?; тезисы – о чем? что именно?; конспект – о чем? что именно? как?

Конспект это краткое последовательное изложение содержания. Основу его составляет план, тезисы и выписки. Недостатки конспектирования: многословие, цитирование не основных, а связующих мыслей, стремление сохранить стилистическую связанность текста в ущерб его логической стройности. Приступать к конспектированию необходимо тогда, когда сложились навыки составления записи в виде развернутого подробного плана.

Форма записи при конспектировании требует особого внимания: важно, чтобы собственные утверждения, размышления над прочитанным, четко отделялись при записи. Разумнее выносить свои пометки на широкие поля, записывать на них дополнительные справочные данные, помогающие усвоению текста (дата события, упомянутого авторами; сведения о лице, названном в книге; точное содержание термина). Если конспектируется текст внушительного объема, необходимо указывать страницы книги, которые охватывает та или иная часть конспекта.

Для удобства пользования своими записями важно озаглавить крупные части конспекта, подчеркивая **заголовки**. Следует помнить о назначении красной строки, стремиться к четкой графике записей - уступами, колонками. Излагать главные мысли автора и их систему аргументов - необходимо преимущественно своими словами, перерабатывая таким образом информацию, – так

проходит уяснение ее сути. Мысль, фразы, понятия в контексте, могут приобрести более пространное изложение в записи. Но текст оригинала свертывается, и студент, обрабатывая логическое мышление, учиться выделять главное и обобщать однотипные суждения, однородные факты. Кроме того, делая записи своими словами, обобщая, студент учится письменной речи.

Знание общей стратегии чтения, техники составления плана и тезисов определяет и технологию конспектирования

– Внимательно читать текст, попутно отмечая непонятные места, незнакомые термины и понятия. **Выписать на поля** значение отмеченных понятий.

– При первом чтении текста необходимо составить его **простой план**, последовательный перечень основных мыслей автора.

– При повторном чтении текста выделять **систему доказательств** основных положений работы автора.

– Заключительный этап работы с текстом состоит в осмыслении ранее отмеченных мест и их краткой последовательной записи.

– При конспектировании нужно стремиться **выразить мысль автора своими словами**, это помогает более глубокому усвоению текста.

– В рамках работы над первоисточником важен умелый **отбор цитат**. Необходимо учитывать, насколько ярко, оригинально, сжато изложена мысль. Цитировать необходимо те суждения, на которые впоследствии возможна ссылка как на авторитетное изложение мнения, вывода по тому или иному вопросу.

Конспектировать целесообразно не на отдельном листе, а в общей тетради на одной странице листа. Обратная сторона листа может быть использована для дополнений, необходимость которых выяснится в дальнейшем. При конспектировании литературы следует оставить широкие поля, чтобы записать на них план конспекта. Поля могут быть использованы также для записи своих замечаний, дополнений, вопросов. При выступлении на семинаре студент может пользоваться своим конспектом для цитирования первоисточника. Все участники занятия внимательно слушают выступления товарищей по группе, отмечают спорные или ошибочные положения в них, вносят поправки, представляют свои решения и обоснования обсуждаемых проблем.

В конце семинара, когда преподаватель занятия подводит итоги, студенты с учетом рекомендаций преподавателя и выступлений сокурсников, дополняют или исправляют свои конспекты.

### **Рекомендации для подготовки к экзамену**

При подготовке к экзамену студент внимательно просматривает вопросы, предусмотренные рабочей программой, и знакомится с рекомендованной основной литературой. Основой для сдачи экзамена студентом является изучение конспектов лекций, прослушанных в течение семестра, информация, полученная в результате самостоятельной работы в течение семестра.

## **7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет**

### **7.1. Основная литература**

1. Балдин, К. В. Методы оптимальных решений : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев ; под общ. ред. К. В. Балдина. - 5-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2020. - 323 с. - ISBN 978-5-9765-2068-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1145336> – Режим доступа: по подписке.
2. Мастяева, И. Н. Методы оптимальных решений : учебник / И.Н. Мастяева, Г.И. Горемыкина, О.Н. Семенихина. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2023. — 384 с. - ISBN 978-5-905554-24-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1907609>. – Режим доступа: по подписке.

### **7.2. Дополнительная литература.**

1. Кундышева, Е. С. Математические методы и модели в экономике : учебник для бакалавров / Е. С. Кундышева ; под науч. ред. проф. Б. А. Сулакова. — 2-е изд. — Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2020. — 286 с. - ISBN 978-5-394-03138-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1091164> (дата обращения: 18.06.2023). – Режим доступа: по подписке.
2. Орлова, И. В. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование : учебное пособие / И. В. Орлова, В. А. Половников. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Вузовский учебник : Инфра-М, 2019. - 389 с. - ISBN 978-5-9558-0208-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1021491> (дата обращения: 18.06.2023). – Режим доступа: по подписке.

### 7.3. Нормативные правовые документы.

*Не предусмотрены.*

### 7.4. Интернет-ресурсы, справочные системы.

1. Образовательный математический сайт - [exponenta.ru](http://exponenta.ru).
2. Сайт НИИ мониторинга качества образования [i-exam.ru](http://i-exam.ru).
3. Электронный учебный центр «Резольвента» <http://www.resolventa.ru/>
4. Образовательный математический сайт [www.matburo.ru](http://www.matburo.ru)
5. <http://www.finstat.ru/econometrics.htm> - Тематический каталог, изд. «Финансы и статистика»
6. [mathnet.spb.ru](http://mathnet.spb.ru)
7. [www.math.ru](http://www.math.ru)
8. [economictheory.narod.ru](http://economictheory.narod.ru)
9. <http://fmi.asf.ru/Library/Book/OperReserch/>
10. <http://www.intuit.ru/department/itmngt/microecon/>
11. <http://www.gaudeamus.omskcity.com/>
12. [http://eusi.ru/umk/vzfei\\_ekonomiko\\_matematicheskie\\_metody\\_i/](http://eusi.ru/umk/vzfei_ekonomiko_matematicheskie_metody_i/)

## 8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- лекционные аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном;
- помещения для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью.

Дисциплина поддержана соответствующими лицензионными программными продуктами: Microsoft Windows 7 Prof, Microsoft Office 2010, Kaspersky 8.2, СПС Гарант, СПС Консультант.

Программные средства обеспечения учебного процесса включают:

- программы презентационной графики (MS PowerPoint – для подготовки слайдов и презентаций);
- текстовые редакторы (MS WORD), MS EXCEL – для таблиц, диаграмм.

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся включают следующую оснащенность: столы аудиторные, стулья, доски аудиторные, компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет.

Для изучения учебной дисциплины используются автоматизированная библиотечная информационная система и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», «Электронно-библиотечная система IPRbooks», «Научная электронная библиотека eLIBRARY» и др.

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И  
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

Кафедра информационных систем и математического моделирования

УТВЕРЖДЕНА  
учёным советом  
Волгоградского института управления –  
филиала РАНХиГС  
Протокол №2 от 23.09.2021 г.

**ПРОГРАММА СПЕЦИАЛИТЕТА**

**Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности**

---

*(наименование образовательной программы)*

**ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИ-  
ПЛИНЕ**

**Б1.В.ДВ.04.02 «Экономико-математические модели и методы»**

---

*(код и наименование дисциплины)*

**38.05.01 Экономическая безопасность**

---

*(код, наименование направления подготовки /специальности)*

**Очная, заочная**

---

*(форма (формы) обучения)*

Год набора – 2022 г.

Волгоград, 2021 г.

### Вопросы к зачету:

24. Задача о назначениях. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.
25. Задача коммивояжера.
26. Элементы теории графов. Задача о кратчайшем пути в графе.
27. Основные понятия теории игр. Матричные игры. Цель игры. Решение игры.
28. Верхняя и нижняя цена игры. Максимум и минимум. Седловая точка.
29. Доминирование стратегий. Симметричные игры.
30. Решение игр  $2 \times 2$  аналитически.
31. Графическое решение игр  $2 \times 2$ .
32. Графическое решение игр  $2 \times n$  и  $2 \times m$ .
33. Сведение игр к задаче линейного программирования.
34. Игры с природой.
35. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Балансовый анализ.
36. Уравнения межотраслевого баланса. Коэффициенты прямых затрат.
37. Основная задача межотраслевого баланса. Матрица полных затрат.
38. Сетевые графики. Основные понятия. Критический путь. Сетевое планирование.
39. Ранние и полные сроки в сетевом графике. Полные резервы.
40. Предельный анализ экономических процессов. Маржинальные показатели. Эластичность функции. Ценовая эластичность спроса.
41. Модель оптимального поведения производителя для одноресурсной фирмы; для многоресурсной фирмы.
42. Многофакторные производственные функции. Производственная функция Кобба-Дугласа. Основные свойства.
43. Многофакторные производственные функции. Основные маргинальные (предельные характеристики). Предельная норма замещения.
44. Задача оптимизации выбора потребителя. Функция полезности. Основные свойства.
45. Предельные показатели функции полезности. Кривая безразличия. Предельные нормы замещения.
46. Определение точки спроса (маршалловский спрос) потребления. Законы Госсена.

### **Фонды оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине «Экономико-математические модели и методы»**

#### **Варианты контрольных работ (примерные задания)**

##### **Контрольная работа №1**

1. Решить задачу о назначениях на максимум

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 13 & 11 & 1 & 7 \\ 5 & 7 & 11 & 6 & 12 & 15 \\ 8 & 4 & 11 & 6 & 9 & 10 \\ 6 & 2 & 4 & 7 & 7 & 5 \\ 14 & 10 & 7 & 13 & 11 & 12 \\ 12 & 12 & 12 & 4 & 3 & 13 \end{pmatrix}$$

2. Решить задачу дробно-линейного программирования, максимизируя рентабельность.

	P1	P2	Запасы
P1	0,5	3	5
P2	3,8	0,2	2
Уд. затраты	0,01	0,04	Уд. пер. затраты 0,1
прибыль	0,19	0,019	

3. Для двухкритериальной задачи найдите оптимальное решение по первому критерию при уровне притязаний по второму в 0,5 от его максимума на допустимом множестве.

$$2x_1 + 8x_2 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ 6x_1 + x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти ранние и поздние сроки выполнения работ, полные резервы, критический путь.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 & 3 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 4 \\ 7 & 6 & 6 & 4 & 7 \\ 5 & 2 & 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Найти кратчайшие пути из левой верхней вершины графа в другие вершины

$$\begin{pmatrix} \circ & 2 & \circ & 2 & \circ & 5 & \circ & 3 & \circ \\ 3 & & 6 & & 5 & & 4 & & 6 \\ \circ & 4 & \circ & 6 & \circ & 5 & \circ & 2 & \circ \\ 7 & & 2 & & 6 & & 4 & & 3 \\ \circ & 7 & \circ & 6 & \circ & 6 & \circ & 4 & \circ \\ 6 & & 4 & & 3 & & 4 & & 2 \\ \circ & 5 & \circ & 2 & \circ & 2 & \circ & 7 & \circ \end{pmatrix}$$

6. Решить задачу коммивояжера

$$\begin{pmatrix} x & 12 & 1 & 1 & 7 & 2 \\ 20 & x & 16 & 8 & 2 & 3 \\ 16 & 3 & x & 20 & 4 & 8 \\ 8 & 20 & 16 & x & 9 & 11 \\ 3 & 14 & 14 & 5 & x & 18 \\ 13 & 16 & 2 & 20 & 12 & x \end{pmatrix}$$

### Контрольная работа №2

1. Найти нижнюю и верхнюю цену игры, седловую точку, если она есть.

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 & 3 \\ 1 & 8 & 5 & 9 \\ 7 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Решить игру (2x2) аналитически и графически.

а)  $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

3. Решить игру.

а)  $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 4 \\ 2 & 6 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ .

4. Заданы вероятности холодной и теплой погоды, найти оптимальную стратегию игрока.

$$\begin{matrix} 0.4 \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix} \\ 0.6 \end{matrix}$$

5. Для функции полезности  $u = x_1^{1/4} x_2^{3/4}$  найдите:
- предельные полезности в общем виде и в точке (1,1), проверьте их положительность и выполнение первого закона Госсена;
  - эластичность полезности по каждому товару;
  - найдите точку спроса в общем виде и при доходе 100, ценах (2,5).
6. Фирма производит в месяц продукции на 5000 д.е. на 20 станках. Подсчитано, что для увеличения прибыли на 1000 д.е. надо приобрести еще 5 станков. Численность рабочих составляет 20 человек. Предполагая, что производственная функция это функция Кобба – Дугласа, у которой  $\alpha + \beta = 1$ , найдите ее общий вид.
7. Подсчитано, что зависимость объема выпуска продукции предприятием от количества станков  $K$  и рабочих  $L$  определяется функцией  $Y = 30K^{1/3}L^{1/3}$ . Расходы на один станок составляют 5 у.е., а зарплата рабочего 2 у.е. Определите оптимальное количество станков и рабочих.

### Контрольная работа №3

- Найти и построить на координатной плоскости  $XY$  область определения функции двух вещественных переменных  $z(x, y) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25}} + \ln(xy)$ .
- Получить уравнения изолиний функции двух вещественных переменных  $z(x, y)$ , построить их на координатной плоскости  $XY$  и вычислить вектор градиента функции в точке  $M(1;1)$ . Найдите также в этой точке уравнение касательной плоскости к поверхности графика функции и координаты соответствующего ей вектора единичной нормали:  $z(x, y) = x^2 + 4y^2 - 2x - 16y + 20$ .
- Исследовать на экстремум функцию двух вещественных переменных:
 
$$z(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$
- Исследовать на условный экстремум функцию двух вещественных переменных  $z(x, y) = x + 2y$ , при наличии уравнения связи:  $x^2 + y^2 = 5$ .
- Даны зависимости спроса  $D$  и предложения  $S$  от цены  $p$  ( $D(p) = 400 - 20p$ ,  $S(p) = 70 + 10p$ ). Найдите равновесную цену, выручку при равновесной цене. Найдите цену, при которой выручка максимальна, и саму эту максимальную выручку.
- Дядя Федор, кот Матроскин и Шарик создали в деревне «Простоквашино» частное фермерское хозяйство «Вуенка». На местный рынок они решили поставлять коровье молоко по цене 38 руб. за литр и свежие куриные яйца по цене 20 руб. за десяток. Как показали экономические исследования кота Матроскина, издержки производства этой незамысловатой сельхозпродукции, связанные с закупкой комбикормов для коровы, кур и прочей живности, а также уплатой натуральных налогов почтальону Печкину можно приблизительно описать формулой:

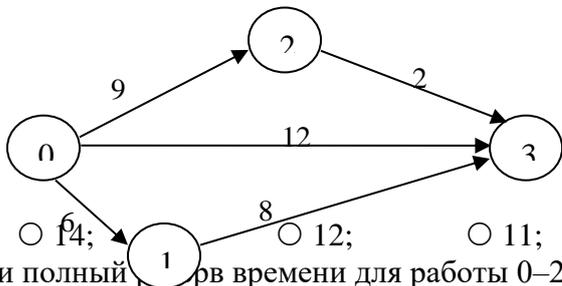
$$g(x, y) = 3x^2 + 2y^2 - 4xy,$$

где  $x$  – объем молока в литрах, которое дает корова Вуенка за неделю, а  $y$  – число десятков яиц, получаемых от кур несушек за тот же период. Используя эту информацию, требуется записать функцию чистой прибыли для хозяйства «Вуенка» и рассчитать оптимальный бизнес-план. Выяснить, сколько литров молока и сколько десятков яиц следует производить за неделю, чтобы чистая прибыль была бы максимальной. Найдите эту прибыль!

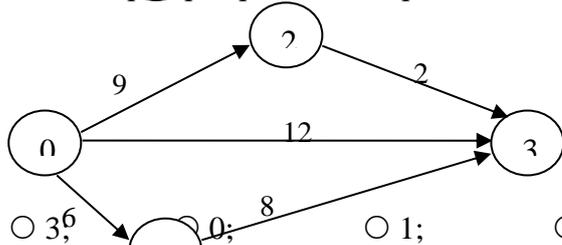
**БАНК ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ**

С тестовыми материалами по дисциплине для данной специальности можно ознакомиться по адресу <http://i-exam.ru> (сайт НИИ мониторинга качества образования).

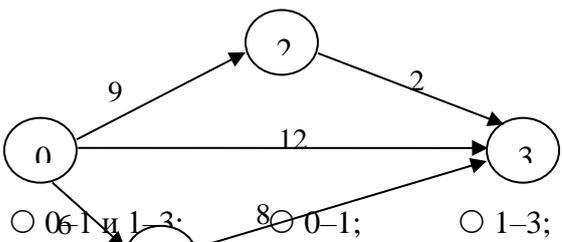
1. Указать время выполнения всего комплекса работ по заданному сетевому графику:



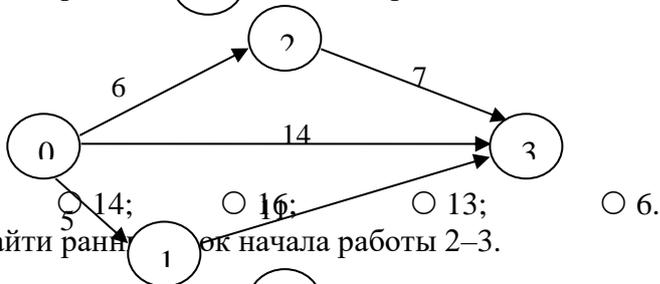
2. Найти полный срок времени для работы 0–2 по заданному сетевому графику:



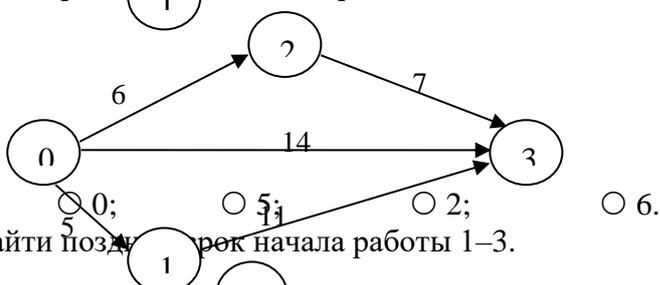
3. Для изображенного сетевого графика критическими являются работы...



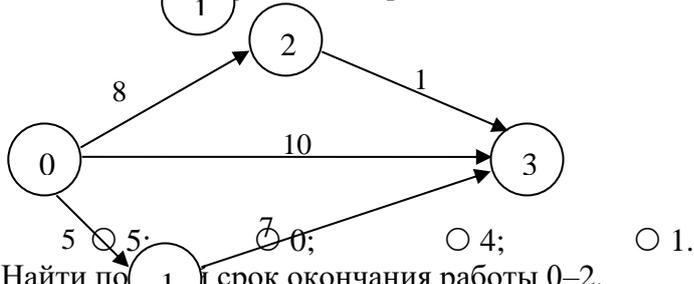
4. Найти ранний срок окончания работы 0–3.



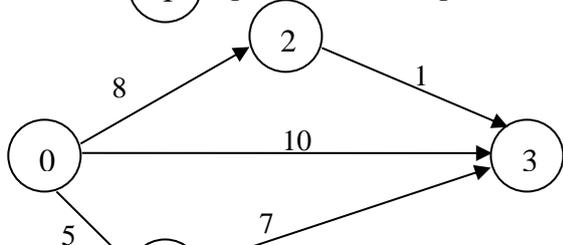
5. Найти ранний срок начала работы 2–3.



6. Найти поздний срок начала работы 1–3.

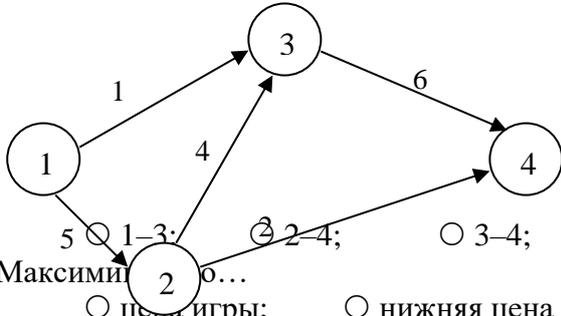


7. Найти поздний срок окончания работы 0–2.



- 11;       12;       10;       9.

8. Указать некритические работы сетевого графика.



9. Максимум...

- цена игры;       нижняя цена игры;       верхняя цена игры;       равновесие.

10. Минимакс – это...

- цена игры;       нижняя цена игры;       верхняя цена игры;       равновесие.

11. Игра имеет седловую точку, если...

- $\alpha > \beta$ ;        $\alpha < \beta$ ;        $\alpha = \beta$ ;        $\alpha \neq \beta$ .

12. Нижняя цена игры, заданной платежной матрицей  $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$ , равна...

- 2;       6;       4;       5.

13. Верхняя цена игры, заданной платежной матрицей  $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ , равна...

- 1;       5;       4;       3.

14. Основная теорема теории игр «Каждая конечная матричная игра имеет, по крайней мере, одно решение среди смешанных стратегий» - это теорема...

- Сэвиджа;  Вальда;       Байеса      4;  Неймана.

15. Найти оптимальную смешанную стратегию  $S_B^*$  игрока **В** в матричной игре  $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -6 & 10 \end{pmatrix}$

- (0,3; 0,7)       (0,7; 0,3)       (0,4; 0,6)      4;  (0,6; 0,4).

15. Найти оптимальную смешанную стратегию  $S_A^*$  игрока **А** в матричной игре  $A = \begin{pmatrix} -7 & 9 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$

- (0,36; 0,64)       (0,56; 0,44)       (0,44; 0,56)      4;  (0,64; 0,36).

16. Найти цену матричной игры  $A = \begin{pmatrix} 24 & -11 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}$

- 0,1;       0,1;       0,2;       0,3.

17. Оптимальной стратегией по критерию Байеса является  $0.4 \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

- $A_2$ ;        $A_1$ ;        $A_3$ ;        $A_4$ .

18. Найти оптимальную стратегию игры с природой по критерию Лапласа  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- $A_2$ ;        $A_1$ ;        $A_3$ ;        $A_4$ .

19. Найти оптимальную стратегию игры с природой по критерию Вальда  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

A<sub>2</sub>;                       A<sub>1</sub>;                       A<sub>3</sub>;                       A<sub>4</sub>.

20. Найти оптимальную стратегию игры с природой по критерию Гурвица при степени пессимизма

0,6  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

A<sub>2</sub>;                       A<sub>1</sub>;                       A<sub>3</sub>;                       A<sub>4</sub>.

21. Найти оптимальную стратегию игры с природой по критерию полного оптимизма  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

A<sub>2</sub>;                       A<sub>1</sub>;                       A<sub>3</sub>;                       A<sub>4</sub>.

22. Найти оптимальную стратегию игры с природой по критерию Сэвиджа  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

A<sub>2</sub>;                       A<sub>1</sub>;                       A<sub>3</sub>;                       A<sub>4</sub>.

23. Линия уровня функции полезности называется...

изокванта;  кривая «доход – потребление»;  кривая «цена – потребление»;  кривая безразличия.

24. Задана функция полезности  $u = x + 2\sqrt{y}$ . Тогда кривая безразличия задается уравнением...

$\frac{x}{2\sqrt{y}} = C$ ;   $x + 2\sqrt{y} = C$ ;   $1 + \frac{1}{\sqrt{y}} = C$ ;   $2x\sqrt{y} = C$ .

25. Функция полезности потребителя имеет вид  $u = \sqrt{xy}$ . Цена на благо  $x = 20$ , на благо  $y = 10$ , доход потребителя равен 200. Тогда оптимальный набор благ потребителя имеет вид...

$x = 0; y = 20$ ;   $x = 8; y = 4$ ;   $x = 5; y = 10$ ;   $x = 10; y = 10$ .

26. Функция полезности потребителя имеет вид  $u = \sqrt{xy}$ . Цена на благо  $x = 20$ , на благо  $y = 5$ , доход потребителя равен 200. Тогда оптимальный набор благ потребителя имеет вид...

$x = 4; y = 24$ ;   $x = 20; y = 20$ ;   $x = 5; y = 20$ ;   $x = 0; y = 40$ .

27. Функция полезности потребителя имеет вид  $U(X; Y) = X^{0,4}Y^{0,5}$ . Тогда предельная норма

замещения продукта Y продуктом X  $k = -\frac{U'_Y}{U'_X}$  равна...

1,25;  0,8;  -1,25;  -0,8.

28. Дана функция спроса  $q = \frac{p+8}{p+1}$  и предложения  $s = 2p + 2,5$ , где  $p$  – цена товара. Тогда

равновесный объем «спрос – предложение» равен...

4,5;  1;  8;  13,5.

29. Дана функция спроса  $q = \frac{p+6}{p+1}$  и предложения  $s = 2p + 1,5$ , где  $p$  – цена товара. Тогда

равновесный объем «спрос – предложение» равен...

3,5;  4,5;  1;  2,25.

30. Формула для вычисления эластичности функции имеет вид...

$E_x(y) = \frac{y}{x} y'$ ;   $E_x(y) = xy y'$ ;   $E_x(y) = \frac{x}{y} y'$ ;   $E_x(y) = \frac{y'}{xy}$ .

31. Эластичность степенной функции  $y = x^\alpha$  равна...

$\alpha x^{\alpha-1}$ ;   $\alpha$ ;   $1-\alpha$ ;   $1+\alpha$ .

32. Эластичность линейной функции  $y = kx + b$  равна...

$\frac{kx}{kx+b}$ ;   $\frac{kx+b}{kx}$ ;   $k$ ;   $kx$ .

33. Исследованиями установлено, что спрос  $q$  (изделий в сутки) на товар А в торговой фирме «Ландыш» зависит от его цены в рублях  $p$  по формуле  $q = 2592 - 2p^2 + 18p$ . При какой цене неэластичный спрос переходит в эластичный?

15;  16;  18;  20;  24.

34. Спрос на товар называется эластичным, если...

$|E_p(q)| < 1$ ;   $|E_p(q)| = 1$ ;   $|E_p(q)| = 0$ ;   $|E_p(q)| > 1$ .

35. Исследованиями установлено, что спрос  $q$  (изделий в сутки) на товар А в торговой фирме «Ландыш» зависит от его цены в рублях  $p$  по формуле  $q = 432 - p^2 + 15p$ . При какой цене неэластичный спрос переходит в эластичный?

15;  16;  18;  20;  24.

36. Линия уровни производственной функции называется...

изокванта;  кривая безразличия;  изокоста;  изоклинал.

37. Для мультипликативной производственной функции  $Y = 2K^{0,6}L^{0,51}$  коэффициент эластичности по капиталу равен...

1,11;  0,6;  0,51;  3,11.

38. Для мультипликативной производственной функции  $Y = 2K^{0,57}L^{0,64}$  коэффициент эластичности по труду равен...

0,57;  3,21;  1,21;  0,64.

39. Производственная функция задается как  $Y = K^{0,5}L^{0,5}$ . Тогда предельный продукт труда  $\frac{\partial Y}{\partial L}$  при  $K=4$ ,  $L=25$  равен...

0,4;  0,2;  1,25;  2,5.

40. Производственная функция задается как  $Y = K^{0,5}L^{0,5}$ . Тогда предельный продукт труда  $\frac{\partial Y}{\partial L}$  при  $K=25$ ,  $L=4$  равен...

10;  2,5;  1,25;  0,2.

41. Производственная функция задается как  $Y = K^{0,5}L^{0,5}$ . Тогда предельный продукт труда  $\frac{\partial Y}{\partial L}$  при  $K=36$ ,  $L=9$  равен...

18;  0,25;  2;  1.

42. Производственная функция задается как  $Y = K^{0,5}L^{0,5}$ . Тогда предельная фондоемкость  $\frac{\partial Y}{\partial K}$  при  $K=4$ ,  $L=25$  равен...

0,4;  0,2;  1,25;  2,5.

43. Производственная функция задается как  $Y = K^{0,5}L^{0,5}$ . Тогда предельная фондоемкость  $\frac{\partial Y}{\partial K}$  при  $K=25$ ,  $L=4$  равен...

0,4;  0,2;  1,25;  2,5.

44. Производственная функция задается как  $Y = K^{0.5}L^{0.5}$ . Тогда предельная фондоемкость  $\frac{\partial Y}{\partial K}$  при  $K=8$ ,  $L=50$  равен...

- 0,4;  0,2;  1,25;  2,5.

45. Неоклассическая мультипликативная производственная функция может иметь вид...

- $Y(K; L) = K^{-0.4}L^{-0.6}$ ;   $Y(K; L) = 0,4K + 0,6L$ ;   $Y(K; L) = K^{0.4}L^{0.6}$ ;   $Y(K; L) = K^4L^{0.6}$ .

46. Неоклассическая мультипликативная производственная функция может иметь вид...

- $Y(K; L) = K^{-0.3}L^{-0.7}$ ;   $Y(K; L) = 0,3K + 0,7L$ ;   $Y(K; L) = K^{0.3}L^{0.7}$ ;   $Y(K; L) = K^3L^{0.7}$ .

47. Мультипликативная производственная функция имеет вид  $Y(K; L) = K^{0.6}L^{0.3}$ . Тогда увеличение объема капитала на 1% приведет к увеличению валового выпуска на...

- 0,6%;  0,3%;  0,9%;  0,5%.

48. Мультипликативная производственная функция имеет вид  $Y(K; L) = 0,7K^{0.5}L^{0.3}$ . Тогда увеличение объема труда на 1% приведет к увеличению валового выпуска на...

- 0,7%;  0,3%;  0,8%;  0,5%.

49. Мультипликативная производственная функция имеет вид  $Y(K; L) = 0,9K^{0.2}L^{0.3}$ . Тогда увеличение объема труда на 1% приведет к увеличению валового выпуска на...

- 0,2%;  0,3%;  0,9%;  0,5%.

50. Зависимость между издержками производства  $C$  и объемом продукции  $Q$  выражается функцией  $C = 31Q - 0,09Q^3$ . Тогда предельные издержки  $\frac{dC}{dQ}$  при объеме производства  $Q = 10$  равны...

- 28,3;  4;  220;  22.

51. Межотраслевые потоки  $x_{ij}$  в трехотраслевой производственно – экономической системе

представлены матрицей  $\begin{pmatrix} 25 & 15 & 10 \\ 10 & 25 & 15 \\ 10 & 25 & 25 \end{pmatrix}$ , а конечные продукты отраслей – столбцом  $Y = \begin{pmatrix} 50 \\ 30 \\ 20 \end{pmatrix}$ . Тогда

матрица коэффициентов прямых затрат имеет вид...

- $\begin{pmatrix} 0,25 & 0,15 & 0,10 \\ 0,10 & 0,25 & 0,15 \\ 0,10 & 0,25 & 0,25 \end{pmatrix}$ ;   $\begin{pmatrix} 0,50 & 0,50 & 0,50 \\ 0,20 & 0,83 & 0,75 \\ 0,20 & 0,83 & 1,25 \end{pmatrix}$ ;
- $\begin{pmatrix} 0,25 & 0,15 & 0,10 \\ 0,125 & 0,3125 & 0,1875 \\ 0,125 & 0,3125 & 0,3125 \end{pmatrix}$ ;   $\begin{pmatrix} 0,25 & 0,1875 & 0,125 \\ 0,10 & 0,3125 & 0,1875 \\ 0,10 & 0,3125 & 0,3125 \end{pmatrix}$ .

52. Межотраслевые потоки  $x_{ij}$  в трехотраслевой производственно – экономической системе

представлены матрицей  $\begin{pmatrix} 5 & 10 & 15 \\ 15 & 5 & 10 \\ 10 & 15 & 5 \end{pmatrix}$ , а конечные продукты отраслей – столбцом  $Y = \begin{pmatrix} 20 \\ 50 \\ 10 \end{pmatrix}$ . Тогда

матрица коэффициентов прямых затрат имеет вид...

- $\begin{pmatrix} 0,25 & 0,125 & 0,375 \\ 0,30 & 0,0625 & 0,25 \\ 0,20 & 0,1875 & 0,125 \end{pmatrix}$ ;   $\begin{pmatrix} 0,05 & 0,10 & 0,15 \\ 0,15 & 0,05 & 0,10 \\ 0,10 & 0,15 & 0,05 \end{pmatrix}$ ;
- $\begin{pmatrix} 0,25 & 0,20 & 1,50 \\ 0,75 & 0,10 & 1,00 \\ 0,50 & 0,30 & 0,50 \end{pmatrix}$ ;   $\begin{pmatrix} 0,10 & 0,20 & 0,30 \\ 0,1875 & 0,0625 & 0,125 \\ 0,25 & 0,375 & 0,125 \end{pmatrix}$ .

53. Межотраслевые потоки  $x_{ij}$  в трехотраслевой производственно – экономической системе

представлены матрицей  $\begin{pmatrix} 10 & 5 & 15 \\ 20 & 10 & 25 \\ 30 & 5 & 35 \end{pmatrix}$ , а конечные продукты отраслей – столбцом  $Y = \begin{pmatrix} 50 \\ 25 \\ 30 \end{pmatrix}$ . Тогда

матрица коэффициентов прямых затрат имеет вид...

$$\circ \begin{pmatrix} 0,125 & 0,0625 & 0,1875 \\ 0,25 & 0,125 & 0,3125 \\ 0,30 & 0,05 & 0,35 \end{pmatrix}; \circ \begin{pmatrix} 0,20 & 0,20 & 0,50 \\ 0,40 & 0,40 & 0,83 \\ 0,60 & 0,25 & 1,17 \end{pmatrix};$$

$$\circ \begin{pmatrix} 0,125 & 0,0625 & 0,15 \\ 0,25 & 0,125 & 0,25 \\ 0,375 & 0,0625 & 0,35 \end{pmatrix}; \circ \begin{pmatrix} 0,10 & 0,05 & 0,15 \\ 0,20 & 0,10 & 0,25 \\ 0,30 & 0,05 & 0,35 \end{pmatrix}.$$

Тесты оцениваются по 100 балльной шкале. Все задания равноценны.