

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И  
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

Кафедра экономики и финансов

УТВЕРЖДЕНА  
учёным советом  
Волгоградского института управления –  
филиала РАНХиГС  
Протокол №2 от 15.09.2022 г

**ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА**

**Финансы и кредит**

---

*(наименование образовательной программы)*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ,  
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса**

**Б1.О.02 «АЛГЕБРА»**

---

*(код и наименование дисциплины)*

**38.03.01 Экономика**

---

*(код, наименование направления подготовки /специальности)*

**Очная**

---

*(форма (формы) обучения)*

Год набора – 2023 г.

Волгоград, 2022 г.

**Автор-составитель:**

Канд. экономических наук, доцент кафедры информационных систем и математического моделирования Макарова Е.А.

*(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)*

Заведующий кафедрой

информационных систем и математического моделирования О.А. Астафурова

---

*(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)*

**Автор-составитель:**

к. ф-м.н., доцент, доцент кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг» Чернова М.В.

---

*(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)*

**Заведующий кафедрой**

«Фондовые рынки и финансовый инжиниринг» д.э.н.Корищенко К.Н.

---

*(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)*

РПД Б1.О.02 «Алгебра» одобрена на заседании кафедры «Информационных систем и математического моделирования»

Протокол от 31 августа 2021 года № 1

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....</b>	<b>4</b>
1.1. Осваиваемые компетенции.....	4
1.2. Результаты обучения.....	4
<b>2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....</b>	<b>5</b>
<b>3. Содержание и структура дисциплины.....</b>	<b>6</b>
3.1. Структура дисциплины.....	6
3.2. Содержание дисциплины.....	Ошибка! Закладка не определена.
<b>4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....</b>	<b>11</b>
4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.....	11
4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....	12
<b>5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине.....</b>	<b>30</b>
5.1. Методы проведения экзамена.....	30
5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации.....	30
<b>6. Методические материалы по освоению дисциплины.....</b>	<b>32</b>
<b>7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет.....</b>	<b>37</b>
7.1. Основная литература.....	37
7.2. Дополнительная литература.....	37
7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация.....	37
7.4. Интернет-ресурсы, справочные системы.....	38
7.5. Иные источники.....	38
<b>8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....</b>	<b>38</b>

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

## 1.1. Осваиваемые компетенции

Дисциплина **Б1.О.02 «Алгебра»** обеспечивает овладение следующими компетенциями

Код компетенции	Наименование компетенции	Код компонента компетенции	Наименование компонента компетенции
ПКо ОС II – 2	Способность использовать алгебраические методы для решения прикладных задач	ПКо ОС II – 2.1	Создание парадигмы мышления в рамках национальной экономики базирующаяся на моделях линейной алгебры

## 1.2. Результаты обучения

В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Использование трудовых функций обязательно только для профессиональных компетенций, установленных самостоятельно

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Учебная дисциплина Б1.О.02 «Алгебра» относится к блоку обязательной части дисциплин. В соответствии с учебным планом, по очной форме обучения дисциплина осваивается в 1 семестре, по заочной форме обучения дисциплина осваивается на 1 курсе, общая трудоемкость дисциплины в зачетных единицах составляет 180 часов (5 ЗЕТ).

По очной форме обучения количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) – 66 часа (лекций – 32 часа, практических занятий – 32 часа, консультации – 2 часа), контроль -36 часов и на самостоятельную работу обучающихся – 78 часов.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – экзамен.

Освоение дисциплины опирается на приобретенные ранее умения и навыки по математике.

Дисциплина Б1.О.02 «Алгебра» реализуется после изучения дисциплины Б1.О.01 «Математический анализ».

## 3.Содержание и структура дисциплины

### 3.1. Структура дисциплины

#### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов),	Объем дисциплины (модуля), час.					СР О	Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л, ДОТ	ЛР/ ДОТ	ПЗ/ ДОТ*	КСР		
Тема 1	Матрицы и определители.	20	6		6		8	К,Кол
Тема 2	Системы линейных уравнений.	22	6		6		10	К,Кол
Тема 3	Векторы и операции над ними.	14	2		2		10	К,Кол

Тема 4	Элементы аналитической геометрии.	22	6		6		10	<i>К, Кол</i>
Тема 5	Линейные пространства.	18	4		4		10	<i>К, Кол</i>
Тема 6	Евклидовы пространства.	14	2		2		10	<i>К, Кол</i>
Тема 7	Линейные операторы.	18	4		4		10	<i>К, Кол</i>
Тема 8	Квадратичные формы.	14	2		2		10	<i>К, Кол</i>
Консультация		2						
Промежуточная аттестация		36						Экз
<b>Итого:</b>		<b>180</b>	<b>32</b>		<b>32</b>		<b>78</b>	

*Примечание:*

\* формы заданий текущего контроля успеваемости: контрольные работы (К), опрос (О), тестирование (Т), коллоквиум (Кол) и виды учебных заданий: эссе (Э), реферат (Р), доклад (Д)

\*\* формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз), зачет (З), зачет с оценкой (ЗО).

### 3.2 Содержание дисциплины (модуля)

#### Тема 1. Матрицы и определители.

Основные сведения о матрицах. Умножение матрицы на число. Сложение и

умножение матриц. Возведение матрицы в целую положительную степень. Транспонирование матриц. Введение определителя. Свойства определителей. Вычисление определителей. Существование обратной матрицы и её вычисление. Ранг матрицы.

**Тема 2. Системы линейных уравнений.**

Общие понятия систем линейных уравнений. Нахождение единственного решения систем линейных уравнений. Общий подход к решению систем уравнений. Условие разрешимости системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.

**Тема 3. Векторы и операции над ними.**

Двумерное, трёхмерное, многомерное пространство. Линейные операции над векторами. Коллинеарные и компланарные векторы. Скалярное произведение. Векторное произведение.

**Тема 4. Элементы аналитической геометрии.**

Прямые линии на плоскости. Уравнение плоскости и прямой в пространстве. Линии и поверхности второго порядка.

**Тема 5. Линейные пространства.**

Понятие линейного векторного пространства. Вектор в n-мерном пространстве. Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Линейные подпространства.

**Тема 6. Евклидовы пространства.**

Евклидово пространство. Свойства длины вектора. Ортогональные векторы. Ортонормированная система векторов. Ортогонализация.

**Тема 7. Линейные операторы.**

Линейные операторы и их свойства. Матрица оператора в различных базисах. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Симметричный оператор. Линейные модели обмена.

**Тема 8. Квадратичные формы.**

Понятие квадратичной формы. Связь между квадратичной формой и линейным оператором. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Положительно-определённые формы, отрицательно-определённые формы. Критерий Сильвестра.

**4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся**

**4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации**

В ходе реализации дисциплины Б1.О.02 «Алгебра» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1	Матрицы и определители.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 2	Системы линейных уравнений.	Контрольная работа №1 Коллоквиум №1
Тема 3	Векторы и операции над ними.	Контрольная работа №2 Коллоквиум №2
Тема 4	Элементы аналитической геометрии.	Контрольная работа №3 Коллоквиум №2
Тема 5	Линейные пространства.	Контрольная работа №4 Коллоквиум №3
Тема 6	Евклидовы пространства.	Контрольная работа №4 Коллоквиум №3

Тема 7	Линейные операторы.	Контрольная работа №5 Коллоквиум №4
Тема 8	Квадратичные формы.	Контрольная работа №6 Коллоквиум №4

## 4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

**Тема 1. Матрицы и определители.**

**Тема 2. Системы линейных уравнений.**

### Задания для контрольной работы №1

1. Найдите матрицу  $C$ , если

$$a) \begin{pmatrix} 6 & 17 & 21 \\ -7 & 20 & 7 \\ 2 & -3 & 7 \end{pmatrix} - 3C = 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 10 & 3 \\ 7 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$c \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

b)

2. Решите систему линейных уравнений с помощью определителей:

$$\begin{cases} 5x + 3y + z = 24 \\ 4x + 2y + 5z = 13 \\ 3x + 2y + 2z = 14 \end{cases}$$

3. Исследуйте и найдите решение следующих систем линейных уравнений:

$$a) \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 5x_3 - 3x_4 - 5x_5 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 4 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = -2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

### Вопросы для коллоквиума №1:

1. Матрицы и действия над ними.
2. Определители и их свойства.
3. невырожденная матрица. Обратная матрица.
4. Нахождение обратной матрицы.
5. Системы линейных уравнений, основные определения.
6. Исследование и решение систем линейных уравнений с помощью определителей.

Формулы Крамера.

7. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
8. Элементарные преобразования над матрицами.

9. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
10. Теорема Кронеккера –Капелли.
11. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
12. Представление процесса производства за определенный период (таблица с пояснением).
13. Соотношения баланса. Натуральный и стоимостный межотраслевые балансы.
14. Гипотеза линейности Леонтьева. Коэффициент прямых затрат.
15. Матрица полных затрат. Продуктивная матрица.
16. Критерии продуктивности. Чистая продукция.

### Тема 3. Векторы и операции над ними.

#### Задание для контрольной работы №2

1. Дано: вектор  $r = \{-1, -2, 3\}$  и точки  $A(4, -9, 2), B(1, 1, 4), C(1, 10, 0), D(2, -4, 0)$ .  
Найти: 1.  $|AB|, |AC|, |AD|$ ; Угол между векторами  $AB$  и  $AC$ ; объем пирамиды  $ABCD$ .
2. Компланарны ли векторы  $r, AB$  и  $AC$ ?
3. Коллинеарны ли векторы  $r$  и  $AB$ ?
4. Разложить вектор  $r$  по базису  $AB, AC, AD$ .
5. Упростить выражение:  $3i \times (j-2k) - j \times (-2i-k) + k \times (i-j+2k)$ .
2. Сделать построение в системе координат.

#### Вопросы для коллоквиума №2:

1. Векторы. Основные понятия. Проекция вектора на вектор и ее свойства.
2. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по базису. Координаты вектора.
3. Действия над векторами в координатах.
4. Направляющие косинусы вектора.
5. Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие перпендикулярности векторов.
6. Векторное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл векторного произведения. Условие коллинеарности векторов.
7. Смешанное произведение векторов и его свойства. Условие компланарности векторов. Геометрический смысл смешанного произведения.

### Тема 4. Элементы аналитической геометрии.

#### Задания для контрольной работы №3

**Задание № 1.** По виду уравнений прямых указать особенности в расположении каждой прямой относительно осей координат и построить отдельно эти прямые в декартовой прямоугольной системе координат.

$$1) 2x + 3y - 6 = 0;$$

$$2) x + y = 0;$$

$$3) y - 3 = 0;$$

$$4) \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1.$$

**Задание № 2.** Составить общее уравнение прямой, проходящей через заданные точки:

$$A(1; 1), B(3; -3).$$

**Задание № 3.** Указать взаимное расположение прямых на плоскости:



$$3x - 5y - 9 = 0 \text{ и } 10x - 6y + 4 = 0.$$

**Задание № 4.** Даны пять уравнений плоскостей. По их виду указать особенности в расположении каждой плоскости относительно декартовой прямоугольной системы координат и построить отдельно эти плоскости.

- 1)  $5x - 3y - 2z - 7 = 0$ ;                      2)  $4x - 10y + z = 0$ ;  
 3)  $x + z - 1 = 0$ ;                                4)  $2x + 3y = 0$ ;  
 5)  $z - 4 = 0$ .

**Задание № 5.** Определить и построить кривые:

- 1)  $16x^2 + 3y^2 = 48$ ;  
 2)  $x^2 + y^2 = 4$ ;  
 3)  $x^2 = -4y$ .

### Вопросы для коллоквиума №2:

1. Способы задания прямой на плоскости. Основные уравнения. Взаимное расположение прямых на плоскости.
2. Кривые второго порядка. Окружность, эллипс.
3. Кривые второго порядка. Гипербола.
4. Кривые второго порядка. Парабола.
5. Способы задания прямой в пространстве. Основные уравнения. Взаимное расположение прямых в пространстве.
6. Общее уравнение плоскости. Особые случаи (неполные уравнения).

### Тема 5. Линейные пространства.

### Тема 6. Евклидовы пространства.

#### Задания для контрольной работы №4

1.

1. В некотором базисе даны вектора  $a_1 = (1, 2, 1)$ ,  $a_2 = (2, 1, 1)$ ,  $a_3 = (-1, -2, 1)$ . Найти все значения  $m$ , при которых вектор  $b = (2, 3, m)$  линейно выражается через векторы  $a_1, a_2, a_3$ .

2.

2. Выяснить является ли систем векторов линейно зависимой:

$$a_1 = (-1, 7, 1, -2), a_2 = (2, 3, 2, 1), a_3 = (4, 4, 4, -3), a_4 = (1, 6, -1, 1).$$

3.

3. Выяснить ранг и указать какой-нибудь базис системы векторов:

$$1) a_1 = (1, 2, 1), a_2 = (2, 1, 3), a_3 = (1, 5, 0), a_4 = (2, -2, 4);$$

$$2) a_1 = (1, 1, 4, 2), a_2 = (1, -1, -2, 4), a_3 = (0, 2, 6, -2), a_4 = (-3, 3, 3, -12), a_5 = (-1, 0, -4, -3).$$

4.

4. Выяснить, образуют ли базис трехмерного пространства  $R^3$  векторы  $a_1 = (1, 1, 1)$ ,  $a_2 = (1, 0, 1)$ ,  $a_3 = (2, 1, 2)$ .

5.

1. Нормировать вектор  $x$ , заданный в ортонормированном базисе соответствующего евклидова пространства:  $x = 4e_1 - 2e_2 + 2e_3 - e_4$ .

6.

3. Проверить, что векторы  $x=(3,1,2)$  и  $y=(-1,1,1)$  ортогональны, и дополнить их до

ортогонального базиса пространства  $E^3$

### Вопросы для коллоквиума №3:

1. Определение линейного пространства. Аксиомы линейного пространства.
2. n-мерный арифметический вектор. Сумма, произведение арифметических векторов. n-мерное арифметическое векторное пространство.
3. Система, подсистема и линейная комбинация векторов.
4. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
5. Базис и ранг системы векторов.
6. Базис и размерность линейного пространства.
7. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису. Матрица перехода.
8. Евклидово пространство. n-мерное арифметическое евклидово пространство.
9. Длина вектора и ее свойства. Угол между векторами.
10. Ортогональные векторы и их свойства.
11. Ортогональный базис. Ортонормированный базис.
12. Системы линейных однородных уравнений. Тривиальное решение.
13. Существование различного числа решений однородной системы линейных уравнений
14. Фундаментальная система решений (понятие, две теоремы).
15. Алгоритм построения фундаментальной системы решений.
16. Связь между однородными и соответствующими неоднородными системами линейных уравнений.

### Тема 7. Линейные операторы.

### Тема 8. Квадратичные формы.

### Задания для контрольной работы №5

2. Линейный оператор  $\phi$  задан матрицей  $A_\phi$ . Найти координаты вектора  $y=\phi(x)$  в

этом же базисе:  $A_\phi = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $x=(2,4,-1)$ .

3. В пространстве  $L$  действует линейный оператор  $\phi$ , заданный в базисе

$B = \{e_1, e_2, e_3\}$  матрицей  $A_\phi = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти координаты: образа вектора  $x=(1,4,1)_B$ ;

прообраза вектора  $y=(1,2,3)_B$ .

### Вопросы для коллоквиума №4:

1. Оператор, образ, прообраз.
2. Линейный оператор.
3. Матрица линейного оператора.
4. Связь между образом и прообразом.
5. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.

6. Равные операторы. Действия над операторами.
7. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.
8. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора.
9. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора.
10. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.

### Задания для контрольной работы №6

1. Привести квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = -16x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3$  к каноническому виду методом Лагранжа.

2. Привести квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$  к каноническому виду ортогональным преобразованием.

3. Исследовать квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2$  на знакоопределенность.

### Вопросы для коллоквиума №4:

1. Спектр линейного оператора. Оператор с простым спектром.
2. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
3. Линейное преобразование переменных.
4. Эквивалентные квадратичные формы.
5. Канонический вид квадратичной формы.
6. Метод Лагранжа.
7. Метод ортогональных преобразований.
8. Закон инерции квадратичных форм.
9. Классификация квадратичных форм.
10. Критерий Сильвестра.
11. Простая модель обмена. Матрица обмена.
12. Модель международной торговли. Структурная матрица торговли.

### Шкала оценивания

#### Контрольная работа

При проведении контрольной работы обучающимся предлагается выполнить несколько практических заданий (4-5) в соответствии с пройденными темами. Время написания контрольной работы составляет 90 мин. (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным).

Критерии оценивания	Каждое задание контрольной работы оценивается определенным количеством баллов (в соответствии с этапами выполнения задания). Оценивается: ход решения задачи, наличие ошибок в расчетах, наличие верного ответа. Баллы, полученные студентом за решение каждого задания, суммируются. Общее количество возможных баллов за
---------------------	--

	контрольную работу принимаются за 100%.
Шкала оценивания	<p>«Отлично»: - 86%-100% правильных ответов и решений.</p> <p>«Хорошо»: - 71%-84% правильных ответов и решений.</p> <p>«Удовлетворительно»: - 51%-70% правильных ответов и решений.</p> <p>«Неудовлетворительно»: - менее 50% правильных ответов и решений.</p>

### Коллоквиум

Коллоквиум проводится на практических занятиях в форме индивидуальной беседы преподавателя с каждым обучающимся.

Преподаватель задает несколько (4-5) кратких вопросов, позволяющих выяснить степень освоения материала обучающимся.

Ответ на каждый вопрос оценивается отдельно.

Критерии оценивания	Полнота ответа на вопрос, знание терминологии; способность аргументировать свой ответ; способность раскрывать причинно-следственные связи между экономическими фактами, явлениями и процессами; способность делать выводы.
Шкала оценивания	<p>«Отлично» - вопрос раскрыт полностью, точно обозначены основные понятия и характеристики по теме.</p> <p>«Хорошо» - вопрос раскрыт, однако нет полного описания всех необходимых элементов.</p> <p>«Удовлетворительно» - вопрос раскрыт не полно, присутствуют грубые ошибки, однако есть некоторое понимание раскрываемых понятий.</p> <p>«Неудовлетворительно» - ответ на вопрос отсутствует или в целом не верен.</p>

По итогам ответов на каждый вопрос выставляется общий балл за коллоквиум.

## 5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине

### 5.1. Методы проведения экзамена

Экзамен проводится с применением следующих методов: метод письменного опроса по вопросам из перечня примерных вопросов из п.5.2.

### 5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации

Компонент компетенции	Промежуточный / ключевой индикатор оценивания	Критерий оценивания
ПКо ОС II – 2 Способность использовать алгебраические методы для решения прикладных задач	Способен выбирать алгебраические методы для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, а также применять навыки анализа результатов расчетов и обоснования полученных выводов	Демонстрирует навыки выбора и использования методов линейной алгебры для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса, интерпретации и анализа полученных результатов, с применением креативных решений, основывающихся на личных взглядах

### Типовые оценочные средства промежуточной аттестации

#### Вопросы к экзамену по дисциплине «Алгебра»

1. Матрицы и действия над ними.
2. Определители и их свойства.
3. невырожденная матрица. Обратная матрица.
4. Нахождение обратной матрицы.
5. Системы линейных уравнений, основные определения.
6. Исследование и решение систем линейных уравнений с помощью определителей. Формулы Крамера.
7. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
8. Элементарные преобразования над матрицами.
9. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
10. Теорема Кронеккера –Капелли.
11. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
12. Представление процесса производства за определенный период (таблица с пояснением).
13. Соотношения баланса. Натуральный и стоимостный межотраслевые балансы.
14. Гипотеза линейности Леонтьева. Коэффициент прямых затрат.
15. Матрица полных затрат. Продуктивная матрица.
16. Критерии продуктивности. Чистая продукция.
17. Векторы. Основные понятия. Проекция вектора на вектор и ее свойства.
18. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по базису. Координаты вектора.
19. Действия над векторами в координатах.
20. Направляющие косинусы вектора.
21. Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие перпендикулярности векторов.
22. Векторное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл векторного произведения. Условие коллинеарности векторов.
23. Смешанное произведение векторов и его свойства. Условие компланарности векторов. Геометрический смысл смешанного произведения.
24. Способы задания прямой на плоскости. Основные уравнения. Взаимное расположение прямых на плоскости.
25. Кривые второго порядка. Окружность, эллипс.
26. Кривые второго порядка. Гипербола.
27. Кривые второго порядка. Парабола.
28. Способы задания прямой в пространстве. Основные уравнения. Взаимное расположение прямых в пространстве.
29. Общее уравнение плоскости. Особые случаи (неполные уравнения).

30. Определение линейного пространства. Аксиомы линейного пространства.
31.  $n$ -мерный арифметический вектор. Сумма, произведение арифметических векторов.  $n$ -мерное арифметическое векторное пространство.
32. Система, подсистема и линейная комбинация векторов.
33. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
34. Базис и ранг системы векторов.
35. Базис и размерность линейного пространства.
36. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису. Матрица перехода.
37. Евклидово пространство.  $n$ -мерное арифметическое евклидово пространство.
38. Длина вектора и ее свойства. Угол между векторами.
39. Ортогональные векторы и их свойства.
40. Ортогональный базис. Ортонормированный базис.
41. Системы линейных однородных уравнений. Тривиальное решение.
42. Существование различного числа решений однородной системы линейных уравнений
43. Фундаментальная система решений (понятие, две теоремы).
44. Алгоритм построения фундаментальной системы решений.
45. Связь между однородными и соответствующими неоднородными системами линейных уравнений.
46. Оператор, образ, прообраз.
47. Линейный оператор.
48. Матрица линейного оператора.
49. Связь между образом и прообразом.
50. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
51. Равные операторы. Действия над операторами.
52. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.
53. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора.
54. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора.
55. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
56. Спектр линейного оператора. Оператор с простым спектром.
57. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
58. Линейное преобразование переменных.
59. Эквивалентные квадратичные формы.
60. Канонический вид квадратичной формы.
61. Метод Лагранжа.
62. Метод ортогональных преобразований.
63. Закон инерции квадратичных форм.
64. Классификация квадратичных форм.
65. Критерий Сильвестра.
66. Простая модель обмена. Матрица обмена.
67. Модель международной торговли. Структурная матрица торговли.

### **Шкала оценивания**

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при письменном ответе во время промежуточной аттестации определяется оценками «Отлично» / «Хорошо»/ «Удовлетворительно»/ «Неудовлетворительно». Критериями оценивания на экзамене

является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике.

Приняты следующие соответствия:

- 90-100% - «отлично» (5);
- 75-89% - «хорошо» (4);
- 60-74% - «удовлетворительно» (3);
- менее 60% - «неудовлетворительно» (2).

При оценивании результатов экзамена используется следующая шкала оценок:

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Оценка</b>
Демонстрирует знание материала в полном объеме, логически правильно излагает ответы на вопросы; имеет навык правильного выбора и использования методов линейной алгебры для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса, интерпретации и анализа полученных результатов.	5 (отлично)
Демонстрирует знание материала в полном объеме, но незначительно нарушает последовательность изложения, дает неуверенные и недостаточно полные ответы на вопросы; правильно выбирает, методы линейной алгебры для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса, интерпретации и анализа полученных результатов, но имеет небольшие затруднения при реализации методов.	4 (хорошо)
Демонстрирует знание предмета, но материал излагает фрагментарно и непоследовательно, допускает ошибки в применении метода решения, задачу решает частично; имеет затруднения при выборе методов линейной алгебры для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса; не имеет навыка интерпретации и анализа полученных результатов.	3 (удовлетворительно)
Не демонстрирует усвоение основного содержания предмета, обнаруживает незнание большей части учебного материала, допускает грубые ошибки в определении понятий и при решении задач; не умеет проводить анализ профессиональных задач; не выработал навыки выбора и использования методов линейной алгебры для решения задач в сфере экономики, финансов и бизнеса, интерпретации и анализа полученных результатов.	2 (неудовлетворительно)

**Фонды оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине представлены в приложении 1.**

### **6. Методические материалы по освоению дисциплины**

#### **Методические указания по выполнению контрольных работ:**

Данный вид работы проверяет:

- 1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;
- 2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;
- 3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный

перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

- 1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;
- 2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;
- 3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;
- 4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

#### **Методические указания по подготовке к коллоквиуму**

Коллоквиум – это собеседование преподавателя и учащегося по заранее определенным контрольным вопросам.

Особенность коллоквиума в том, что это не просто форма контроля, а метод углубления, закрепления знаний учащихся, так как в ходе собеседования преподаватель имеет возможность разъяснить вопросы, возникающие у учащегося в процессе подготовки.

Этот вид деятельности развивает навык осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

На самостоятельную подготовку к коллоквиуму, обучающемуся отводится 2-3 недели. При подготовке к коллоквиуму следует:

- 1) просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся ответы на вопросы коллоквиума;
- 2) если конспекты содержат не все ответы или часть вопросов вынесено преподавателем на самостоятельное рассмотрение, необходимо изучить содержание учебной литературы, рекомендованной преподавателем;
- 3) в случае возникновения каких-либо затруднений при подготовке следует обратиться за помощью к преподавателю.

#### **Методические указания по самоподготовке к практическим занятиям**

При подготовке к практическому занятию, обучающемуся необходимо:

1. ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;
2. осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
3. тщательно изучить лекционный материал;
4. изучить рекомендованную литературу по данной теме;
5. ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

- а) получение книг в научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога; г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

#### **Рекомендации по планированию и организации времени, необходимого на изучение дисциплины**



### Структура времени, необходимого на изучение дисциплины

Форма изучения дисциплины	Время, затрачиваемое на изучение дисциплины, %
Изучение литературы, рекомендованной в учебной программе	40
Решение задач, практических упражнений и ситуационных примеров	40
Изучение тем, выносимых на самостоятельное рассмотрение	20
Итого	100

#### Рекомендации для подготовки к экзамену

При подготовке к экзамену студент внимательно просматривает вопросы, предусмотренные рабочей программой, и знакомится с рекомендованной основной литературой. Основой для сдачи экзамена студентом является изучение конспектов лекций, прослушанных в течение семестра, информация, полученная в результате самостоятельной работы в течение семестра.

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине.

При проведении письменного экзамена в аудитории может одновременно находиться экзаменуемая группа в полном составе.

Экзаменационный билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменуемые могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя калькуляторами.

При проведении экзамена экзаменуемым предлагается ответить на два теоретических вопроса и выполнить два практических задания в соответствии с пройденными темами.

Время написания экзаменационной работы составляет 90 мин. (по желанию экзаменуемого ответ может быть досрочным).

Изложение материала ведется в листе ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается на проверку экзаменатору.

Проверка работ выполняется экзаменатором после окончания экзамена и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний экзаменуемого экзаменатор может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на экзамен.

Оценка результатов письменного аттестационного испытания объявляется экзаменуемым в день его проведения.

## 7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет

### 7.1. Основная литература

1. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510867>

2. Малугин, В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач: для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 478 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02976-5. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450583>

3. Сабитов, И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие

для вузов / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 258 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08941-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/515388>

4. Шилин, И. А. Линейная алгебра. Задачник: учебное пособие для вузов / И. А. Шилин. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 118 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14382-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/519671>

## **7.2. Дополнительная литература**

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / Д.В. Беклемишев. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2020. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-4748-0. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126146>

2. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра: учебник и практикум для вузов / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 421 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15839-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/509853>

## **7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация**

Не предусмотрены

## **7.4. Интернет-ресурсы, справочные системы.**

Не предусмотрены

## **8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- лекционные аудитории, оборудованные видеопроекторным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном;
- помещения для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью.

Программные средства обеспечения учебного процесса включают:

- программы презентационной графики (MS PowerPoint – для подготовки слайдов и презентаций);
- текстовые редакторы (MS WORD), MS EXCEL – для таблиц, диаграмм.

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся включают следующую оснащенность: столы аудиторные, стулья, доски аудиторные, компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет.

Для изучения учебной дисциплины используются автоматизированная библиотечная информационная система и электронные библиотечные системы: «Университетская библиотека ONLINE», «Электронно-библиотечная система издательства ЛАНЬ», «Электронно-библиотечная система издательства «Юрайт», «Электронно-библиотечная система IPRbooks», «Научная электронная библиотека eLIBRARY» и др.

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И  
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

Кафедра экономики и финансов

УТВЕРЖДЕНА

учёным советом

Волгоградского института управления –  
филиала РАНХиГС

Протокол №2 от 23.09.2021 г.

**ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА**

**Финансы и кредит**

---

*(наименование образовательной программы)*

**ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ  
АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.О.02 «АЛГЕБРА»**

---

*(код и наименование дисциплины)*

**38.03.01 Экономика**

---

*(код, наименование направления подготовки /специальности)*

**Очная, очно-заочная**

---

*(форма (формы) обучения)*

Год набора – 2022 г.

Волгоград, 2021 г.

## 1. Вопросы к экзамену по дисциплине «Алгебра»

1. Матрицы и действия над ними.
2. Определители и их свойства.
3. Невырожденная матрица. Обратная матрица.
4. Нахождение обратной матрицы.
5. Системы линейных уравнений, основные определения.
6. Исследование и решение систем линейных уравнений с помощью определителей. Формулы Крамера.
7. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
8. Элементарные преобразования над матрицами.
9. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
10. Теорема Кронеккера –Капелли.
11. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
12. Представление процесса производства за определенный период (таблица с пояснением).
13. Соотношения баланса. Натуральный и стоимостный межотраслевые балансы.
14. Гипотеза линейности Леонтьева. Коэффициент прямых затрат.
15. Матрица полных затрат. Продуктивная матрица.
16. Критерии продуктивности. Чистая продукция.
17. Векторы. Основные понятия. Проекция вектора на вектор и ее свойства.
18. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по базису. Координаты вектора.
19. Действия над векторами в координатах.
20. Направляющие косинусы вектора.
21. Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие перпендикулярности векторов.
22. Векторное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл векторного произведения. Условие коллинеарности векторов.
23. Смешанное произведение векторов и его свойства. Условие компланарности векторов. Геометрический смысл смешанного произведения.
24. Способы задания прямой на плоскости. Основные уравнения. Взаимное расположение прямых на плоскости.
25. Кривые второго порядка. Окружность, эллипс.
26. Кривые второго порядка. Гипербола.
27. Кривые второго порядка. Парабола.
28. Способы задания прямой в пространстве. Основные уравнения. Взаимное расположение прямых в пространстве.
29. Общее уравнение плоскости. Особые случаи (неполные уравнения).
30. Определение линейного пространства. Аксиомы линейного пространства.
31.  $n$ -мерный арифметический вектор. Сумма, произведение арифметических векторов.  $n$ -мерное арифметическое векторное пространство.
32. Система, подсистема и линейная комбинация векторов.
33. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
34. Базис и ранг системы векторов.
35. Базис и размерность линейного пространства.
36. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису. Матрица перехода.
37. Евклидово пространство.  $n$ -мерное арифметическое евклидово пространство.
38. Длина вектора и ее свойства. Угол между векторами.

