

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА  
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

Волгоградский институт управления – филиал РАНХиГС

Экономический факультет

кафедра информационных систем и математического моделирования

УТВЕРЖДЕНА  
учёным советом  
Волгоградского института управления –  
филиала РАНХиГС  
Протокол № 13 от 27.04.2026 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.33.01 МАТЕМАТИКА**

*(индекс, наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)*

**38.05.01 Экономическая безопасность**

*(код, наименование направления подготовки (специальности))*

**Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности**

*(наименование образовательной программы)*

**очная, заочная**

*(форма(ы) обучения)*

Год набора – 2026

Волгоград, 2026 г.

**Автор–составитель РПД:**

к.п.н., доцент, доцент кафедры информационных систем и математического моделирования  
Клюева И.А.

Заведующий кафедрой информационных систем и математического моделирования,  
к.т.н., доцент Астафурова О.А.

Рабочая программа дисциплины Б1.О.33.01 «Математика» одобрена на заседании кафедры  
информационных систем и математического моделирования  
Протокол № 10 от 24.04.2026 г.

Рабочая программа дисциплины составлена на основе типовых рабочих программ дисциплин  
Б.1.Б.11.01 Линейная алгебра Б.1.Б.11.02 Математический анализ для специальности 38.05.01  
Экономическая безопасность, авторами–составителями которой являются:

Доцент кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин  
к.т.н., доцент Резниченко А. В.

Доцент кафедры социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных дисциплин  
к.э.н. доцент Жук И. А.

Заведующий кафедрой социально-гуманитарных, экономических и естественно-научных  
дисциплин к.т.н., доцент Выжигин А.Ю.

Заведующий кафедрой экономической безопасности, д.э.н., профессор Ломакин А.Л.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....	4
1.1. Осваиваемые компетенции.....	4
2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы.....	5
3. Содержание и структура дисциплины .....	6
3.1. Структура дисциплины .....	6
3.2. Содержание дисциплины (модуля) .....	10
4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии оценивания.....	12
5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам ..	16
5.1. Формы текущего контроля успеваемости обучающихся.....	16
5.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся.....	17
5.3. Контрольные точки .....	49
5.4. Формы текущего контроля успеваемости обучающихся в рамках КТ и типовые оценочные материалы: .....	49
5.5. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий (при необходимости).....	51
6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине.....	52
6.1. Методы проведения зачета и экзамена.....	52
6.2. Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации .....	54
6.3. Критерии и шкала оценивания на основе БРС. ....	62
6.4. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий (при необходимости).....	63
7. Методические материалы по освоению дисциплины .....	64
8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет .....	72
8.1. Основная литература .....	72
8.2. Дополнительная литература.....	72
7.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	73
7.4. Нормативные правовые документы .....	73
7.5. Интернет-ресурсы.....	73
7.6. Иные источники.....	73
9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы .....	74

# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

## 1.1. Осваиваемые компетенции

Дисциплина Б1.О.33.01 «Математика» обеспечивает формирование у обучающихся следующих общепрофессиональных и профессиональных компетенций:

ОТФ/ТФ и реквизиты ПС (при наличии)**	Код компетенции **	Наименование компетенции **	Код индикатора достижения компетенций **	Наименование индикатора достижения компетенций **	Образовательный результат **
08.008 Специалист по финансовому консультированию, утв. приказом Минтруда и социальной защиты РФ от 19.03.2015 № 167н	ПКo1 ОС-1	Способен использовать методы математического анализа для решения прикладных задач	ИД-1 ПКo1 ОС-1	Демонстрирует способность использовать математические методы при разработке и принятии решений в области экономической безопасности	ИД-1ПКo1 ОС-1. 3-1 <b>Знает:</b> процесс использования математических методов при разработке и принятии решений в области экономической безопасности; ИД-1ПКo1 ОС-1. У-1 <b>Умеет:</b> демонстрировать способность использовать математические методы при разработке и принятии решений в области экономической безопасности; ИД-1ПКo1 ОС-1. В-1 <b>Владеет:</b> навыками использования математических методов при разработке и принятии решений в области экономической безопасности

## 2. Объем и место дисциплины в структуре образовательной программы

Учебная дисциплина Б1.О.33.01 «Математика» принадлежит к блоку обязательной части дисциплины. В соответствии с учебным планом по очной и заочной формам обучения дисциплина осваивается на 1 курсе, в 1 и 2 семестрах. Общая трудоемкость дисциплины в зачетных единицах составляет 9 ЗЕ (324 часа).

По очной форме обучения количество академических часов, выделенных на работу с преподавателем (по видам учебных занятий), – 130 часов, из них: лекций – 64 часа, практических занятий – 64 часа, в т.ч. с использованием системы СДО – 8 часов, консультации – 2 часа, контроль – 40 часов. На самостоятельную работу обучающихся запланировано 154 часа.

По заочной форме обучения количество академических часов, выделенных на работу с преподавателем (по видам учебных занятий) – 34 часа, из них лекций – 14 часов, практических занятий – 18 часов, консультации – 2 часа, контроль – 13 часов. На самостоятельную работу обучающихся запланировано 277 часов,

Формы промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом:  
по очной форме обучения – зачет в 1 семестре, экзамен во 2 семестре;  
по заочной форме обучения – зачет в 1 семестре, экзамен во 2 семестре;

Освоение дисциплины опирается на школьный курс математики. В результате изучения обучающийся должен знать определения, теоремы, подходы к решению задач из основных разделов математики. Знания и навыки, получаемые студентами в результате изучения дисциплины, необходимы для грамотной и профессиональной работы и ведения успешной научно-исследовательской работы в области управления.

### 3. Содержание и структура дисциплины

#### 3.1. Структура дисциплины

№ п/п	Наименование тем и (или) разделов	ВСЕГО	Объем дисциплины, ак.час.											Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий							Самостоятельная работа				
			Период теоретического обучения				Период промежуточной аттестации (сессия)			СРкр	СРэк	СР		
			Занятия лекционно-го типа		Занятия семинарского типа		ИК	КСР	КЭ				Каттэк	
Л/ЭО	ВЛ	ЛР	ПЗ/ЭО											
<b>очная форма обучения</b>														
<b>I семестр</b>														
Тема 1	Элементы теории множеств	8	2			2							4	О, КР
Тема 2	Матрицы и определители	20	4			6 / 2							10	О, КР
Тема 3	Системы линейных уравнений	28	6			6							16	О, КР
Тема 4	Векторы на плоскости и в пространстве	30	8			8 / 2							14	О, КР
Тема 5	Элементы аналитической геометрии	26	6			4							16	О, КР
Тема 6	Комплексные числа	28	6			6							16	О, КР
Промежуточная аттестация														зачет
<b>Итого в 1 семестре</b>		<b>144 (4 ЗЕ)</b>	<b>32</b>			<b>32 / 4</b>							<b>76</b>	



Тема 5	Элементы аналитической геометрии	24	2		2								20	О, КР
Тема 6	Комплексные числа	22	1		1								20	О, КР
Тема 7	Функции одной переменной	22	1		1								20	О, КР
Тема 8	Дифференциальное исчисление ФОП	23	1		2								20	О, КР
Тема 9	Интегральное исчисление ФОП	23	1		2								20	О, КР
Тема 10	Функции нескольких переменных	18	1		2								15	О, КР
Тема 11	Дифференциальные уравнения	13	2		1								10	О, КР
Тема 12	Ряды	11	2		1								8	О, КР
Консультация		2												
Промежуточная аттестация								2		9				экзамен
<b>Итого во 2 семестре</b>		<b>190</b>	<b>10</b>		<b>14</b>			<b>2</b>		<b>9</b>			<b>153</b>	
<b>ВСЕГО:</b>		<b>324</b> <b>(9 ЗЕ)</b>	<b>16</b>		<b>18</b>			<b>2</b>		<b>13</b>			<b>275</b>	

Примечание: формы текущего контроля успеваемости: опрос (О), тестирование (Т), реферат (Р), ситуационная задача (СЗ), решение задач (З) и др.

*Используемые сокращения:*

- Л– лекции (занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации обучающимся педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях).
- ВЛ– видео лекции
- ЛР– лабораторные работы
- ПЗ– практические занятия (за исключением лабораторных работ)
- ИК – индивидуальные консультации
- КСР – контроль самостоятельной работы
- КЭ – консультации перед экзаменом
- Каттэк – контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий
- Контроль – контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий для заочной формы обучения
- СРкр – самостоятельная работа на подготовку курсовой работы/ курсового проекта
- СРэк – самостоятельная работа на подготовку к экзамену

СР – самостоятельная работа в семестре на подготовку к учебным занятиям

Самостоятельная работа (СР) по изучению дисциплины осуществляется с применением ДОТ. Доступ к ДОТ осуществляется каждым обучающимся самостоятельно с любого устройства на портале: <https://lms.ranepa.ru>. Пароль и логин к личному кабинету/профилю/учетной записи предоставляется обучающемуся деканатом.

### 3. 2. Содержание дисциплины (модуля)

#### **Тема 1. Элементы теории множеств. (ПКo1 ОС-1)**

Понятия множества, способы задания и графического представления, операции над множествами. Действительные числа и их основные свойства. Метрическое пространство.

#### **Тема 2. Матрицы и определители. (ПКo1 ОС-1)**

Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Определители квадратных матриц. Свойства определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы.

#### **Тема 3. Системы линейных уравнений. (ПКo1 ОС-1)**

Основные понятия и определения. Система  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Метод Гаусса. Система  $m$  линейных уравнений с  $n$  переменными. Системы линейных однородных уравнений.

#### **Тема 4. Векторы на плоскости и в пространстве. (ПКo1 ОС-1)**

Понятия  $n$ -мерного вектора и векторного пространства. Скалярное и векторное произведение. Размерность и базис векторного (линейного) пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство. Линейные преобразования (операторы). Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

#### **Тема 5. Элементы аналитической геометрии. (ПКo1 ОС-1)**

Системы координат. Простейшие задачи аналитической геометрии. Алгебраические линии первого порядка. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых и точек. Алгебраические линии второго порядка. Окружность и эллипс. Гипербола и парабола. Плоскость и прямая в пространстве.

#### **Тема 6. Комплексные числа. (ПКo1 ОС-1)**

Модели представления комплексных чисел. Алгебраическая форма представления комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексных чисел.

#### **Тема 7. Функции одной переменной. (ПКo1 ОС-1)**

Понятие функции. Основные свойства функций и их классификация. Элементарные функции. Преобразование графиков. Понятие числовой последовательности. Предел функции и числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Непрерывность функции.

#### **Тема 8. Дифференциальное исчисление ФОП. (ПКo1 ОС-1)**

Понятие производной функции. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные неявной и параметрически заданной функции. Понятие производных высших порядков. Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Понятие о дифференциалах высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функций. Характерные точки функций и характерные линии их графиков (экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке и интервале, выпуклость функции, точки перегиба, асимптоты графика функции). Общая схема исследования функций и построения их графиков.

#### **Тема 9. Интегральное исчисление ФОП. (ПКo1 ОС-1)**

Понятия первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Методы интегрирования (метод замены переменной, метод интегрирования по

частям, интегрирование простейших рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональностей, интегрирование тригонометрических функций). Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенного интеграла (замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле). Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

#### **Тема 10. Функции нескольких переменных. (ПК01 ОС-1)**

Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные и полный дифференциал функции. Производная по направлению, градиент функции. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Понятие двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Геометрическая интерпретация двойного интеграла.

#### **Тема 11. Дифференциальные уравнения. (ПК01 ОС-1)**

Основные понятия. Общее и частные решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши (условие существования и единственности решения). Неполные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

#### **Тема 12. Ряды. (ПК01 ОС-1)**

Понятие числового ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда. Ряды Маклорена и Тейлора.

#### 4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии оценивания

- 4.1. Оценочные материалы по дисциплине Б1.О.33.01 «Математика» входят в состав оценочных материалов по образовательной программе. Совокупность оценочных материалов по всем дисциплинам (модулям) образовательной программы составляет фонд оценочных средств (далее – ФОС). ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с целью оценивания достижения обучающимися планируемых результатов обучения.
- 4.2. ФОС разработан как комплекс проверочных заданий различного типа и уровня сложности, включает критерии и шкалы оценивания, а также «ключи» правильных ответов. ФОС формируется как отдельный документ и хранится в электронном виде, доступ к ФОС предоставлен ограниченному кругу лиц.
- 4.3. Для самостоятельной работы обучающихся при подготовке к текущему контролю успеваемости и промежуточной аттестации в рабочих программах дисциплин размещены типовые проверочные задания, которые можно условно разделить на задания закрытого, комбинированного и открытого типов:
- ✓ *Задания закрытого типа* – это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных.
  - ✓ *Задания комбинированного типа* – это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных и обосновать свой выбор.
  - ✓ *Задания открытого типа* – это задания, в которых на каждый вопрос должен быть предложен развернутый обоснованный ответ.

В зависимости от типа задания рекомендованы определенная последовательность выполнения и система оценивания выполнения заданий.

#### 4.4. Типы заданий, сценарии выполнения, критерии оценивания

ТИП ЗАДАНИЯ	ИНСТРУКЦИЯ	СЦЕНАРИИ ВЫПОЛНЕНИЯ	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких вариантов предложенных	Прочитайте текст, выберите правильный ответ	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Выбрать один верный ответ.</li> <li>4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа (напр., 3 или В).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква
Задание закрытого типа на установление соответствия	Прочитайте текст и установите соответствие	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидаются пары элементов.</li> <li>2. Внимательно прочитать оба списка: список 1 – вопросы, утверждения, факты, понятия и т.д.; список 2 – утверждения, свойства объектов и т.д.</li> <li>3. Сопоставить элементы списка 1 с элементами списка 2, сформировать пары элементов.</li> <li>4. Записать попарно буквы и цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа (напр., А1 или Б4).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указаны цифры или буквы
Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов из нескольких вариантов предложенных	Прочитайте текст, выберите правильные ответы	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается несколько правильных ответов из предложенных вариантов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Выбрать несколько правильных ответов.</li> <li>4. Записать только номера (или буквы) выбранного варианта ответа (напр., 1 4 или А Г).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно установлены все соответствия (позиции из одного столбца верно сопоставлены с позициями другого)
Задание закрытого типа на установление последовательности	Прочитайте текст и установите последовательность	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Построить верную последовательность из</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указана вся последовательность цифр

		предложенных элементов. 4. Записать буквы/цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа в нужной последовательности (напр., БВА или 135).	
Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа из предложенных и обоснованием выбора	Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Выбрать один верный ответ.</li> <li>4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа.</li> <li>5. Записать аргументы, обосновывающие выбор ответа (напр., 4 текст обоснования).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква и приведены корректные аргументы, используемые при выборе ответа
Задание открытого типа с развернутым ответом	Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять суть вопроса.</li> <li>2. Продумать логику и полноту ответа.</li> <li>3. Записать ответ, используя четкие компактные формулировки.</li> <li>4. В случае расчетной задачи, записать решение и ответ</li> </ol>	<p>Ответ считается верным:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Отсутствие фактических ошибок.</li> <li>2. Раскрытие объема используемых понятий (полнота ответа).</li> <li>3. Обоснованность ответа (наличие аргументов).</li> <li>4. Логическая последовательность излагаемого материала.</li> </ol>

4.5. Общая шкала оценивания результатов текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением БРС.

Итоговая балльная оценка	Традиционная система	Бинарная система	ECTS	
			Для традиционной системы	Для бинарной системы
95-100	Отлично	Зачтено	A	P/ Passed
85-94			B	P/ Passed
75-84	Хорошо		C	P/ Passed
65-74			D	P/ Passed
55-64			E	P/ Passed
Менее 55	Неудовлетворительно		Не зачтено	F

Соотношение баллов за текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию, а также повторную промежуточную аттестацию:

Максимальная сумма баллов за текущий контроль успеваемости	Максимальная сумма баллов за промежуточную аттестацию	Максимальная итоговая балльная оценка	Максимальная сумма баллов за повторную промежуточную аттестацию
60 баллов	40 баллов	100 баллов	100 баллов

## 5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам

### 5.1. Формы текущего контроля успеваемости обучающихся

В ходе реализации дисциплины Б1.О.33.01 «Математика» используются следующие формы текущего контроля успеваемости обучающихся (в т.ч. задания к контрольным точкам):

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Методы текущего контроля успеваемости
<b>очная форма</b>		
Тема 1	Элементы теории множеств	Устный опрос, контрольная работа
Тема 2	Матрицы и определители	Устный опрос, контрольная работа
Тема 3	Системы линейных уравнений	Устный опрос, контрольная работа
Тема 4	Векторы на плоскости и в пространстве	Устный опрос, контрольная работа
Тема 5	Элементы аналитической геометрии	Устный опрос, контрольная работа
Тема 6	Комплексные числа	Устный опрос, контрольная работа
Тема 7	Функции одной переменной	Устный опрос, контрольная работа
Тема 8	Дифференциальное исчисление	Устный опрос, контрольная работа
Тема 9	Интегральное исчисление	Устный опрос, контрольная работа
Тема 10	Функции нескольких переменных	Устный опрос, контрольная работа
Тема 11	Дифференциальные уравнения.	Устный опрос, контрольная работа
Тема 12	Ряды	Устный опрос, контрольная работа
<b>заочная форма</b>		
Тема 1	Элементы теории множеств	Устный опрос
Тема 2	Матрицы и определители	Устный опрос
Тема 3	Системы линейных уравнений	Устный опрос
Тема 4	Векторы на плоскости и в пространстве	Устный опрос
Тема 5	Элементы аналитической геометрии	Устный опрос
Тема 6	Комплексные числа	Устный опрос
Тема 7	Функции одной переменной	Устный опрос
Тема 8	Дифференциальное исчисление	Устный опрос
Тема 9	Интегральное исчисление	Устный опрос
Тема 10	Функции нескольких переменных	Устный опрос
Тема 11	Дифференциальные уравнения.	Устный опрос
Тема 12	Ряды	Устный опрос

## 5.2. Типовые материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

### Вопросы для опроса и решения задач

#### I семестр

#### Тема 1. Элементы теории множеств. (ПК01 ОС-1)

##### Вопросы для устного опроса:

1. Понятия множества.
2. Способы задания и графического представления.
3. Операции над множествами.
4. Действительные числа и их основные свойства.
5. Метрическое пространство.

##### Практические задания:

###### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Равны ли следующие множества:

а)  $\{2, 4, 5\}$  и  $\{2, 4, 5, 2\}$ ; б)  $\{1, 2\}$  и  $\{\{1, 2\}\}$ ;

на дом в)  $\{1, 2, 3\}$  и  $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$ ; г)  $\{\{1, 2\}, 3\}$  и  $\{\{1\}, \{2, 3\}\}$ ;

3. Пусть даны множества:  $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $X = \{1, 5\}$ ,  $Y = \{1, 2, 4\}$ ,  $Z = \{2, 5\}$ .

Найти множества:

а)  $X \cap Y'$ ; б)  $(X \cap Z) \cup Y'$ ; в)  $X \cup (Y \cap Z)$ .

на дом

г)  $(X \cup Y) \cap (X \cup Z)$ ; д)  $(X \cup Y)'$ ; е)  $X' \cap Y'$ .

4. Начертить диаграммы Венна, иллюстрирующие построение множеств, и показать, что эти утверждения не всегда верны:

а)  $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$ ; б)  $(A \setminus B) \cup B = A$ ; в)  $(A \cap B) \setminus A = \emptyset$ ;

на дом

г)  $(A \cup B) \setminus B = A$ ; д)  $(A \setminus B) \cup C = (A \cup C) \setminus (B \cup C)$ .

5. Определить множества  $A \cap B$ ;  $A \cup B$ ;  $A \setminus B$ ;  $B \setminus A$  и изобразить их на числовой оси (плоскости), если

а)  $A = (-1, 2]$ ;  $B = [1, 4)$ ;

б)  $A = \{x: -4 < x < 1\}$ ;  $B = \{x: 0 < x < 4\}$ .

в)  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ ;

$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + (y - 1)^2 \leq 1\}$ , где  $\mathbb{R}^2$  – вещественная плоскость.

на дом

г)  $A = \{x: x^2 - x - 2 > 0\}$ ;  $B = \{x: 6x - x^2 > 0\}$ ;

д)  $A = \{x: \sin \pi x = 0\}$ ;  $B = \{x: \cos \pi x / 2 = 0\}$ .

6. Доказать, что на множестве  $\mathbb{R}^*$  имеются единственные ноль и единица.

7. Решить уравнения:

а)  $|x - 5| - |2x + 8| = -12$ ; б)  $|5 + |x + 2|| = 10$ ; в)  $|x| + |x - 1| + |x - 2| - 2,5 = 0$ ;

на дом

г)  $x^2 + |x| - 2 = 0$ ; д)  $|x + 1| + |x| + |x - 1| = 6$ ; е)  $x|x + 2| - |x + 1| - (x + 1)|x| + 1 = 0$ .

\*  $\mathbb{R}^*$  - множество действительных чисел.

8. Пусть  $E = \{b, c, d, e, f\}$ ,  $A = \{b, c, d\}$ ,  $B = \{c, e\}$ .

Начертить диаграмму Венна, иллюстрирующую построение этих множеств.

9. Описать множество  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 3x - 4 \leq 0\}$  перечислением ее элементов.

10. Считая отрезок  $[0,1]$  универсальным множеством, найти и изобразить на числовой прямой дополнения множеств:

а)  $\{0, 1\}$ ; б)  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ ; **на дом** в)  $(0, \frac{1}{2}]$ ; г)  $\{0\} \cup [\frac{3}{4}, 1)$ .

11. Доказать, что для множеств  $A, B, C \Rightarrow$

а)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ; б)  $A \setminus B = A \cap B'$ ;

**на дом**

в)  $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \cap (A \cup C')$ ; г)  $(A \cup B) \cap (A \cup B') = A$ .

12. Доказать, что

а) уравнение  $a + x = b$  имеет единственное решение  $x = -a + b$ ;

**на дом**

б) уравнение  $ax = b$  имеет единственное решение  $x = a^{-1}b$ .

13. Решить (доказать) неравенства:

а)  $||x^3 - x - 1| - 5| \geq x^3 + x + 8$ ; б)  $|x - y| \geq ||x| - |y||$ ;

**на дом**

в)  $|x^2 - 3x + 2| + |2x + 1| \geq 5$ ; г)  $|x + x_1 + x_2 + \dots + x_n| \geq |x| - (|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|)$ .

## Тема 2. Матрицы и определители. (ПК01 ОС-1)

### Вопросы для устного опроса:

1. Определение матрицы. Классификация матриц.
2. Транспонирование матриц.
3. Сложение и умножение матриц.
4. Определители второго и третьего порядков.
5. Вычисление определителей различными способами.
6. Использование свойств определителей при их вычислении.
7. Алгоритм вычисления обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
8. Алгоритм вычисления обратной матрицы присоединением справа единичной матрицы того же порядка.

### Практические задания:

#### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Даны матрицы  $A$  и  $B$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 13 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

а)  $A + B$ ; б)  $A^T + B$ ; в)  $A + B^T$ ; г)  $A^T + B^T$ ; д)  $AB$ ; е)  $A^T B$ ; ж)  $AB^T$ ; з)  $BA^T$ .

**на дом**

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 13 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Найти матрицу  $C = -5A + 2B$ , если:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \text{ на дом } \text{б) } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Найти произведение матриц:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \text{ б) } \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix};$$

$$\text{на дом в) } \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}; \text{ г) } \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Найти из произведений матриц  $AB$  и  $BA$  те, которые существуют:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{ на дом } \text{б) } A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}; \text{ б) } \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 7 \end{vmatrix}; \text{ в) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}; \text{ на дом г) } \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}; \text{ д) } \begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix}; \text{ е) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{vmatrix}.$$

## Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Вычислить матрицу  $D = (AB)' - C^2$ :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}. \text{ на дом}$$

3. Вычислить матрицу  $D = ABC - 3E$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}; C = (2 \ 0 \ 5); E - \text{единичная матрица.}$$

$$3. \text{ Вычислить } A^3, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти матрицу  $A^n$  и ее след:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}; n=3. \text{ на дом } \text{б) } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; n=3. \text{ в) } \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}; n=5.$$

5. Найти значение многочлена  $f(x)$  от матрицы  $A$ :

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 5; A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}; \text{ на дом } f(x) = x^3 - 7x^2 + 13x - 5; A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Убедиться, что определитель матрицы равен определителю транспонированной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0,5 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

7. Доказать тождества:

$$\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b). \text{ на дом } \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

8. Решить уравнения:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 \\ 1 & 1 & 2-x \end{vmatrix} = 0. \text{ на дом } \begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

### Занятие 3

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти определитель матрицы:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{на дом } C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель,

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ a & b & c & d \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix} \qquad \text{на дом} \qquad \begin{vmatrix} a & 1 & 2 & 0 \\ b & 3 & 1 & 4 \\ c & 0 & 1 & 2 \\ d & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

разлагая его по элементам  
третьей строки

разлагая его по элементам  
первого столбца

3. Вычислить определители:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}; \quad б) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}; \quad \text{на дом в) } \begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 & 2 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & 3 & -2 \\ -7 & 8 & 4 & 5 \end{vmatrix}; \quad г) \begin{vmatrix} 0 & 6 & 3 & 5 & 1 \\ -3 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ -3 & 8 & 7 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 0 \end{vmatrix} 4.$$

Вычислить матрицу  $B = 11(A^{-1})' + A'$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Найти обратную матрицу  $A^{-1}$  двумя способами: с помощью присоединенной матрицы и элементарных преобразований:

$$a) \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 4 \\ 7 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad б) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом в) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad г) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -7 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Найти матрицу, обратную матрице  $C$ , если она существует

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{на дом } C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 3 & 5 & 13 \\ -3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

6. Найти ранги матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 2 & -6 & 0 \\ 1 & -3 & -5 \end{pmatrix} \quad \text{на дом } C = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

7. Найти ранги матриц

$$a) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}; \quad б) \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \\ -4 & -3 & 1 \end{pmatrix}; \quad в) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 2 & 5 \\ -1 & 0 & 4 & 8 & 3 \\ 3 & 6 & 10 & -4 & 7 \end{pmatrix};$$

$$\text{на дом г) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad д) \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ -4 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad е) \begin{pmatrix} 0 & 5 & -1 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 6 \\ -1 & -3 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

8. Найти максимальное число линейно независимых строк матриц:

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -6 & 5 \end{pmatrix}; \quad б) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 11 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом в) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ 3 & -6 & 5 & 6 \end{pmatrix}; \quad г) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

9. Найти максимальное число линейно независимых столбцов матриц:

$$а) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & -4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом} \quad б) \begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 4 & 3 & 7 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

10. Показать, что сумма произведений элементов третьего столбца матрицы на алгебраические дополнения соответствующих элементов первого столбца равна нулю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

11. Решить задачи с экономическим содержанием:

а) В некоторой отрасли  $m$  заводов выпускают  $n$  видов продукции. Матрица  $A_{m \times n}$  задает объем продукции на каждом заводе в первом квартале, а матрица  $B_{m \times n}$  – во втором;  $(a_{ij}, b_{ij})$  – объемы продукции  $j$ -го типа на  $i$ -ом заводе в первом и втором кварталах соответственно.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти: объемы продукции; прирост объемов продукции во втором квартале по сравнению с первым по видам продукции и заводам; стоимостное выражение выпущенной продукции за полгода (в евро), если  $\lambda$  — курс евро по отношению к рублю.

б) Предприятие производит  $n$  типов продукции, объемы выпуска которых заданы матрицей  $A_{1 \times n}$ . Цена реализации единицы  $i$ -го типа продукции в  $j$ -ом регионе задана матрицей  $B_{n \times k}$ , где  $k$  – число регионов, в которых реализуется продукция.

$$B_{3,4} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу выручки  $C$  по регионам, если  $A_{1 \times 3} = (100 \quad 200 \quad 100)$ ,

*на дом*

в) Три завода выпускают четыре вида продукции.

Необходимо найти: матрицу выпуска продукции за квартал, если заданы матрицы помесечных выпусков  $A_1, A_2$  и  $A_3$ ; матрицы прироста выпуска продукции за каждый месяц  $B_1$  и  $B_2$  и проанализировать результаты.

$$\text{Дано: } A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}; \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad A_3 = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

г) Найти  $C$ — матрицу выручки  $C$  по регионам по условиям задачи бб), если

$$A = (10 \ 40 \ 10 \ 20); \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

### Тема 3. Системы линейных уравнений. (ПК01 ОС-1)

#### Вопросы для устного опроса:

1. Допустимые преобразования систем линейных уравнений.
2. Множество решений системы.
3. Формулы Крамера для решения систем линейных уравнений.
4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
5. Использование обратной матрицы для нахождения решения системы линейных уравнений.

#### Практические задания:

##### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Решить системы уравнений методом обратной матрицы и по формулам Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - x_2 = 5, \\ 2x_1 + x_2 = 1. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -2x_1 + x_2 + 6x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases} \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \begin{cases} x_1 - \sqrt{5}x_2 = 0, \\ 2\sqrt{5}x_1 - 5x_2 = -10. \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -8, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -3, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases} \quad 3.$$

Решить системы уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -1 \end{cases} ; \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 5 \end{cases} ; \quad \text{в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases} .$$

*на дом*

$$\text{г) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 7 \\ -9x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases} ; \quad \text{д) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \end{cases} ; \quad \text{е) } \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases} .$$

4. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } AXB = C, \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 7 \\ 6 & 5 & 9 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

*на дом*

$$\text{в) } X \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \text{г) } \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}.$$

##### Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Решить системы уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_2 + 3x_3 - x_4 = 10 \\ x_1 + 3x_2 + 8x_3 - x_4 = 22 \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_4 = 11 \end{cases}; \text{ на дом б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = -4 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -2 \end{cases}.$$

3. Решить (любым методом) системы уравнений, заданные в виде  $AX = B$ , где  $A$  – матрица системы;  $B$  – столбец свободных членов:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 2 & -4 & -3 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 17 \end{pmatrix}; \text{ на дом б) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

### Занятие 3

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

1. Найти базисные и общие решения систем уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -2, \\ x_1 - x_2 - x_4 = 2. \end{cases}$$

$$\text{на дом в) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1. \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 18, \\ -x_1 - x_2 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}$$

2. Найти фундаментальные системы решений систем линейных уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 + 3x_4 = 0, \\ 11x_1 + 17x_2 - 8x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 6x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 0, \\ -4x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$\text{дом в) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0. \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 0, \\ 7x_1 + 9x_2 + 9x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 0, \\ 4x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

### **Типовые задания для контрольной работы**

Решите систему линейных уравнений указанным способом:

а) с помощью формул Крамера

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 23, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 19. \end{cases}$$

б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 25, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = -28. \end{cases}$$

в) с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 13, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -5, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 10. \end{cases}$$

#### Тема 4. Векторы на плоскости и в пространстве. (ПК01 ОС-1)

##### Вопросы для устного опроса:

1. Операции над векторами, заданными в координатной форме.
2. Нахождение угла между двумя векторами.
3. Скалярное произведение векторов.
4. Вычисление собственных чисел и собственных векторов линейных операторов.
5. Составление квадратичных форм.
6. Исследование квадратичной формы на знакоопределенность.
7. Разложение вектора по базису.
8. Векторное произведение векторов и его свойства.
9. Смешанное произведение векторов и его свойства.

##### Практические задания:

###### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти косинус угла между векторами  $x$  и  $y$ , принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом.

$$\text{а) } x = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{на дом б) } x = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

3. Решить задачи:

а) Даны векторы  $a = 2m + 4n$ ,  $b = m - n$ , где  $m, n$  – единичные векторы, образующие угол  $120^\circ$ .

Найти угол между векторами  $a$  и  $b$ .

б) Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах  $a = -2j + k$ ,  $b = 2i + j$ .

в) Даны длины векторов  $|a| = 11$ ,  $|b| = 23$ ,  $|a - b| = 30$ . Определить  $|a + b|$ .

на дом

г) В плоскости находятся три вектора  $a, b$  и  $c$ . Известно, что  $|a| = 2$ ,  $|b| = 3$ ,  $|c| = 5$ , угол между векторами  $a$  и  $b$  равен  $60^\circ$ , а угол между векторами  $b$  и  $c$  тоже равен  $60^\circ$ . Найти длину вектора  $d = -a + b - c$ .

д) Определить длины векторов, на которых построен параллелограмм с диагоналями  $c = 2i - j + 3k$ ,  $d = 2i - 2j + 4k$ .

е) При каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $a = -2i + 3j + \beta k$  и  $b = \alpha i - 6j + 2k$ , будут коллинеарны, ортогональны.

4. Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $\varphi = \pi/4$ .

на дом

Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{c} = -\vec{m} + 2\vec{n}$ ,  $\vec{d} = 3\vec{m} - \vec{n}$ , если  $|\vec{m}| = 5$ ,  $|\vec{n}| = 4$ ,  $\varphi = \pi/6$ .

5. Даны вершины треугольника  $A(0; 2; 0)$ ,  $B(-2; 5; 0)$ ,  $C(-2; 2; 6)$ . Найти его площадь.

*на дом*

Проверить, будут ли коллинеарными следующие векторы:  $\vec{c}(4, -2; 1)$ ,  $\vec{d}(8; -4; 4)$ .

6. Решить задачи:

- а) Выяснить, является ли линейным пространством множество всех алгебраических многочленов одной переменной: степени не выше  $n$ , степени  $n$ , степени выше  $n$ ?
- б) Выяснить, является ли линейным пространством множество всех решений системы  $n$  линейных однородных уравнений с  $n$  переменными?

*на дом*

- в) Выяснить, является ли линейным пространством множество: всех матриц размера  $m \times n$ , диагональных матриц порядка  $n$ , невырожденных матриц порядка  $n$ , векторов?
- г) Каким должно быть число  $a$ , чтобы множество, состоящее из одного этого числа, являлось линейным пространством?

Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

- а) Даны три вектора  $a = (2; -2)$ ,  $b = (2; -1)$ ,  $c = (2; 4)$ . Найти координаты вектора  $p = 2a - b + c$  и разложить его по векторам  $a$  и  $b$ .
- б) Найти длину вектора  $a = 2i + 3j - 6k$  и его направляющие косинусы.
- в) Найти проекцию вектора  $a = i + j + 2k$  на вектор  $b = i - j + 4k$ .

*на дом*

- г) Даны четыре вектора  $a = (2; 1; 0)$ ,  $b = (1; -1; 2)$ ,  $c = (2; 2; -1)$ ,  $d = (3; 7; -7)$ . Разложить  $a$  по векторам  $b$ ,  $c$  и  $d$ .
- д) Вектор составляет с осями  $Oy$  и  $Oz$  углы  $60^\circ$  и  $120^\circ$  соответственно. Какой угол он составляет с осью  $Ox$ ?
- е) Даны векторы  $a = 3i - 6j - k$ ,  $b = i + 4j - 5k$  и  $c = 3i + 4j + 2k$ . Найти проекцию вектора  $a + c$  на вектор  $b + c$ .

3. Найти векторное произведение векторов  $a = 2i + 3j - k$ ,  $b = 3i - j - 4k$ .

*на дом*

Будут ли коллинеарны  $c_1 = \bar{a}_1 - \bar{a}_2$ ;  $c_2 = 2\bar{a}_1 + \bar{a}_2$  векторы построенные по векторам:

$\bar{a}_1 = (2, 1, 1)$  и  $\bar{a}_2 = (0, 3, 1)$

4. Решить задачи:

а) В некотором базисе заданы векторы  $a_1 = (-2; 0; 1)$ ,  $a_2 = (1; -1; 0)$ ,  $a_3 = (0; 1; 2)$ . Выяснить, является ли вектор  $a_4 = (2; 3; 4)$  линейной комбинацией векторов  $a_1, a_2, a_3$ .

б) Выяснить являются ли линейно зависимыми или линейно независимыми векторы:

$a_1 = (-7; 5; 19)$ ,  $a_2 = (-5; 7; -7)$ ,  $a_3 = (-8; 7; 14)$ .

в) Выяснить, образуют ли базис трехмерного пространства  $R^3$  векторы:

$a_1 = (1; 1; 1)$ ,  $a_2 = (1; 0; 1)$ ,  $a_3 = (2; 1; 2)$ .

*на дом*

г) В некотором базисе заданы векторы  $a_1 = (2; 1)$ ,  $a_2 = (-1; 3)$ . Найти все значения  $m$ , при которых вектор  $b = (1; m)$  в том же базисе является линейной комбинацией векторов  $a_1$  и  $a_2$ .

д) Выяснить являются ли линейно зависимыми или линейно независимыми векторы:

$a_1 = (1; 8; -1)$ ,  $a_2 = (-2; 3; 3)$ ,  $a_3 = (4; -11; 9)$ .

е) Выяснить, образуют ли базис четырехмерного пространства  $R^4$  векторы:

$a_1 = (1; 1; 1; 1)$ ,  $a_2 = (1; 0; 1; 0)$ ,  $a_3 = (0; -1; 0; 1)$ ,  $a_4 = (1; 0; 0; 1)$ .

5. Решить задачи:

а) Дана матрица перехода

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

от базиса  $(e_1, e_2)$  к базису  $(e^*_1, e^*_2)$ . Найти координаты векторов  $e_1, e_2$  в базисе  $(e^*_1, e^*_2)$ .

б) Дана матрица перехода

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

от базиса  $(e_1, e_2, e_3)$  к базису  $(e^*_1, e^*_2, e^*_3)$ . Найти координаты вектора  $e^*_2$  в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$ .

*на дом*

в) Дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

перехода от базиса  $(e_1, e_2, e_3)$  к базису  $(e^*_1, e^*_2, e^*_3)$ . Найти координаты векторов  $e_1, e_2, e_3$  в базисе  $(e^*_1, e^*_2, e^*_3)$ .

г) Найти матрицу перехода от базиса  $(e_1, e_2, e_3, e_4)$  к базису  $(e_3, e_4, e_2, e_1)$ .

### Занятие 3

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ в вектор } y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 - x_3 \end{pmatrix}, \quad \text{на дом} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \text{ в вектор } y = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ 2x_3 \\ x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор  $x$  двумерного векторного пространства в вектор  $y$  по следующему алгоритму:

а) симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = x_2$ ;

б) симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = 0$ , а затем симметричное отображение относительно начала координат.

*на дом*

в) симметричное отображение относительно прямой  $x_1 = -x_2$ .

г) поворот на  $45^\circ$  по часовой стрелке;

д) симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой  $x_2 = 0$ .

4. Выяснить является ли оператор  $\tilde{A}(x)$  линейным, если вектор  $x = (x_1; x_2; x_3)$ :

$$\tilde{A}(x) = (x_2 - 2x_3; x_1 + x_2; x_1) \quad \text{на дом} \quad \tilde{A}(x) = (x_1 x_2; x_2 x_3; x_1 x_3).$$

5. Найти координаты вектора  $y = \tilde{A}(x)$ , если оператор  $\tilde{A}$  задан матрицей  $A$  (в этом базисе):

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad x = -e_1 + 2e_2 + e_3 \quad \text{на дом} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad x = (2; -1).$$

6. Найти матрицу  $A^*$  линейного оператора в базисе  $(e_1^*, e_2^*, e_3^*)$ , заданного матрицей  $A$  в базисе  $(e_1, e_2, e_3)$ :

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} e_1^* = e_2; \\ e_2^* = e_1 + e_2. \end{matrix} \quad \text{на дом} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} e_1^* = 2e_1 + e_2 - e_3; \\ e_2^* = 2e_1 - e_2 + 2e_3; \\ e_3^* = 3e_1 + e_3; \end{matrix}$$

#### Занятие 4

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти собственные значения и собственные вектора линейного оператора  $\tilde{A}$  (матрица  $A$ ):

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{г) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Найти базис, в котором линейный оператор  $\tilde{A}$ , задаваемый матрицей  $A$ , имеет диагональный вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом} \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Выяснить, приводится ли к диагональному виду матрица  $A$ . Если приводится, то записать ее диагональный вид:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}; \quad \text{на дом} \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Написать квадратичную форму  $L$  в матричном виде:

$$L = 3x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 \quad \text{на дом} \quad L = x_1^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 + 5x_1x_3.$$

6. Найти ранг квадратичной формы  $L$ :

$$L = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 \quad \text{на дом} \quad L = 2x_1^2 - x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3.$$

7. Найти квадратичную форму, полученную из данной указанным преобразованием:

$$L = 3x_1^2 - x_2^2 + 4x_1x_2; \quad \text{на дом} \quad L = 2x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 + x_2x_3;$$

$$\begin{cases} x_1 = 2y_1 - y_2, \\ x_2 = y_1 + y_2. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = y_1 + y_2 - y_3, \\ x_2 = y_1 + y_2 + y_3, \\ x_3 = y_1 + y_3. \end{cases}$$

8. Привести к каноническому виду квадратичные формы:

$$L = 2x_1^2 - 3x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 8x_2x_3 \quad \text{на дом} \quad L = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3.$$

9. Исследовать на знакоопределенность квадратичную форму  $L$ :

$$L = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 \quad \text{на дом} \quad L = -2x_2^2 - x_1^2 - x_1x_3 + 2x_2x_3 - 2x_3^2.$$

10. Найти все значения параметра  $m$ , при которых положительно (отрицательно) определены квадратичные формы  $L$ :

$$L = 2x_1^2 + x_2^2 + mx_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3 \quad (L = -x_1^2 + mx_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3)$$

на дом

$$L = mx_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3 \quad (L = -2x_1^2 - 2x_2^2 + mx_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3).$$

**Типовые задания для контрольной работы**

1. Коллинеарны ли векторы  $\vec{c}_1 = 2\vec{a} + 4\vec{b}$  и  $\vec{c}_2 = 3\vec{b} - \vec{a}$ , если  $\vec{a} = \{1; -2; 3\}$ ,  $\vec{b} = \{3; 0; -1\}$ ?
2. Найдите косинус угла между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ , если  $A(1; -2; 3)$ ,  $B(2; 3; 5)$ ,  $C(6; 2; 3)$ .
3. Даны векторы  $\vec{a} = \{1; -2; 3\}$  и  $\vec{b} = \{3; 4; -1\}$ . Найдите векторное произведение, синус угла между ними, площадь параллелограмма, построенного на этих векторах.
4. Докажите, что точки  $A(5; 7; 2)$ ,  $B(3; 1; -1)$ ,  $C(9; 4; -4)$ ,  $D(1; 5; 0)$  лежат в одной плоскости.
5. Найдите объем пирамиды  $ABCD$  и длину высоты, опущенной на грань  $BCD$ , если вершины имеют координаты  $A(0; 0; 1)$ ,  $B(2; 3; 5)$ ,  $C(6; 2; 3)$ ,  $D(3; 7; 2)$ .
6. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $2\vec{a} - 4\vec{b}$  и  $-3\vec{a} + \vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ ;  $\vec{a} \wedge \vec{b} = 30^\circ$ .
7. Найдите скалярное и векторное произведение векторов  $2\vec{a} + \vec{b}$  и  $-\vec{a} + 4\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .

## Тема 5. Элементы аналитической геометрии. (ПК01 ОС-1)

### Вопросы для устного опроса:

1. Прямая на плоскости.
2. Уравнения прямой на плоскости: общее уравнение, уравнение с угловым коэффициентом, уравнение прямой в отрезках, уравнение прямой, проходящей через две точки, параметрические уравнения прямой, уравнение прямой с нормальным вектором.
3. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
4. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
5. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола.
6. Плоскость в пространстве.
7. Уравнения плоскости: общее уравнение, уравнение плоскости в отрезках, уравнение плоскости, проходящей через три точки, параметрические уравнения плоскости, уравнение плоскости с нормальным вектором.
8. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
9. Угол между плоскостями.
10. Расстояние от точки до плоскости.

### Практические задания:

#### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Решить задачи:
  - а) На оси абсцисс найти точку, отстоящую на расстояние  $d = 10$  от точки  $A(2, 6)$ .
  - б) На осях абсцисс и ординат найти точки, равноудаленные от точек  $A(2, 3)$  и  $B(5, 6)$ .
  - в) Даны три вершины параллелограмма: точки  $A(3, -5)$ ,  $B(5, -3)$ ,  $C(-1, 3)$ . Определить четвертую вершину  $D$ , противоположную  $B$ .
  - г) Точки  $A(-2, 1)$ ,  $B(2, 3)$ ,  $C(4, -1)$  – середины сторон треугольника. Найти координаты его вершин.
  - д) Найти центр масс однородной пластинки, имеющей форму треугольника с вершинами  $A(2, 4)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(4, -2)$ .
  - е) Лежат ли на одной прямой три данные точки  $A(2, 0)$ ,  $B(6, 4)$ ,  $C(11, 9)$ .

**на дом**

- ж) Отрезок, ограниченный точками  $A(1, -3)$  и  $B(4, 3)$ , разделен на три равные части. Определить координаты точек деления.
- з) Даны вершины треугольника:  $A(3, 5)$ ,  $B(-3, 3)$ ,  $C(5, -8)$ . Определить длину медианы, проведенной из вершины  $C$ .
- и) Составить уравнение множества точек, равноудаленных от двух данных точек:  $M_1(-4, 3)$  и  $M_2(2, 5)$ .
- к) Составить уравнение множества точек, равноудаленных от оси  $Oy$  и точки  $F(4, 0)$ .
- л) Составить уравнение траектории точки  $M(x, y)$ , которая при своем движении остается вдвое ближе к точке  $A(0, -1)$ , чем к точке  $B(0, -4)$ .
- м) Треугольник задан координатами вершин:  $A(3, 5)$ ,  $B(9, -3)$ ,  $C(0, 1)$ . Найти длину биссектрисы угла  $A$ .

**Занятие 2**

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Решить задачи:
  - а) Составить уравнения прямых, проходящих через точку  $A(-4, 1)$  параллельно осям координат.
  - б) Составить уравнение прямой, проходящей через две точки  $A(-4, 2)$  и  $B(3, -1)$ .
  - в) Составить уравнения прямых, проходящих через точку  $M(2, 3)$  под углом  $45^\circ$  к прямой  $5x + 2y - 4 = 0$ .
  - г) Через вершины треугольника  $A(-1, 2)$ ,  $B(3, -1)$ ,  $C(0, 4)$  проведены прямые параллельно противоположным сторонам. Составить их уравнение.
  - д) Даны середины сторон треугольника  $P(1, 2)$ ,  $Q(5, -1)$ ,  $R(-4, 3)$ . Составить уравнения его сторон.
  - е) Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $5x - y + 10 = 0$  и  $8x + 4y + 9 = 0$  параллельно прямой  $x + 3y = 0$ .

**на дом**

- ж) Найти угол между прямой  $3x + y - 6 = 0$  и прямой, проходящей через точки  $A(-3, 1)$  и  $B(3, 3)$ .
- з) Дана прямая  $2x + 5y - 1 = 0$ . Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-1, 3)$ : параллельно данной прямой; перпендикулярно данной прямой.
- и) Даны две прямые  $y = 3x - 2$  и  $3x - y + 12 = 0$ . Составить уравнение прямой, проведенной параллельно данным на равном расстоянии между ними.
- к) Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x - 3y + 5 = 0$  и  $3x + y - 7 = 0$  перпендикулярно к прямой  $x = 2y$ .
- л) Составить уравнение перпендикуляра к прямой  $8x + 4y - 3 = 0$  в точке пересечения ее с прямой  $x - y = 0$ .

**Типовые задания для контрольной работы:**

Дан треугольник  $ABC$ ,  $A(4; 1)$ ,  $B(-4; 7)$ ,  $C(-3; 2)$ . Найти:

1. длину стороны  $AB$ ;
2. угол  $A$  (градусная мера);
3. уравнение стороны  $AB$ ;
4. уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ;
5. уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ , и её длину;
6. площадь  $\Delta ABC$ .

Построить данный треугольник.

## Тема 6. Комплексные числа. (ПК01 ОС-1)

### Вопросы для устного опроса:

1. Модели представления комплексных чисел.
2. Алгебраическая форма представления комплексных чисел.
3. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексных чисел.

### Практические задания:

#### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Даны комплексные числа  $z_1 = 15 + 8i$ ,  $z_2 = 4 - 3i$ . Найти: а)  $z_1 \pm z_2$ ; б)  $\overline{z_1 z_2}$ ; в)  $z_1 / z_2$ .
3. Даны комплексные числа  $z_1 = 1 - i$ ,  $z_2 = -\sqrt{3} + i$ . Представить в тригонометрической форме и найти: а)  $z_1 z_2$ ; б)  $z_1^{28}$

*на дом*

в)  $z_1 / z_2$ ; г)  $\sqrt[3]{z_2}$ .

4. Комплексные числа  $z_1 = 1 - i$ ,  $z_2 = -\sqrt{3} + i$  представить в показательной форме и найти: а)  $z_1 z_2$ ; б)  $z_1 / z_2$ .

*на дом*

Комплексные числа  $z_1 = 1 - i$ ,  $z_2 = -\sqrt{3} - i$  представить в показательной форме и найти: а)  $z_1 z_2$ ; б)  $z_1 / z_2$ .

#### Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Построить множество точек  $z$  по условиям:  
а)  $|z| < 3$ ; б)  $|z| < 2$  и  $\pi/2 < \varphi < \pi$  *на дом* в)  $2 < |z| < 4$  и  $-\pi < \varphi < \pi/2$ .
3. Найти все значения  $\sqrt[4]{-1}$ . *на дом* Вычислить  $(4 - 3i) / (4 + 3i)$ .
4. Даны комплексные числа  $z_1 = 3 - 4i$ ,  $z_2 = -2 + \sqrt{5}i$ . Представить в тригонометрической форме и экспоненциальной форме и изобразить на комплексной плоскости эти числа, а также  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $z_1 / z_2$ .

#### Занятие 3

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Даны комплексные числа  $z_1 = 5 - 12i$ ,  $z_2 = -6 + 8i$ . Найти: а)  $z_1 \pm z_2$ ; б)  $z_1 z_2$ ; в)  $z_1 / z_2$ .
3. Вычислить:

а)  $(a+bi)^3 - (a-bi)^3$ ; б)  $\frac{(1+i)^{100}}{(\sqrt{3}-i)^{50}}$ ; на дом в)  $(1-i)^6$ ; г)  $(2+i\sqrt{12})^5$ ; д)  $\sqrt{2}e^{i\frac{2\pi}{9}}$ .

4. Решить уравнения:

а)  $x^2 + 16 = 0$ ; б)  $x^4 + 3x^2 + 4 = 0$ ; в)  $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$ ;

на дом г)  $x^2 + x + 4 = 0$ ; д)  $x^6 - 64 = 0$ .

## II семестр

### Тема 7. Функции одной переменной. (ПК01 ОС-1)

#### Вопросы для устного опроса:

1. Определение предела.
2. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности.
3. Свойства пределов последовательностей.
4. Основные методы нахождения пределов.
5. Окрестность точки.
6. Вычисление предела функции.
7. Применение свойств пределов функций.
8. Неопределенности различных видов.
9. Основные способы раскрытия неопределенностей.
10. Замечательные пределы.
11. Нахождение пределов функции с помощью замечательных пределов.
12. Приращение аргумента, приращение функции.
13. Непрерывность. Свойства непрерывных функций.
14. Классификация точек разрыва. Устранимые и неустраняемые точки разрыва.

#### Практические задания:

##### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Определить области существования и области значений следующих функций:

а)  $y = \sqrt{3x - x^3}$ ; б)  $y = \log(x^2 - 4)$ ; в)  $y = \sin(\sqrt{x})$

на дом

г)  $y = \sqrt{2 + x - x^2}$ ; д)  $y = \log_2 \log_4 x$ ; е)  $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin \pi x}$ .

3. Построить график функции  $y = ax + b$ , где  $a, b \in \mathbb{R}$ .

4. Построить графики функций:

а)  $y = -x^2$ ; б)  $y = -2(x+3)^2 + 1$ ; в)  $y = \frac{3}{x}$ ; г)  $y = \frac{3}{x-1} - 2$ ; д)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(2x)$ ; е)  $y = \sin 2x$ ;

*на дом*

ж)  $y = -2(x+3)^2$ ; з)  $y = -2x^2 + 5x - 2$ ; и)  $y = -\frac{3}{x}$ ; к)  $y = \frac{4x-3}{x-1}$ ; л)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(-2x)$ ;

м)  $y = \log_{\frac{1}{2}}(3-2x)^2$ ; н)  $y = -3 \sin 2x$ .

5. Найти:

а)  $f[f(x)]$ , если  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ; б)  $f(x)$ , если  $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2$ ;

*на дом*

$f(x)$ , если  $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$ .

6. Найти:

а)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{3x+5}{x-5}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x+5}{x-5}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{(x-1)^2}$ ;

*на дом*

г)  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{2x-7}{x-8}$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$ .

7. Вычислить пределы

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ .

8. Найти пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2}{4x^5 + x + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{x+1} + 3^{x+1}}{2^x + 3^x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + \sin x}{x - \cos x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2} \right)$ ;

д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$ ; е)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}$ ; ж)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^3 - 1}{3x^2 - 2x^4 + x}$ ;

*на дом*

з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x^3 - 15}{x^2 - 16}$ ; и)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x - 3^x}{2^x + 3^x}$ ; к)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x + 3^{x+1}}{4^{x+1} + 3^x}$ ; л)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2 - 9} \right)$ ;

м)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x-3} - \sqrt{x+2})$ .

9. Найти пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 8x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^6}{\sin^5 x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} 3x \cdot \operatorname{ctg} 2x$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{2}{x} \right)^x$ ; д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+5}{x+1} \right)^x$ ;

*на дом*

е)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$ ; ж)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3 4x}{10x^3}$ ; з)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{4x^2}$ ; и)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2+1}{2x+5} \right)^{7x}$ ; к)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1+3x}{1+x} \right)^{\frac{5}{x}}$ .

### Типовые задания для контрольной работы:

Вычислите пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$ ;

5.  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{2}{x-3} - \frac{3x}{x^2-9} \right)$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{10x^2}$ ;

6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + 7x - 3} - \sqrt{x^2 - 6x - 8} \right)$ ;

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{2}{5x}}$ ;

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{10x^2}$ ;

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 + 2x^3 - 1}{4x^2 + 4x^5 + 17}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{2}{5x}}$ .

## Тема 8. Дифференциальное исчисление ФОП. (ПК01 ОС-1)

### Вопросы для устного опроса:

1. Дифференцирование. Производная.
2. Геометрический и физический смысл производной.
3. Правила дифференцирования. Таблица производных от элементарных функций.
4. Понятие о производных высших порядков.
5. Применение производной для вычисления пределов (правило Лопиталья).
6. Необходимые и достаточные условия возрастания или убывания функции. Необходимые и достаточные условия экстремума функции.
7. Вогнутость и выпуклость графика функции.
8. Точка перегиба. Достаточные условия вогнутости (выпуклости) графика.
9. Исследование функций с последующим построением графика.
10. Определение функции двух и нескольких переменных.
11. Частные производные первого и второго порядков.
12. Полный дифференциал функции нескольких переменных.
13. Экстремум функции нескольких переменных.

### Практические задания:

#### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти производные функций:

а)  $y = 5^{x^3} \ln^2 x$ ; б)  $y = \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\cos 2x}}$ ; в)  $y = x^3 \log_2 x$ ; г)  $y = \frac{x + e^{3x}}{x - e^{3x}}$ ; д)  $y = 3x \ln(1 - x^2)$ ;

*на дом*

е)  $y = \sqrt[4]{1 + e^{4x}} + \sqrt{5}$ ; ж)  $y = \frac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{1 + x^2}}$ ; з)  $y = e^x \sqrt{1 - e^{2x}} + \arcsin e^x$ .

3. Найти производные функций и вычислить их значения при  $x = x_0$ :

а)  $y = \sqrt{1 + \ln^2 x}$ ;  $x_0 = 1$ ; б)  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 12})$ ;  $x_0 = 2$  на дом в)  $y = \sin x \cdot e^{\cos x}$ ;  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

4. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции  $y = 3x^2$  в заданной точке  $M(-2, 12)$ .

### Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти первую и вторую производные функций:

$$y = \ln(\operatorname{tg} x^2) \quad \text{на дом } y = 5^x + \sqrt{(x - \ln x)}.$$

3. Найти производные  $x'_y$  обратных функций:

$$y = x + \cos x \quad \text{на дом } y = 2x + x^3.$$

4. Найти производные  $y'_x$  от неявных функций:

$$2x + y - 4 = 0 \quad \text{на дом } x \ln y + y \ln x = 0.$$

5. Найти производные функций, заданных параметрически:

$$\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = t^3. \end{cases} \quad \text{на дом } \begin{cases} x = \frac{1}{t+1}, \\ y = \frac{t}{t+1}. \end{cases}$$

6. Найти дифференциалы первого порядка функций:

$$y = \frac{1}{12} \ln \frac{x-6}{x+6}; \quad \text{на дом } y = \arcsin x^2.$$

7. Найти дифференциалы второго порядка функций:

$$y = 4x^5 - 7x^2 + 3 \quad \text{на дом } y = 4^{-x^2}.$$

8. Найти производные  $n$ -го порядка функций:

$$y = xe^x \quad \text{на дом } y = 5^x.$$

### Занятие 3

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти дифференциалы второго порядка функций:

$$\text{а) } y = \cos 2x \quad \text{на дом } \text{б) } y = x^3 - 3x^2 + 3x; \quad \text{в) } y = x \sin x.$$

3. Решить задачи:

а) Составить уравнение касательной и нормали к кривой  $y = 8 / (4 + x^2)$  в точке  $x = 2$  и в точке пересечения с осью  $Oy$ .

б) Составить уравнения касательных к кривой  $y = x^3 + 2x + 1$ , перпендикулярных прямой  $5y + x - 4 = 0$ .

*на дом*

в) Составить уравнения касательных к кривой  $y = (2x - 7) / (x - 3)$ , параллельных прямой  $4x - y - 2 = 0$ , перпендикулярных прямой  $2x + 2y - 5 = 0$ .

4. Исследовать функции и построить их графики

а)  $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$ ; б)  $y = x + \frac{1}{x}$

*на дом*

а)  $y = \frac{3\sqrt{x}}{3x + 1}$ ; б)  $y = x^{2/3} (1 - 3x)$ .

#### Занятие 4

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Исследовать функции и построить их графики:

а)  $y = 2xe^{-x/2}$ ; б)  $y = \frac{x^2}{4} - 2x^4$ ; *на дом*  $y = x^2 + 2\sqrt{-x}$ .

3. Решить задачи:

а) Тело движется прямолинейно по закону  $s(t) = (4t + 3) / (t + 4)$ , где  $s$  измеряется в метрах,  $at$  — в секундах. Найти скорость и ускорение тела в момент  $t = 6$ .

б) Тело движется прямолинейно по закону  $s(t)$ . Определить скорость и ускорение тела в указанный момент времени  $t_0$ :  $s(t) = t^3 - 2t^2 - t$ ; *на дом*  $s(t) = (2t + 1) / (t + 3)$ ;  $t_0 = 7$ .

*на дом*

в) Тело, брошенное вертикально вверх, движется по закону  $h(t) = 9t - 2t^2$ .

Найти начальную скорость и ускорение тела ( $t_0 = 0$ ) и максимальную высоту подъема, при которой скорость  $v(t) = 0$ .

4\*. Решить задачи с экономическим содержанием:

Объем продукции  $u$  (ед.), произведенный бригадой рабочих, может быть описан уравнением

$$u(t) = -\frac{5}{6}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 100t + 50 \text{ (ед.)}, 1 \leq t \leq 8, \text{ где } t - \text{рабочее время, часы.}$$

Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения через час после начала работы и за час до ее окончания.

*на дом*

Объем производства зимней обуви  $u$  (ед.), выпускаемой некоторой фирмой, может быть описан уравнением

$$u(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{7}{2}t^2 + 6t + 2100 \text{ (ед.)}, \text{ где } t \text{ – календарный месяц года.}$$

Вычислить производительность труда, скорость и темп ее изменения в начале года ( $t = 0$ ) и в конце года ( $t = 12$ ).

**Типовые задания для контрольной работы:**

Исследуйте свойства функции  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$  и постройте ее график.

**Тема 9. Интегральное исчисление ФОП. (ПК01 ОС-1)**

**Вопросы для устного опроса:**

1. Первообразная функция. Определение неопределенного интеграла.
2. Свойства неопределенных интегралов. Таблица стандартных интегралов.
3. Непосредственное интегрирование.
4. Метод замены переменных.
5. Метод интегрирования по частям.
6. Определение определенного интеграла.
7. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Свойства определенных интегралов.
9. Непосредственное интегрирование для определенных интегралов.
10. Метод замены переменных для определенных интегралов.
11. Метод интегрирования по частям для определенных интегралов.
12. Вычисление площади плоской фигуры.
13. Вычисление объема тела вращения.
14. Вычисление пройденного пути.

**Практические задания:**

Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

$$\text{а) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^3}}; \quad \text{б) } \int \frac{3x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)} dx; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \int e^x 5^{4x} dx.$$

3. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{(2\sqrt[3]{x} + 1)^2}{\sqrt{x}} dx; \quad \text{г) } \int \frac{x^3 - x + 2}{x^2 - 1} dx.$$

*на дом*

4. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

$$\text{а) } \int \frac{2x}{1 + x^4} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\ln^2 x}{x} dx; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \int \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx.$$

5. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{9x^2 + 6x + 5}; \quad \text{б) } \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad x = \sin t;$$

*на дом*

$$\text{в) } \int \frac{dx}{e^x x^2}, \quad t = -\frac{1}{x}; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{e^x + 1}, \quad t = 1 + e^{-x}.$$

### Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной:

$$\text{а) } \int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + 1}}; \quad \text{б) } \int \frac{x^2 dx}{x^2 + 3}; \quad \text{в) } \int \frac{x + 2x^3}{\sqrt{x^2 + 9}} dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{\cos 2x}.$$

*на дом*

3. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям:

$$\text{а) } \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx; \quad \text{б) } \int x e^{5x} dx;$$

$$\text{в) } \int \sqrt{2-x^2} dx; \quad \text{г) } \int x \ln \frac{1-x}{1+x} dx.$$

*на дом*

4. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей:

$$\text{а) } \int \frac{x^2 dx}{(x-1)^2(x+1)}; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{(x-1)(x^2-x+1)};$$

*на дом*

$$\text{в) } \int \frac{dx}{(x^2-1)(x+2)}; \quad \text{г) } \int \frac{x^2-x}{x^2-6x+10} dx.$$

### Занятие 3

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \ln(1-x) dx; \quad \text{б) } \int x \cdot \sin 3x dx; \quad \text{в) } \int \frac{dx}{x^4 + x^2};$$

*на дом*

$$\text{г) } \int \ln(1+x^2) dx; \quad \text{д) } \int \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx; \quad \text{е) } \int \frac{dx}{x^4-1}.$$

3. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_e^{e^2} \frac{2 \ln x + 1}{x} dx; \quad \text{б) } \int_1^e x \ln x dx; \quad \text{в) } \int_1^3 \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 5x + 1}};$$

*на дом*

$$\text{г) } \int_{-1}^1 x^2 e^{-x} dx; \quad \text{д) } \int_{-\pi}^{\pi} x \sin x \cos x dx.$$

4. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми:

$$y = -x^2 + 3, \quad y = 0$$

$$\text{на дом } y = -x^2 + 4x, \quad y = 2x.$$

#### Занятие 4

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми:

$$y = x^2 - 2x, \quad y = 4x - x^2$$

*на дом*

$$y = x^2, \quad y = \sqrt{x}$$

$$y = x^2 + 3, \quad xy = 4, \quad y = 2, \quad x = 0$$

*на дом*

$$y = 3 + 2x - x^2, \quad y = x + 1.$$

$$y = \frac{1}{x}, \quad y = x, \quad x = 2$$

*на дом*

$$\text{а) } y = x^2 - 2x + 3, \quad y = 3x - 1; \quad \text{б) } y = (x + 1)^2, \quad y^2 = x + 1.$$

3. Вычислить несобственные интегралы

$$\text{а) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1 + x^2}; \quad \text{б) } \int_0^5 \frac{dx}{(x - 1)^2}.$$

4. Вычислить интегралы (если они сходятся):

$$\text{а) } \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3}; \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}; \quad \text{в) } \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx;$$

*на дом*

$$\text{г) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}; \quad \text{д) } \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx; \quad \text{е) } \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}; \quad \text{ж) } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1 - x}}.$$

### Типовые задания для контрольной работы:

Вычислите интегралы:

1.  $\int (2x^3 - 3x + 1)dx;$
2.  $\int \frac{3x^3 dx}{\cos^2 x^4};$
3.  $\int_1^2 (3x^2 - 2x + 2)dx;$
4.  $\int_1^3 \frac{x}{\sqrt{3x^2 - 2}} dx;$
5.  $\int \sin^3 x \cdot \cos x dx.$

### Тема 10. Функции нескольких переменных. (ПК01 ОС-1)

Вопросы для устного опроса:

1. Понятие функции нескольких переменных.
2. Предел и непрерывность функции. Частные производные и полный дифференциал функции.
3. Производная по направлению, градиент функции.
4. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума.
5. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
6. Понятие двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному.
7. Геометрическая интерпретация двойного интеграла.

### Практические задания:

#### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Найти частные производные функций двух переменных  $z = x^2 y - \cos^2 xy.$

3. Найти частные производные функций:

а)  $z = e^{x-y}(2x - 1);$  б)  $z = xe^y + x^y;$  в)  $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2};$

на дом г)  $z = \left( \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + 1 \right);$  д)  $z = xye^{xy};$  е)  $y = \arcsin \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$

4. Полагая, что произвольная функция  $f$  дифференцируема, проверить следующие равенства:

$$y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad z = f(x^2 + y^2)$$

на дом

$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0, \quad z = \frac{y^2}{3x} + f(xy).$$

5. Найти производные функций по заданным направлениям  $l$ :

а)  $z = 3x^4 - xy + y^2$ ;  $l$  составляет с осью  $Ox$  угол  $60^\circ$ .

б)  $z = x + y^2$ ;  $l$  – биссектриса первого координатного угла.

*на дом*

в)  $z = 5x^4 - 3x - y - 1$  в точке  $M(2;1)$ ;  $l$  – прямая  $MN$ , где  $N(5,5)$ .

6. Найти градиент функции  $z = f(x,y)$  и его модуль для функций в указанных точках  $M$ :

а)  $z = 7 - x^2 - y^2$ ;  $M(2;2)$ . *на дом* б)  $z = xye^{1+x+y}$ ;  $M(0; -1)$ ; в)  $z = \sin(x + y^2)$ ;  $M(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{\pi}{2}})$ .

7. Найти величину градиента функции в точке  $M(x_0, y_0, z_0)$ :

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad M(1, 2, 1)$$

*на дом*

$$f(x, y, z) = xyz, \quad M(1, 1, 1).$$

## Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Исследовать функции на экстремум:

а)  $z = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y$ ; б)  $z = xy(1 - x - y)$ ;

*на дом*

в)  $z = 3x + 6y - x^2 - xy + y^2$ ; г)  $z = e^{y/2}(x^2 + y)$ .

3. Исследовать функции на условный экстремум:

а)  $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  при  $x + y = 2$ ; б)  $z = x - y$  при  $x^2 + y^2 = 1$ ;

*на дом* в)  $z = xy^2$  при  $x + 2y = 4$ ; г)  $z = \frac{x - y - 4}{\sqrt{2}}$  при  $x^2 + y^2 = 1$ .

4. Найти точки локального экстремума функции и проверить в них выполнение достаточного условия экстремума:

$$u = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^2 + z^2$$

## Занятие 3

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Вычислить двойные интегралы  $\iint_G f(x,y) dx dy$  по области  $G$ , заданной границами

а)  $f(x,y) = xy$ ,  $G: \{y = 0, y = x, x = 1\}$ ;

б)  $f(x,y) = x + y^2$ ,  $G: \{y = x, y = x^2\}$

*на дом*

$f(x,y) = x - y$ ,  $G$  – треугольник с вершинами (1, 1), (4, 1), (4, 4).

3. Вычислить двойные интегралы:

а)  $\iint_D (x + y^2) dx dy$ , где  $D$  ограничена прямыми  $y = x$ ,  $y = 2x$ ,  $y = -x + 4$ .

б)  $\iint_D e^{xy} dx dy$ , где  $D$  ограничена гиперболой  $xy = 1$ , осью абсцисс и прямыми  $x = 2$ ,  $x = 3$ .

*на дом*

в)  $\iint_D \frac{x}{y} dx dy$ , где  $D$  ограничена линиями  $y = e^x$ ,  $y = e^{2x}$ ,  $x = 2$ .

г)  $\iint_D (\sqrt{x} + \sqrt{y}) dx dy$ , где  $D$  ограничена параболой  $y = x^2$ ,  $y = 4x^2$  и прямой  $x = 2$ .

4. С помощью двойного интеграла найти площадь, ограниченную следующими кривыми:  
 $xy = 1$ ,  $x + y = 2,5$

*на дом*

$y^2 = 2x + 1$ ,  $y^2 = -2x + 1$ .

## Тема 11. Дифференциальные уравнения. (ПК01 ОС-1)

### Вопросы для устного опроса:

1. Понятие о дифференциальном уравнении и его решении.
2. Общее и частное решения. Задача Коши.
3. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Способы решения дифференциальных уравнений 1-го порядка.
4. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка.
5. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

### Практические задания:

#### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Решить задачи:

а) Показать, что функция  $y = 2\operatorname{tg}(2x - 1)$  удовлетворяет уравнению  $y'' = 2yy'$ .

б) Показать, что функция  $y = 2e^{3x} - e^{-3x}$  удовлетворяет уравнению  $yy''' = y'y''$ .

*на дом*

в) Показать, что функция  $y = (1 - x^2/4) \cdot \cos x + (1 + x/4) \cdot \sin x$  удовлетворяет уравнению

$$y'' + y = x \cdot \sin x.$$

3. Проверить, что функции являются интегралами дифференциальных уравнений:

а)  $x^2 - xy + y^2 = C^2$ ,  $(x - 2y)y' = 2x - y$ ; б)  $x\sqrt{1 + y^2} = Cy$ ,  $xy' - y = y^3$ .

*на дом* в)  $y^2 - 2 = Ce^{x/2}$ ,  $2x^2yy' + y^2 = 2$ ; г)  $y = C_1 \ln x - \frac{x^2}{4} + C_2$ ,  $x(y'' + 1) + y' = 0$ .

4. При каких значениях параметра  $a$  следующие функции являются решениями (интегралами) дифференциальных уравнений:

$$x = Cy^2 - y^a, \quad y^2 - (2xy + 3)y' = 0; \quad \text{на дом} \quad y = ax^4 + \frac{C}{x^2}, \quad y' + \frac{2y}{x} = x^3.$$

5. Составить дифференциальные уравнения семейств кривых:

а)  $y = Ce^x$ ; б)  $x^2 + Cy^2 = 2y$ ; *на дом* в)  $Cy = \sin Cx$ ; г)  $y^3 = C_1(x + C_2)^2$ .

6. Решить дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными

а)  $y' = -\frac{2xy^2}{x^2 - 1}$                       б)  $y' + \frac{y}{x} = 0$ ;

*на дом*

в)  $x^2y' - \sqrt{x} \cos^2 y = 0$ .

7. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $(3x - 1)dy + y^2dx = 0$ ; б)  $y' = (x + y)^2$ ; в)  $y' = \sqrt{4x + 2y - 1}$ .

*на дом*

г)  $3x^2ydx + 2\sqrt{4 - x^2}dy = 0$ ; д)  $x^2(y' - 1) = 2y'$ ; е)  $y'e^{-x} = x - 1$ .

8. Найти решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющих указанным начальным условиям:

а)  $(1 + x^2)y^3dx - (y^2 - 1)x^3dy = 0$ ,  $y(1) = -1$ ; б)  $(\sqrt{xy} + \sqrt{x})y' - y = 0$ ,  $y(1) = 1$ .

*на дом* в)  $x^2(2yy' - 1) = 1$ ,  $y(1) = 0$ ; г)  $ydx + \operatorname{ctg} x dy = 0$ ,  $y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$ .

9. Решить однородные дифференциальные уравнения:

а)  $(xy - x^2)y' = y^2$ ; б)  $xy' = y \ln \frac{x}{y}$ ; *на дом* в)  $xy^2dy = (x^3 + y^3)dx$ ; г)  $y' = \frac{1 - 3x - 3y}{1 + x + y}$ .

## Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Найти общие решения дифференциальных уравнений первого порядка:

а)  $y' + \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$ ; б)  $y' - 2xy = e^{x^2}$

*на дом*

в)  $y' + x^2y = x^2$ .

3. Решить уравнения:

а)  $4y' + \frac{2y}{x+1} = \frac{x^3}{y^2}$ ; б)  $1 - 2xyy' = y^3y'$ ; *на дом* в)  $y' - 2y = e^{2x}$ ; г)  $(y^2 + x)y' = 1$ .

4. Решить уравнения:

а)  $y'' = -\frac{x}{y'}$ ; б)  $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$ ; *на дом* в)  $yy'' - y'(1+y') = 0$ ; г)  $yy'' = (y')^2$ .

5. Решить уравнения:

а)  $y'' - 2y' + 2y = 0$ ; б)  $y'' - 2y' + y = 2e^x$ ; в)  $y'' + y' - 6y = xe^{2x}$ ;

*на дом* г)  $y'' + y = \cos x$ ; д)  $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$ .

2. Найти решение дифференциальных уравнений второго порядка

а)  $xy'' + y' = 0$ ; б)  $y'' + 3y' = 5x + 1$ ;

*на дом*

в)  $y'' + 2y' = (3x + 7)e^x$ ; г)  $y'' + y' - 2y = 8\sin 2x$ ;

6. Решить уравнения:

$y'' + y' = \sin^2 x$ ; *на дом*  $y'' - 3y' = x + \cos x$ .

7. Найти решения уравнений, удовлетворяющие указанным начальным условиям:

а)  $y'' + y' - 2y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -3$ ; б)  $y'' + y = 4\sin x$ ;  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -1$ ;

*на дом* в)  $y'' + 2y' + y = xe^{-x}$ ;  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ .

8. Решить задачи с экономическим содержанием:

Изменения численности населения горнорудного поселка с течением времени описывается следующим уравнением:  $y' = 0,3y(2 - 10^{-4}y)$ , где  $y = y(t)$  – время в годах.

В начальный момент времени население поселка составляло 500 человек. Каким оно станет через три года?

*на дом*

Функции спроса и предложения имеют соответственно вид:

$$y = 25 - 2p + 3\frac{dp}{dt}; \quad x = 15 - p + 4\frac{dp}{dt}.$$

Найти зависимость равновесной цены от времени, если в начальный момент  $p = 9$ .

**Типовые задания для контрольной работы:**

Найдите общее решение дифференциальных уравнений и при необходимости решите задачу Коши:

1.  $y' + 2xy = xe^{-x^2}$ ;
2.  $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$ ,  $y(0) = 0$ ;
3.  $y' - \frac{2}{x}y = 2x^3$ ,  $y(1) = 1$ ;
4.  $y'' + y' - 2y = 0$ ;
5.  $y'' + 2y' + y = 0$ ;
6.  $y'' - 4y' + 5y = 0$ ;
7.  $y'' - 3y' = 1 + 6x$ ;
8.  $y'' - 3y' + 2y = 2e^{3x}$ ;

## Тема 12. Ряды. (ПК01 ОС-1)

### Вопросы для устного опроса:

1. Основные понятия и определения. Определение сходимости ряда.
2. Необходимый признак сходимости числового ряда. Признаки сравнения. Признак Даламбера. Признаки Коши.
3. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
4. Определение функционального ряда. Область сходимости. Определение степенного ряда. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Исследование степенного ряда на сходимость.
5. Ряды Тейлора и Маклорена. Свойства сходящихся степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Формула и ряд Тейлора. Формула и ряд Маклорена. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций. Применение рядов в приближенных вычислениях.

### Практические задания:

#### Занятие 1

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.
2. Доказать непосредственно сходимость рядов и найти их суммы

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$$

*на дом*

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots$$

3. Найти частичную сумму ряда  $S_n$ . В случае сходимости ряда найти его сумму  $S$ :

а)  $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \dots$  *на дом* б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$ ; в)  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+2)} + \dots$

4. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{7n+5}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \cdot n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n};$$

*на дом*

$$\text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}; \quad \text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!}; \quad \text{е) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000^n}{n!}.$$

5. С помощью признаков сравнения исследовать сходимость рядов:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+7}{3n^3+11}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+7}}{n^5+12}; \quad \text{на дом} \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+3)}{n^2}.$$

## Занятие 2

**Цель:** дать знания положений изучаемого курса и привить навыки применения математических методов решения задач, в том числе, в сфере профессиональной деятельности.

1. Повторение определений основных понятий темы в форме контрольного опроса и проверка самостоятельной работы по выполнению домашнего задания.

2. Исследовать сходимость рядов:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3^n+7}; \quad \text{в) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n};$$

$$\text{на дом} \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{3n^2-1}\right)^n; \quad \text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}; \quad \text{е) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+12n}{\sqrt[5]{n^8+n^3+2}}.$$

3. Исследовать сходимость ряда (абсолютную или условную):

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+3}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{n^2+1}};$$

*на дом*

$$\text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 10^n}{n^n+2}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{3n+4}{3n-7}\right)^n.$$

4. