

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И  
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

Кафедра информационных систем и математического моделирования

УТВЕРЖДЕНА  
учёным советом  
Волгоградского института управления –  
филиала РАНХиГС  
Протокол №2 от 21.09.2023 г.

**ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА**

**Финансы и кредит**

---

*(наименование образовательной программы)*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ,  
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса**

**Б1.В.03 Методы оптимизации**

---

*(код и наименование дисциплины)*

**38.03.01 Экономика**

---

*(код, наименование направления подготовки /специальности)*

**Очная**

---

*(форма (формы) обучения)*

Год набора – 2024 г.

Волгоград, 2023 г.

**Автор–составитель:**

к.ф-м.н., доцент, доцент кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг»

Чернова Мария Владимировна

*(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)*

И.о. заведующего кафедрой

«Фондовые рынки и финансовый инжиниринг» к.э.н. Твердохлеб Ю.С.

*(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)*

РПД Б1.В.03 «Методы оптимизации» одобрена на заседании кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг».

Протокол от 13 февраля 2023 г. № 3.

## Содержание

1.1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО.....	4
3. Содержание и структура дисциплины.....	5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....	9
5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине.....	19
6. Методические материалы для освоения дисциплины.....	21
7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет".....	23
7.1. Основная литература.....	23
7.2. Дополнительная литература.....	23
7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация.....	23
7.4. Интернет-ресурсы.....	23
7.5. Иные источники.....	23
8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....	23

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.В.03 «Методы оптимизации» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код компонента компетенции	Наименование компонента компетенции
ПКр ОС II - 2	Способен использовать методы оптимизации для решения прикладных задач	ПКр ОС II –2.1.1	Применяет оптимизационные методы при анализе и управлении современными экономическими системами, освоить методы решения оптимизационных задач, возникающих в практической профессиональной деятельности.

1.2. В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Код компонента компетенции	Результаты обучения (дескрипторы)
ПКр ОС II –2.1.1	<b>на уровне знаний:</b> знает основы вариационного исчисления и теории оптимального управления, а также основные методы дискретной оптимизации;
	<b>на уровне умений:</b> умеет решать прикладные задачи оптимального управления и дискретной оптимизации, в том числе задачи линейного программирования;
	<b>на уровне навыков:</b> основной математический аппарат решения оптимизационных задач.

## 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

### Объем дисциплины

Дисциплина Б1.В.03 «Методы оптимизации» составляет 2 зачетные единицы, т.е. 72 академических часа (54 астрономических часа)

На контактную работу с преподавателем выделено 32 академических часа (24 астрономических часа), из них 16 академических часов (12 астрономических часов) лекций и 16 академических часов (12 астрономических часов) практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 36 академических часов (27 астрономических часов) для очной ф/о.

На контактную работу с преподавателем выделено 24 академических часа (18 астрономических часов), из них 8 академических часов (6 астрономических часов) лекций и 16 академических часов (12 астрономических часов) практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 44 академических часа (33 астрономических часа) для очно-заочной ф/о.

### **Место дисциплины в структуре ОП ВО**

Дисциплина Б1.В.03 «Методы оптимизации» изучается на 1 курсе, во 2 семестре для студентов очной, очно-заочной ф/о.

Дисциплина Б1.В.03 «Методы оптимизации» реализуется после изучения дисциплины Б1.В.02 «Дифференциальные и разностные уравнения»; Б1.О.02 «Математический анализ».

Изучение дисциплины заканчивается зачетом.

## **3. Содержание и структура дисциплины**

### **3.1. Структура дисциплины**

#### ***Очная форма обучения***

№ п/п	Наименование тем	Объем дисциплины, ак.час.					СРО	Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л/ДОТ	ЛР/ДОТ	ПЗ/ДОТ	КСР		
Тема 1	Постановка и классификация задач оптимизации. Общая задача линейного программирования.	4	2		-		2	<i>О</i>
Тема 2	Графический метод решения задач линейного программирования.	6	-		2		4	<i>К,О</i>
Тема 3	Симплексный метод решения задач линейного программирования.	8	2		2		4	<i>К,О</i>
Тема 4	Двойственные задачи линейного программирования.	8	2		2		4	<i>К,О</i>
Тема 5	Задачи линейного программирования транспортного типа.	8	2		2		4	<i>К,О</i>
Тема 6	Общая задача нелинейного программирования. Дробно-линейное программирование.	6	2		-		4	<i>К,О</i>
Тема 7	Выпуклое программирование.	8	2		2		4	<i>К,О</i>
Тема 8	Численные методы решения задач выпуклого программирования.	8	2		2		4	<i>К,О</i>
Тема 9	Динамическое программирование.	12	2		4		6	<i>К,О</i>
Промежуточная аттестация		4						<i>За</i>
Всего по курсу:		<b>72</b>	<b>16</b>		<b>16</b>		<b>36</b>	

**Очно-заочная форма обучения**

№ п/п	Наименование тем	Объем дисциплины, ак.час.					СРО	Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий					
			Л/ДОТ	ЛР/ДОТ	ПЗ/ДОТ	КСР		
Тема 1	Постановка и классификация задач оптимизации. Общая задача линейного программирования.	6	2	-			4	<i>О</i>
Тема 2	Графический метод решения задач линейного программирования.	6	-		2		4	<i>К,О</i>
Тема 3	Симплексный метод решения задач линейного программирования.	10	2		2		6	<i>К,О</i>
Тема 4	Двойственные задачи линейного программирования.	6	-		2		4	<i>К,О</i>
Тема 5	Задачи линейного программирования транспортного типа.	8	-		2		6	<i>К,О</i>
Тема 6	Общая задача нелинейного программирования. Дробно-линейное программирование.	6	2		-		4	<i>К,О</i>
Тема 7	Выпуклое программирование.	6	-		2		4	<i>К,О</i>
Тема 8	Численные методы решения задач выпуклого программирования.	8	-		2		6	<i>К,О</i>
Тема 9	Динамическое программирование.	12	2		4		6	<i>К,О</i>
Промежуточная аттестация		4						<i>За</i>
Всего по курсу:		72	8		16		44	

Используемые сокращения:

Л – занятия лекционного типа (лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях, обучающимся).

ЛР – лабораторные работы (вид занятий семинарского типа).

ПЗ – практические занятия (виды занятий семинарского типа, за исключением лабораторных работ).

ДОТ - занятия, проводимые с применением дистанционных образовательных технологий, в том числе с применением - виртуальных аналогов профессиональной деятельности.

*Примечание:*

*\*\* – формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), опрос (О).*

*\*\*\* – форма промежуточной аттестации: зачет (За).*

### **3.2. Содержание дисциплины**

#### **Тема 1. Постановка и классификация задач оптимизации.**

Общая задача оптимизации. Постановка задачи математического программирования. Целевая функция. Ограничения. Классификация задач оптимизации по виду целевой функции и ограничениям.

Общая постановка задачи линейного программирования. Задача об оптимальном использовании ресурсов. Задача составления рациона. Область допустимых решений. Оптимальный план. Стандартная и каноническая форма записи задач линейного программирования.

#### **Тема 2. Графический метод решения задач линейного программирования.**

Выпуклые множества точек. Геометрический смысл решений неравенств, уравнений и систем. Градиент функции. Линии уровня. Алгоритм графического метода. Частные случаи при решении задач линейного программирования графическим методом. Экономический анализ задачи с использованием графического метода.

#### **Тема 3. Симплексный метод решения задач линейного программирования.**

Содержание симплексного метода. Приведение задачи линейного программирования к каноническому виду. Балансовые переменные. Построение начального допустимого решения при решении задачи линейного программирования симплексным методом. Общий вид симплексной таблицы №1. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на максимум. Алгоритм перехода к симплексной таблице №2. Критерий завершения алгоритма для задачи на максимум и для задачи на минимум. Частные случаи. Метод искусственного базиса.

#### **Тема 4. Двойственные задачи линейного программирования.**

Виды двойственных пар. Составление двойственной пары. Первая теорема двойственности. Экономический смысл и интерпретация первой теоремы двойственности. Вторая теорема двойственности. Таблица соответствия. Интерпретация двойственных оценок. Третья теорема двойственности. Интерпретация и возможности двойственных оценок.

#### **Тема 5. Задачи линейного программирования транспортного типа.**



Модели транспортного типа (представление в виде таблицы, основные понятия, закрытые и открытые задачи). Математическая модель задачи транспортного типа. Модели распределительного типа (суть задачи, представление в виде таблицы). Математическая модель задачи распределительного типа.

### **Тема 6. Общая задача нелинейного программирования.**

Постановка задачи нелинейного программирования. Графический метод решения. Сложности, возникающие в процессе решения. Общая постановка задачи дробно-линейного программирования. Постановка задачи рентабельности производства. Постановка задачи определения затрат в расчете на рубль товарной продукции. Постановка задачи минимизации средней себестоимости изделия. Сведение задачи дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования.

### **Тема 7. Выпуклое программирование.**

Алгоритм метода множителей Лагранжа (точка условного оптимума, уравнения связи, функция Лагранжа, определение оптимума). Экономическая интерпретация множителей Лагранжа. Постановка задачи выпуклого программирования (общий вид, выпуклые и вогнутые функции). Условие Слейтера. Функция Лагранжа выпуклого программирования. Седловая точка функции Лагранжа. Теорема Куна-Таккера. Условия Каруша-Куна-Таккера. Квадратичная форма (общий вид, положительно и отрицательно определенная, полуопределенная, условия выпуклости и вогнутости квадратичной формы). Постановка задачи квадратичного программирования. Функция Лагранжа для задачи квадратичного программирования. Седловая точка и условия Каруша-Куна-Таккера для задачи квадратичного программирования.

### **Тема 8. Численные методы решения задач выпуклого программирования.**

Общая схема решения методом спуска. Алгоритм градиентного метода скорейшего спуска. Геометрическая интерпретация метода градиентного спуска для случая функции двух переменных. Определения оптимума целевой функции на границе области решений. Схема поиска точки оптимума для случая нарушения границ области допустимых решений.

### **Тема 9. Динамическое программирование.**

Задачи, решаемые методом динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана. Общая схема применения метода динамического программирования. Задача о распределении ресурсов между отраслями на  $n$  лет. Распределение инвестиций для оптимального использования потенциала предприятия.

Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятия. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.

#### 4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

4.1. В ходе реализации дисциплины Б1.В.03 «Методы оптимизации» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1. Постановка и классификация задач оптимизации. Общая задача линейного программирования.	Опрос.
Тема 2. Графический метод решения задач линейного программирования.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 3. Симплексный метод решения задач линейного программирования.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 4. Двойственные задачи линейного программирования.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 5. Задачи линейного программирования транспортного типа.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 6. Общая задача нелинейного программирования. Дробно-линейное программирование.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 7. Выпуклое программирование.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 8. Численные методы решения задач выпуклого программирования.	Контрольная работа. Опрос.
Тема 9. Динамическое программирование.	Контрольная работа. Опрос.

#### 4.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

Типовые оценочные материалы по теме 1. «Постановка и классификация задач оптимизации».

##### Примерные вопросы для проведения опроса

1. Общая задача оптимизации.
2. Постановка задачи математического программирования.
3. Целевая функция. Ограничения.
4. Классификация задач оптимизации по виду целевой функции и ограничениям.
5. Общая постановка задачи линейного программирования.
6. Область допустимых решений.
7. Оптимальный план.
8. Стандартная форма записи задач линейного программирования.
9. Каноническая форма записи задач линейного программирования.

## Типовые оценочные материалы по теме 2 «Графический метод решения задач линейного программирования».

### Примерные варианты заданий контрольной работы

1. Фирма выпускает 2 вида мороженого: сливочное и шоколадное. Для изготовления мороженого используются два исходных продукта: молоко и наполнители, расходы которых на 1 кг мороженого и суточные запасы даны в таблице.

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на 1 кг мороженого		Запас, кг
	Сливочное	Шоколадное	
Молоко	0,8	0,5	400
Наполнители	0,4	0,8	365

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос:

- 1) на сливочное мороженое превышает спрос на шоколадное мороженое не более чем на 100 кг;
- 2) на шоколадное мороженое не превышает 350 кг.

Розничная цена 1 кг сливочного мороженого 16 руб., шоколадного – 14 руб.

Используя графический метод, определить какое количество мороженого каждого вида должна производить фирма, чтобы доход от реализации продукции был максимальным.

Провести экономический анализ задачи:

- 1) определить, как влияет на оптимальное решение увеличение или уменьшение запасов исходных продуктов (активных и пассивных ограничений);
- 2) определить пределы возможного изменения коэффициентов целевой функции.

### Примерные вопросы для проведения опроса

1. Выпуклые множества точек.
2. Геометрический смысл решений неравенств, уравнений и систем.
3. Градиент функции.
4. Линии уровня.
5. Алгоритм графического метода.
6. Частные случаи при решении задач линейного программирования графическим методом.
7. Экономический анализ задачи с использованием графического метода.

## Типовые оценочные материалы по теме 3 «Симплексный метод решения задач линейного программирования»

### Примерные варианты заданий контрольной работы

1. Частный инвестор предполагает вложить 500 тыс. руб. в различные ценные бумаги. После консультаций со специалистами фондового рынка он отобрал три типа акций, два типа государственных облигаций. Часть денег предполагается положить на срочный вклад в банк.

Тип вложения	Риск	Предполагаемый ежегодный доход %
Акции <i>A</i>	Высокий	15
Акции <i>B</i>	Средний	12
Акции <i>C</i>	Низкий	9
Облигации долгосрочные	-	11
Облигации краткосрочные	-	8
Срочный вклад	-	6

Имея в виду качественные соображения диверсификации портфеля и не формализуемые личные предпочтения, инвестор выдвигает следующие требования к портфелю ценных бумаг:

- 1) все 500 тыс. руб. должны быть инвестированы;
- 2) по крайней мере 100 тыс. руб. Должны быть на срочном вкладе в любимом банке;
- 3) по крайней мере 25% средств, инвестированных в акции, должны быть инвестированы в акции с низким риском;
- 4) в облигации нужно инвестировать по крайней мере столько же, сколько в акции;
- 5) не более чем 125 тыс. руб. должно быть вложено в бумаги с доходом менее чем 10%.

Определить портфель бумаг инвестора, удовлетворяющий всем требованиям и обеспечивающий максимальный годовой доход.

#### **Примерные вопросы для проведения опроса**

1. Содержание симплексного метода.
2. Канонический вид задачи линейного программирования.
3. Балансовые переменные: принцип добавления и интерпретация.
3. Общий вид симплексной таблицы №1.
4. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на максимум.
5. Алгоритм перехода к симплексной таблице №2.
6. Критерий завершения алгоритма для задачи на максимум и для задачи на минимум.
7. Частные случаи.
8. Метод искусственного базиса.

**Типовые оценочные материалы по теме 4 «Двойственные задачи линейного программирования».**

### Примерные варианты заданий контрольной работы

1. Косметическая фирма выпускает два вида кремов для рук из шести ингредиентов. Для первого вида крема количество ингредиентов 2,8,0,3,1,6; для второго вида – 3,7,3,0,2,3. Запасы фирмы выглядят следующим образом 18,56,15,18,6,18. Первый крем стоит 10 у. д. е., а второй 12 у. д. е.

Требуется:

- 1) записать модели исходной и двойственной задачи;
- 2) составить таблицу соответствия;
- 3) решить исходную задачу симплексным методом: найти план производства двух видов крема, обеспечивающий максимальный доход от реализации;
- 4) записать решение двойственной задачи;
- 5) интерпретировать решение двойственной задачи;
- 6) установить размеры максимального дохода при изменении запасов ингредиентов на (2; -4; 3; -4; 5; -2): оценить раздельное влияние этих изменений и суммарное их влияние на прибыль;
- 7) оценить целесообразность введения в план производства фирмы нового вида крема (третьего), нормы затрат на единицу которого соответственно равны 4,3,2,0,5,1 и предполагаемая цена реализации 11 у.д.е.

### Примерные вопросы для проведения опроса

1. Виды двойственных пар.
2. Составление двойственной пары.
3. Первая теорема двойственности.
4. Экономический смысл и интерпретация первой теоремы двойственности.
5. Вторая теорема двойственности.
6. Таблица соответствия.
7. Интерпретация двойственных оценок.
8. Третья теорема двойственности.
9. Интерпретация и возможности двойственных оценок.

**Типовые оценочные материалы по теме 5. «Задачи линейного программирования транспортного типа».**

**Примерные варианты заданий контрольной работы**

1. Компания, занимающаяся добычей песка и доставкой его собственным транспортом к потребителям, разрабатывает пять песчаных карьеров. Песок направляется на пять заводов железобетонных изделий (ЖБИ).

Недельная производительность карьеров, недельная потребность заводов и транспортные затраты, связанные с доставкой 1 т песка от карьеров до заводов, известны и приведены в таблице.

Производительность песчаных карьеров (предложение)	Потребности заводов (спрос)				
	200	400	100	200	100
200	1	7	12	2	5
100	2	3	8	4	7
200	3	5	4	6	9
400	4	4	3	8	2
400	5	3	7	10	1
-	Стоимость доставки единицы груза, у. д. е.				

Требуется:

- 1) определить такой план перевозок песка из карьеров на заводы, при котором совокупные транспортные издержки будут минимальными;
- 2) составить модель ЗЛП и решить ее с помощью надстройки Excel «Поиск решения»;
- 3) установить размер минимальных транспортных издержек;
- 4) выяснить, какое количество песка, и на каких карьерах окажется невостребованным.

2. Ремонтно-строительная фирма получила заказы на ремонт 5 объектов. Для выполнения работ она может привлечь 5 бригад отделочников. Каждая бригада оценила объем работ и дала сроки выполнения заказов (человеко-дни), приведенные в таблице:

Бригады (предложение)	Объект (спрос)				
	1	2	3	4	5
Иванова	43	24	35	62	35
Петрова	45	21	38	58	33
Сидорова	51	29	36	61	38
Волкова	47	27	35	60	39
Козлова	48	26	37	59	39
-	Сроки выполнения заказов, человеко-дни				

Распределить объекты между бригадами так, чтобы суммарное количество человеко-дней, затраченное на ремонт всех пяти объектов, было минимальным.

### Примерные вопросы для проведения опроса

1. Модели транспортного типа (представление в виде таблицы, основные понятия, закрытые и открытые задачи).
2. Математическая модель задачи транспортного типа.
3. Модели распределительного типа (суть задачи, представление в виде таблицы).
4. Математическая модель задачи распределительного типа.

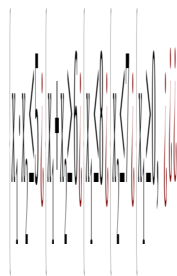
**Типовые оценочные материалы по теме 6 «Общая задача нелинейного программирования».**

### Примерные варианты заданий контрольной работы

1. Используя графический метод, решить задачу нелинейного программирования. Определить все локальные минимумы и локальные максимумы.

$$F = x_1^2 + x_2^2$$

при ограничениях

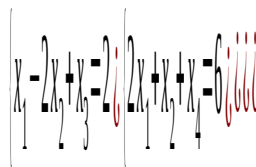


С помощью надстройки Excel «Поиск решения» найти максимум и минимум функции.

2. Свести математическую модель задачи ДЛП к задаче ЛП и найти решение с помощью надстройки Excel «Поиск решения»:

$$F = \frac{2x_1 - x_2}{x_1 + 2x_2 + 1} \rightarrow \max$$

при ограничениях



### Примерные вопросы для проведения опроса

1. Постановка задачи нелинейного программирования.
2. Графический метод решения. Сложности, возникающие в процессе решения.
3. Общая постановка задачи дробно-линейного программирования.
4. Постановка задачи рентабельности производства.

5. Постановка задачи определения затрат в расчете на рубль товарной продукции.
6. Постановка задачи минимизации средней себестоимости изделия.
7. Сведение задачи дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования.

### Типовые оценочные материалы по теме 7 «Выпуклое программирование».

#### Примерные варианты заданий контрольной работы

1. Необходимо сформировать оптимальный портфель Марковица (минимального риска) трех ценных бумаг с эффективностями и рисками: (4,10), (10,40), (40,80). Нижняя граница доходности портфеля задана равной 15.

2. Для задачи

$$F = (x_1 - 24)^2 + (x_2 - 30)^2 \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ -x_1 + 2x_2 \geq -6 \end{cases}$$

найти оптимальное решение графическим методом и для полученного решения проверить выполнение условий теоремы Куна-Таккера.

3. Найти объемы ресурсов  $K$  и  $L$ , при которых затраты на производство не менее 140 единиц продукции минимальны, если производственная функция Кобба-Дугласа  $Q(K, L) = K^{3/4} L^{1/4}$ , а цены на ресурсы  $p_K = 12$ ,  $p_L = 3$ .

4. Проверить выполнение условий Куна-Таккера. Найти точку оптимума задачи НЛП:

$$F = x_1^2 - x_2 \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 \geq 1 \\ x_1^2 + x_2 \leq 26 \end{cases}$$

#### Примерные вопросы для проведения опроса

1. Алгоритм метода множителей Лагранжа (точка условного оптимума, уравнения связи, функция Лагранжа, определение оптимума).
2. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.
3. Постановка задачи выпуклого программирования (общий вид, выпуклые и вогнутые функции).



4. Условие Слейтера.
5. Функция Лагранжа выпуклого программирования.
6. Седловая точка функции Лагранжа.
7. Теорема Куна-Таккера.
8. Условия Каруша-Куна-Таккера.
9. Квадратичная форма (общий вид, положительно и отрицательно определенная, полуопределенная, условия выпуклости и вогнутости квадратичной формы).
10. Постановка задачи квадратичного программирования.
11. Функция Лагранжа для задачи квадратичного программирования.
12. Седловая точка и условия Каруша-Куна-Таккера для задачи квадратичного программирования.

**Типовые оценочные материалы по теме 8 «Численные методы решения задач выпуклого программирования».**

**Примерные варианты заданий контрольной работы**

1. Методом скорейшего спуска с точностью до 0,01 найти минимум функции

$$F = 2x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 - x_1 - x_2 + 1$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 4, \\ x_{1,2} \geq 0. \end{cases}$$

2. Используя метод скорейшего спуска, найти максимум функции

$$F = 5x_1 - \frac{1}{2}x_1^2 - x_2^2 + x_1x_2$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_{1,2} \geq 0. \end{cases}$$

**Примерные вопросы для проведения опроса**

1. Общая схема решения методом спуска.
2. Алгоритм градиентного метода скорейшего спуска.
3. Геометрическая интерпретация метода градиентного спуска для случая функции двух переменных.
4. Определения оптимума целевой функции на границе области решений.
5. Схема поиска точки оптимума для случая нарушения границ области допустимых решений.

## Типовые оценочные материалы по теме 9 «Динамическое программирование».

### Примерные варианты заданий контрольной работы

1. Планируется деятельность двух отраслей производства на 4 года. Начальные ресурсы равны  $s_0 = 20000$  у.д.е. Средства  $x$ , вложенные в I отрасль в начале года, дают в конце года прибыль  $f_1(x) = 0,7x$  и возвращаются в размере  $q_1(x) = 0,8x$ ; аналогично для II отрасли  $y$  - средства, вложенные в начале года, функция прибыли -  $f_2(y) = 0,6y$ , а функция возврата  $q_2(y) = 0,9y$ .

В конце года все возвращенные средства перераспределяются между I и II отраслями, новые средства не поступают и прибыль в производство не вкладывается. Если будут поступать новые средства или часть прибыли будет вкладываться в производство, то это можно будет легко учесть в уравнениях состояний, общий алгоритм метода динамического программирования не изменится.

Требуется распределить имеющиеся средства  $s_0$  между двумя отраслями производства на 4 года так, чтобы суммарная прибыль от обеих отраслей за этот период оказалась максимальной.

2. В таблице указан возможный прирост выпуска продукции четырьмя плодоовощными заводами области в млн. руб. при осуществлении инвестиций на их модернизацию с дискретностью 50 млн. руб. Один на один завод можно осуществить только одну инвестицию.

Инвестиции, млн. руб.	Прирост выпуска продукции, млн. руб.			
	Завод №1	Завод №2	Завод №3	Завод №4
50	25	30	36	28
100	60	70	64	56
150	100	90	95	110
200	140	122	130	142

Составить план распределения инвестиций между заводами области, так чтобы общий прирост выпуска продукции был максимальным.

### **Примерные вопросы для проведения опроса**

1. Задачи, решаемые методом динамического программирования.
2. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
3. Общая схема применения метода динамического программирования.
4. Задача о распределении ресурсов между отраслями на  $n$  лет.
5. Распределение инвестиций для оптимального использования потенциала предприятия.
6. Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятия.
7. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.

### **Критерии оценивания результатов опроса**

Оценка «Отлично» выставляется обучающемуся, который показывает полные и глубокие знания материала по теме занятия, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос.

Оценку «Хорошо» получает обучающийся, показавший глубокие знания материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос, умело формулирует выводы. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он показывает достаточные, но не глубокие знания материала по теме занятия; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, который показывает недостаточные знания материала по теме занятия, не способен аргументировано и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

### **Критерии оценивания контрольных работ**

Каждое задание контрольной работы оценивается определенным количеством баллов (в соответствии с этапами выполнения задания). Оценивается: ход решения задачи, наличие ошибок в расчетах, наличие верного ответа.

Баллы, полученные студентом за решение каждого задания, суммируются. Общее количество возможных баллов за контрольную работу принимаются за 100%.

Оценка «Отлично»:

- 86%-100% правильных ответов и решений.

Оценка «Хорошо»:

- 71%-84% правильных ответов и решений.

Оценка «Удовлетворительно»:

- 51%-70% правильных ответов и решений.

Оценка «Неудовлетворительно»:

- менее 50% правильных ответов и решений.

## 5. Оценочные материалы промежуточной аттестации по дисциплине

5.1. Зачет проводится с применением следующих методов (средств): устный опрос.

### 5.2. Оценочные материалы промежуточной аттестации

Компонент компетенции	Промежуточный индикатор оценивания	Критерий оценивания
ПКр ОС II – 2.1.1 Применяет оптимизационные методы при анализе и управлении современными экономическими системами, освоить методы решения оптимизационных задач, возникающих в практической профессиональной деятельности.	ПКр ОС II – 2.1 Применяет инструментарий методов оптимальных решений в целях обработки и анализа данных	Применяет современные оптимизационные математические методы и модели, используемые в управлении экономической системой.

### Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации

#### Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Общая структура задачи оптимизации (переменные задачи, целевая функция, система ограничений, условия неотрицательности).
2. Допустимое решение. Область допустимых решений. Оптимальное решение.
3. Понятие задачи линейного программирования, общая постановка.
4. Каноническая и стандартная задача линейного программирования.
5. Вектор градиент. Линии уровня.
6. Алгоритм графического метода.
7. Частные случаи при решении задач линейного программирования графическим методом.
8. Содержание симплексного метода.
9. Приведение задачи линейного программирования к каноническому виду. Балансовые переменные.
10. Построение начального допустимого решения при решении задачи линейного программирования симплексным методом.
11. Общий вид симплексной таблицы №1. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на максимум.
12. Общий вид симплексной таблицы №1. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на минимум.
13. Алгоритм перехода к симплексной таблице №2. Критерий останова алгоритма для задачи на максимум и для задачи на минимум.
14. Виды двойственных пар.

15. Составление двойственной пары.
16. Первая теорема двойственности.
17. Экономический смысл и интерпретация первой теоремы двойственности.
18. Вторая теорема двойственности.
19. Таблица соответствия. Интерпретация двойственных оценок.
20. Третья теорема двойственности.
21. Интерпретация и возможности двойственных оценок.
22. Модели транспортного типа (представление виде таблицы, основные понятия, закрытые и открытые задачи).
23. Математическая модель задачи транспортного типа.
24. Модели распределительного типа (суть задачи, представление виде таблицы).
25. Математическая модель задачи распределительного типа.
26. Общая постановка задачи дробно-линейного программирования.
27. Постановка задачи рентабельности производства.
28. Постановка задачи определения затрат в расчете на рубль товарной продукции.
29. Постановка задачи минимизации средней себестоимости изделия.
30. Сведение задачи дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования.
31. Алгоритм метода множителей Лагранжа (точка условного оптимума, уравнения связи, функция Лагранжа, определение оптимума).
32. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.
33. Постановка задачи выпуклого программирования (общий вид, выпуклые и вогнутые функции).
34. Условие Слейтера. Функция Лагранжа выпуклого программирования.
35. Седловая точка функции Лагранжа. Теорема Куна-Таккера.
36. Условия Каруша-Куна-Таккера.
37. Квадратичная форма (общий вид, положительно и отрицательно определенная, полуопределенная, условия выпуклости и вогнутости квадратичной формы).
38. Постановка задачи квадратичного программирования.
39. Функция Лагранжа для задачи квадратичного программирования. Седловая точка и условия Каруша-Куна-Таккера для задачи квадратичного программирования.
40. Задачи, решаемые методом динамического программирования.
41. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
42. Общая схема применения метода динамического программирования.
43. Задача о распределении ресурсов между отраслями на  $n$  лет.
44. Распределение инвестиций для оптимального использования потенциала предприятия.

45. Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятия.

46. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.

#### **Шкала оценивания.**

<b>Критерий оценивания</b>	<b>Оценка</b>
Демонстрирует знание материала, логически правильно излагает ответы на вопросы; имеет навык правильного выбора и использования методов оптимальных решений для разработки проектов на основе оценки ресурсов и ограничений.	Зачет
Демонстрирует незнание большей части учебного материала, допускает грубые ошибки в определении понятий и при решении задач; не умеет выбирать и использовать методы оптимальных решений для разработки проектов на основе оценки ресурсов и ограничений.	Незачет

### **6. Методические материалы для освоения дисциплины**

#### **Методические указания по выполнению контрольных работ**

Данный вид работы проверяет:

- 1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;
- 2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;
- 3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

- 1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;
- 2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;
- 3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;
- 4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

#### **Методические указания по подготовке к опросу**

Данный вид деятельности проверяет готовность и усвояемость полученных в ходе обучения умений и навыков, а также применять критический анализ информации и системный подход для решения задач, обоснования своей собственной позиции.

Для подготовки к устному опросу, обучающемуся необходимо ознакомиться с материалом, соответствующим теме практического занятия, в конспектах лекций, в рекомендованной литературе и ресурсах интернет.

Подготовка к устному опросу по одному практическому занятию занимает 1-2 часа.

Опрос проводится на практических занятиях в форме беседы преподавателя со всеми обучающимися. Преподаватель задает краткие вопросы по теме занятия, позволяющие выяснить степень освоения материала.

### **Самоподготовка к практическим занятиям**

При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) тщательно изучить лекционный материал;
- 4) изучить рекомендованную литературу по данной теме;
- 5) ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

- а) получение книг в научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.



## **7. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"**

### **7.1. Основная литература**

1. Исследование операций в экономике : учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 414 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12800-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510512>

2. Зайцев, М. Г. Методы оптимизации управления и принятия решений: примеры, задачи, кейсы: Учебное пособие, - 5-е изд. - Москва :ИД Дело РАНХиГС, 2017. - 640 с.: ISBN 978-5-7749-1295-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/982609>

3. Математические методы и модели исследования операций : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности 080116 «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям / В. А. Колемаев, Т. М. Гатауллин, Н. И. Заичкин [и др.] ; под редакцией В. А. Колемаева. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 592 с. — ISBN 978-5-238-01325-1. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/83033.html>

### **7.2. Дополнительная литература**

1. Высшая математика для экономистов : учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремер. — 3-е изд. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 481 с. — ISBN 978-5-238-00991-9. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/74953.html>

### **7.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация**

Не предусмотрены.

### **7.4. Интернет-ресурсы**

Не предусмотрены.

### **7.5. Иные источники**

1. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математические методы и модели для магистрантов экономики. Спб.: Питер, 2011.

2. Красс М. С., Чупрынов Б. П. Математика для экономистов, учебное пособие, М. :Питер, 2007.

3. Орлова И. В., Половников В. А. Экономико-математические методы и модели. М.: Инфра-М, 2013

4. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. М.: Изд-во “КноРус”, 2013.

5. Ермаков В.И., Бобрик Р.К., Гринцевичюс Р.К. Общий курс высшей математики для экономистов. М.: ИНФРА-М, 2012.

6. Сухарев, А.Г. Курс методов оптимизации : учебное пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. — 2-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 384 с. — ISBN 978-5-9221-0559-0.

## **8. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Для проведения занятий по дисциплине необходимо материально-техническое обеспечение учебных аудиторий (наглядными материалами, экраном, мультимедийным проектором с ноутбуками (ПК) для презентации учебного материала, выходом в сеть Интернет, программными продуктами Microsoft Office (Excel, Word, PowerPoint)) в зависимости от типа занятий: семинарского и лекционного типов, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для самостоятельной работы обучающимся необходим доступ в читальные залы библиотеки и/или помещение, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет», доступ в электронную информационно-образовательную среду организации и ЭБС.

### **Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. [www.biblio-online.ru](http://www.biblio-online.ru) –Электронно-библиотечная система [ЭБС] Юрайт;
2. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Iprbooks»
3. <https://e.lanbook.com> - Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Лань».
4. <https://new.znanium.com> Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Znanium.com».
5. <https://www.ibooks.ru> - Электронно-библиотечная система «IBOOKS.RU».
6. <https://grebennikon.ru> - Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников».
7. <https://eivis.ru/basic/details> – «East View» Полные тексты российских научных и практических журналов, а так же газет центральной прессы России.
8. <https://elibrary.ru/defaultx.asp?> - Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.
9. <https://www.jstor.org> - Jstor. Полные тексты научных журналов и книг зарубежных издательств.
10. <https://link.springer.com> - Полнотекстовые политематические базы академических журналов и книг издательства Springer.

11. <https://academic.oup.com/journals?login=true> - Доступ к новым выпускам и архиву журналов Издательства Оксфордского университета Oxford Academic;
12. <https://journals.sagepub.com> - Полнотекстовая база научных журналов академического издательства Sage.
13. <https://www.elibrary.imf.org> - IMF eLibrary Книги издательства Международного валютного фонда, а также макроэкономические и финансовые данные.
14. <https://www.journals.uchicago.edu> - Chicago Journals. Доступ к новым выпускам и архиву журналов Издательства Чикагского университета.
15. <https://www.cambridge.org/core/> Cambridge Core. Полнотекстовая база научных статей и книг ведущего мирового академического издательства Cambridge University Press.
16. <https://www.sciencedirect.com> - SCIENCE DIRECT. Полные тексты журналов и справочников Handbooks издательства Elsevier
17. <https://onlinelibrary.wiley.com> - WILEY. На платформе Wiley доступны выпуски 1500 академических журналов разных профилей, изданных Wiley Periodicals в 2015–2019.
18. <https://link.springer.com/referencework/10.1057/978-1-349-95121-5> - New Palgrave Dictionary of Economics. Словарь, энциклопедия, ежеквартально обновляемый справочник по экономике.
19. <https://lib.ranepa.ru/ru/informatsionnye-resursy/zarubezhnye-resursy/49-ebSCO-publishing> - EBSCO Publishing. EBSCO. Издания по экономике, бизнесу, менеджменту, социологии, политологии, информатике и др.
20. <https://lib.ranepa.ru/ru/informatsionnye-resursy/zarubezhnye-resursy/78-arkhivy-nauchnykh-zhurnalov> - NEICON. Архив научных журналов» состоит из статей, вышедших в журналах издательств: Annual Reviews, Cambridge University Press, Oxford University Press, Sage Publications, Taylor & Francis.
21. <https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic#basic> - SCOPUS. Реферативная база, являющаяся указателем научного цитирования
22. [https://cbonds.ru/?show\\_main](https://cbonds.ru/?show_main) - Информационно-аналитический портал финансовых данных информационного агентства Cbonds.
23. <https://ar.oversea.cnki.net> - База данных полнотекстовых англоязычных ресурсов по всем академическим дисциплинам, опубликованных в Китае.
24. <https://spark-interfax.ru> Система профессионального анализа рынков и компаний «СПАРК»
25. <https://megapro.ranepa.ru/MegaPro/Web> - электронный каталог научной библиотеки РАНХиГС;
26. Справочно-правовая система «КонсультантПлюс».
27. Электронный периодический справочник «Гарант».