39. Ортогональные векторы и их свойства.
40. Ортогональный базис. Ортонормированный базис.
41. Системы линейных однородных уравнений. Тривиальное решение.
42. Существование различного числа решений однородной системы линейных уравнений
43. Фундаментальная система решений (понятие, две теоремы).
44. Алгоритм построения фундаментальной системы решений.
45. Связь между однородными и соответствующими неоднородными системами линейных уравнений.
46. Оператор, образ, прообраз.
47. Линейный оператор.
48. Матрица линейного оператора.
49. Связь между образом и прообразом.
50. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
51. Равные операторы. Действия над операторами.
52. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.
53. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора.
54. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора.
55. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
56. Спектр линейного оператора. Оператор с простым спектром.
57. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
58. Линейное преобразование переменных.
59. Эквивалентные квадратичные формы.
60. Канонический вид квадратичной формы.
61. Метод Лагранжа.
62. Метод ортогональных преобразований.
63. Закон инерции квадратичных форм.
64. Классификация квадратичных форм.
65. Критерий Сильвестра.
66. Простая модель обмена. Матрица обмена.
67. Модель международной торговли. Структурная матрица торговли.

## 2. Тестовые материалы

№	Задание	Варианты ответов
1	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; -4 \end{pmatrix}</math>,</p> <p><math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 2 &amp; -1 \\ 3 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Существует ли произведение <math>A \cdot B^T</math>, и, если существует, найдите его.</p>	<p>1) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 3 \\ 4 &amp; 10 \\ 1 &amp; 5 \end{pmatrix}</math>; 2) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 5 \\ 4 &amp; 10 \\ 1 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>;</p> <p>3) <math>\begin{pmatrix} 3 &amp; 10 &amp; 5 \\ 1 &amp; 4 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>;</p> <p>4) <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 4 &amp; 1 \\ 3 &amp; 10 &amp; 5 \end{pmatrix}</math>;</p> <p>5) не существует.</p>
2	<p>Вычислить определитель</p> $\begin{vmatrix} 283466 & 283478 \\ 283465 & 283477 \end{vmatrix}$	<p>1) 1; 2) 2; 3) 11; 4) 12; 5) 200012.</p>
3	<p>Даны векторы: <math>\vec{a} = (1, 2, 3)</math>,</p> <p><math>\vec{b} = (1, 0, 2)</math>. Найти линейную комбинацию <math>2\vec{a} + 3\vec{b}</math>.</p>	<p>1) (5, 4, 12); 2) (2, 2, 5); 3) (5, 2, 5); 4) (1, 0, 6) 5) (0, 2, 1)</p>

4.

Задание	Варианты ответов
Вычислить $A^3$ , если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ .	1) $\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 1 & 27 \end{pmatrix}$ ; 2) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ ; 3) $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$ ; 4) $\begin{pmatrix} 15 & 20 \\ 20 & 35 \end{pmatrix}$ ; 5) $\begin{pmatrix} 30 & 40 \\ 40 & 707 \end{pmatrix}$ .

5.

Записать минор элемента $a_{23}$ определителя	1) $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 6 \end{vmatrix}$ ; 2) $(-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ ;
$\begin{vmatrix} 2 & 6 & 2 \\ 4 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix}$ .	3) $\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}$ ; 4) $(-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}$ ;
	5) $\begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$ .

6.

Даны два вектора: $\vec{a} = (8, 6)$ , $\vec{b} = (3, 4)$ . Сумма длин векторов равна	1) 10; 2) 21; 3) 48; 4) 0; 5) 15
--	-------------------------------------

7. Если основная матрица системы линейных уравнений вырождена, то система уравнений:

1) имеет одно решение; 2) не имеет решений; 3) имеет бесконечное множество решений; 4) может иметь как одно, так и несколько решений; 5) может не иметь решений, либо иметь бесконечное множество решений.

8. Минором элемента  $a_{ij}$  матрицы  $A$  называют:

- 1) определитель матрицы  $A$ , у которого отсутствует  $i$ -я строка и  $j$ -й столбец;
- 2) определитель матрицы  $A$ , у которого отсутствует  $j$ -я строка и  $i$ -й столбец;
- 3) матрица  $A$ , у которой отсутствует  $i$ -я строка и  $j$ -й столбец;
- 4) матрица  $A$ , у которой отсутствует  $j$ -я строка и  $i$ -й столбец;
- 5) определитель матрицы  $A$

9. Если матрица вырождена, то:

- 1) ее определитель равен нулю;
- 2) ее определитель отрицателен;
- 3) она симметрична;
- 4) она не имеет обратной матрицы;
- 5) ее ранг равен нулю.

10.

. Если матрица  $A^{-1}$  является обратной к матрице

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix},$$

верно, что:

$$1) A^{-1}A = AA^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; 2) A^{-1}A = AA^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$3) A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}; 4) A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix};$$

## 11. Система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 7, \\ 5x_1 - x_2 + 6x_3 = 1 \end{cases}$$

имеет следующее решение

Варианты ответов: 1)  $x_1 = \frac{142}{63}; x_2 = -\frac{7}{9}; x_3 = -\frac{116}{63};$

2)  $x_1 = \frac{17}{63}; x_2 = \frac{172}{3}; x_3 = \frac{72}{163};$  3)  $x_1 = \frac{12}{61}; x_2 = \frac{437}{453}; x_3 = \frac{42}{35};$

4)  $x_1 = \frac{12}{5}; x_2 = \frac{143}{5}; x_3 = \frac{14}{5};$  5)  $x_1 = \frac{2}{3}; x_2 = \frac{4}{3}; x_3 = \frac{5}{3}.$

12. Коллинеарны ли векторы  $\vec{a}=(2,5,3)$  и  $\vec{b}=(4,10,6)$ ?

- 1) Да
- 2) Нет

13. Компланарны ли векторы  $\vec{a}=(1,0,2), \vec{b}=(3,-1,4), \vec{c}=(1,-1,0)$ ?

- 1) Да
- 2) Нет

14. Найти орт вектора  $\vec{b}=(4,3,1)$

1)  $\frac{4}{26};$  2)  $\frac{3}{26};$  3)  $\frac{1}{26};$  4)  $\frac{1}{\sqrt{26}};$  5)  $\left(\frac{4}{\sqrt{26}}; \frac{3}{\sqrt{26}}; \frac{1}{\sqrt{26}}\right)$

15. Найти смешанное произведение векторов  $\vec{a}=\vec{i}+2\vec{k}, \vec{b}=3\vec{i}-\vec{j}+4\vec{k},$

$\vec{c}=\vec{i}-\vec{j}$

- 1) 8                      2) -4                      3) 0                      4) 10                      5) -8

## 3. Открытые задания

### 3.1. Теоретические задания с открытыми вопросами

**Вопрос 1.** Квадратичная форма  $f(x) = x^T A x$ , где  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  неотрицательно определенная, если для любого ненулевого столбца  $x$  выполняется неравенство ...?

**Вопрос 2.** Множество собственных векторов, отвечающих собственному значению 1 линейного оператора  $A: L \otimes L$ , является в  $L$  ?

- Вопрос 3.** Квадратная матрица  $K$  называется невырожденной, если ее определитель удовлетворяет условию
- Вопрос 4.** Пусть  $l_1, l_2, \dots, l_n$  — собственные значения линейного оператора  $A$ , тогда собственными значениями оператора  $A^2$  будут:
- Вопрос 5.** Отображение  $A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , заданное выражением  $Ax = (x^2 - y, y)$ , является:
- Вопрос 6.** Подмножество данного линейного пространства, замкнутое относительно линейных операций, введенных в данном линейном пространстве, является:
- Вопрос 7.** Все корни характеристического уравнения самосопряженного оператора
- Вопрос 8.** Отображение  $A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , заданное выражением  $Aa = (x+y, x-y)$ , где  $a = \{x, y\}$  является:
- Вопрос 9.** В линейном пространстве  $C_{[a, b]}$  функций, непрерывных на отрезке  $[a, b]$ , линейно независимой является система функций:
- Вопрос 10.** Матрица линейного оператора  $A$ , действующего в некотором линейном пространстве, является в данном базисе диагональной тогда и только тогда, когда все векторы этого базиса являются ...
- Вопрос 11.** Максимальное число линейно независимых вектор-столбцов (строк) называется...
- Вопрос 12.** Если в матрице число строк равно числу ее столбцов, то такая матрица называется...
- Вопрос 13.** Если в матрице все элементы главной диагонали равны единице, а все остальные элементы — нулевые, то такая матрица называется:
- Вопрос 14.** Если  $A$  и  $B$  — два линейных оператора, действующих в евклидовом пространстве  $E$ , то оператор  $(AB)^*$ , сопряженный произведению этих операторов, равен:
- Вопрос 15.** Если собственные значения линейного оператора  $A: L \rightarrow L$  попарно различны, тогда система соответствующих им собственных векторов
- Вопрос 16.** Если существуют произведения  $AB$  и  $BA$ , причем  $AB = BA$ , то матрицы  $A$  и  $B$  называют:
- Вопрос 17.** Если характеристическое уравнение квадратной матрицы порядка  $n$  имеет  $n$  попарно различных действительных корней, то эта матрица подобна некоторой матрице
- Вопрос 18.** Если характеристическое уравнение линейного оператора, действующего в  $n$ -мерном линейном пространстве, имеет  $n$  попарно различных действительных корней, то существует базис, в котором матрица этого оператора является ...
- Вопрос 19.** Совокупность  $m \cdot n$  действительных чисел, расположенных в виде прямоугольной таблицы, где  $m$  — число строк,  $n$  — число столбцов таблицы, называется:
- Вопрос 20.** Отображение  $A: L \rightarrow L$  называют линейным оператором, если выполнено условие
- Вопрос 21.** Отображение  $A: \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ , заданное выражением  $Ax = \sin x$ , является:
- Вопрос 22.** Матрица самосопряженного оператора в ортонормированном базисе из его собственных векторов является:
- Вопрос 23.** В линейном пространстве  $K_3[x]$  многочленов переменной  $x$  степени не выше третьей элемент  $x^2 + 7x + 9x^3 + 3$  имеет в базисе  $1, x, x^2, x^3$  координаты:
- Вопрос 24.** В линейном пространстве  $K_3[x]$  многочленов переменной  $x$  степени не выше третьей элемент  $3x^2 + 8x + 4x^3 + 5$  имеет в базисе  $1, x, x^2, x^3$  координаты:
- Вопрос 25.** В евклидовом пространстве при переходе из одного ортонормированного базиса в другой с матрицей перехода  $U$  формулу преобразования матрицы линейного оператора можно записать в виде:
- Вопрос 26.** Квадратичная форма канонического вида не имеет в своей записи
- Вопрос 27.** В линейном пространстве  $V_2$  любые два коллинеарных вектора:
- Вопрос 28.** Определитель произведения двух квадратных матриц одного порядка равен:



**Вопрос 29.** Матрицей линейного оператора, обратного оператору  $A$ , действующему в линейном пространстве  $L$  и имеющему в некотором базисе матрицу  $A$ , будет в том же базисе матрица...

**Вопрос 30.** Собственные векторы самосопряженного оператора, отвечающие различным собственным значениям...

### 3.2 Практические задания (задачи)

1. Выполнить действия:

$$1) 2A + 3B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix};$$

$$2) B - 4A, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 1 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

2. Найти обратную матрицу, выполнить проверку:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & 7 \\ 2 & 4 & -6 \end{pmatrix}.$$

3. Решить матричное уравнение, выполнить проверку:

$$X \times \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Проверить равенство:

$$(A + B) \times C = A \times C + B \times C;$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

5. Вычислите определители второго порядка:

$$1) \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} -5 & 3 \\ 4 & -6 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}.$$

6. Решите уравнения:

$$1) x^2 + \begin{vmatrix} 2x & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 0; \quad 2) x^2 + \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ x & -4 \end{vmatrix} = 0; \quad 3) \begin{vmatrix} 3 & 15 - x^2 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 & 5 \\ 4 & x \end{vmatrix}.$$

7. Вычислите определители третьего порядка:

$$1) \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 5 & 1 & 6 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & -3 \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix};$$

$$5) \begin{vmatrix} -14 & 21 & 28 \\ 6 & -9 & 12 \\ 10 & 15 & -20 \end{vmatrix}; \quad 6) \begin{vmatrix} 17 & 29 & 41 \\ 36 & -24 & 60 \\ 20 & 27 & 46 \end{vmatrix}.$$

8. Решите систему линейных уравнений с помощью определителей

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

9. Привести матрицы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований и найти их ранг

$$1. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

10. Исследовать и найти решение СЛУ:

$$1. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ -2x_1 - 2x_3 = 16 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

11. Начертите два неколлинеарных вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Постройте векторы:  $2\vec{a} + \vec{b}$ ;  $1/2\vec{a} + \vec{b}$ ;  $-3\vec{a} + 1/2\vec{b}$ ;  $3/2\vec{a} - 2\vec{b}$ .

12. Найти разложение вектора  $\overline{AB}$  по координатным ортам и его длину,

1)  $A(-4;0;1); B(0;-8;2)$ ;

2)  $A(2;-3;5); B(-2;-4;13)$ .

13. Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах  $a = 2i + j; b = -j + 2k$ ;

14. Дан треугольник с вершинами в точках:  $A(3;-2;1); B(3;0;2); C(1;2;5)$ . вычислить угол между медианой  $BD$  и стороной  $AC$ .

15. Выяснить, правой или левой является тройка векторов  $a; b; c$ , если

a)  $a = -i - j; b = j; c = k$ ;

b)  $a = i - j; b = j; c = j$ ;

в)  $a = i - j; b = i + j; c = k$

16. Найти смешанное произведение векторов  $a = (0;3;-1), b = (5;0;0), c = (7;-2;4)$ .

17. Установить, компланарны ли векторы  $a = (8;5;-13), b = (-4;2;8), c = (4;7;-4)$ ; если векторы некопланарны, то какую тройку они образуют: правую или левую?

18. Определить, лежат ли точки в одной плоскости:

$$A(-4;0;3); B(0;8;-2); C(2;-3); D(-2;-4;1).$$

19. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах  $a = (1;2;3), b = (-1;3;4), c = (2;5;2)$ .

20. Вершины пирамиды находятся в точках  $A(2;1;-1); B(3;0;1); C(2;-1;3); D(0;-7;0)$ . Найти высоту пирамиды, опущенную из вершины  $D$ .

21. Составьте канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через данную точку, параллельно заданному вектору:

1)  $M_0(-1;2), \vec{a} = (3;2)$

3)  $M_0(0;1), \vec{a} = (1;2)$

2)  $M_0(3;-2), \vec{a} = (1;3)$

4)  $M_0(2;0), \vec{a} = (0;-3)$

22. Прямая задана уравнением

$$\frac{x-3}{5} = \frac{y+7}{4}$$

Укажите какую-нибудь точку прямой и ее направляющий вектор. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку  $(-1;2)$  параллельно заданной прямой.

23. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(1;-3;5)$ , параллельно плоскости  $x-2y-3z=0$ .

24. Определить и построить кривые:

1)  $16x^2 + 3y^2 = 48$ ;

2)  $x^2 + y^2 = 4$ ;

3)  $x^2 = -4y$ .

25. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

26. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

27. Записать квадратичную форму в матричном виде и выполнить проверку. Определить дискриминант и ранг формы.

$$3x_1x_2 - x_2^2 + x_2x_1$$

28. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа.

$$Q(x_1, x_2) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2$$

Записать матрицу соответствующего линейного преобразования.

29. Записать матрицу квадратичной формы, найти её ранг и дискриминант

$$3x_1^2 - 2x_2^2 + 4x_1x_2 - x_3^2 + 2x_2x_3$$

30. Исследовать квадратичные формы на знакоопределенность

$$а) -3x_1^2 + 8x_1x_2 - 7x_2^2$$

$$б) 9x_1^2 + 4x_2^2 - 12x_1x_2 + 4x_1x_3 - 8x_2x_3$$

#### 4. Ключи (ответы) к оценочным материалам (тестам)

##### Ответы к теоретическим заданиям с открытым вопросом

1. Ответ:  $f(x) \geq 0$
2. Ответ: линейным подпространством
3. Ответ:  $\det K \neq 0$
4. Ответ:  $l_1^2, l_2^2, \dots, l_n^2$
5. Ответ: нелинейным
6. Ответ: линейным подпространством
7. Ответ: действительные
8. Ответ: линейным
9. Ответ:  $1, \sin x, \cos x$
10. Ответ: собственными для  $A$
11. Ответ: рангом матрицы
12. Ответ: квадратной
13. Ответ: единичной
14. Ответ:  $B^*A^*$

15. Ответ: линейно независимая
16. Ответ: перестановочными
17. Ответ: диагональной
18. Ответ: диагональной
19. Ответ: прямоугольной матрицей
20. Ответ:  $A(ax + by) = aA(x) + bA(y)$
21. Ответ: нелинейным
22. Ответ: диагональной
23. Ответ: 3, 7, 1, 9
24. Ответ: 5, 8, 3, 4
25. Ответ:  $A_1 = U^T A U$
26. Ответ: попарных произведений переменных
27. Ответ: линейно зависимы
28. Ответ: произведению определителей этих матриц
29. Ответ:  $A^{-1}$
30. Ответ: ортогональны

**Ключи (ответы) к оценочным материалам (тестам)**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	4	1	4	3	5	5	1	1	1	1	1	1	5	3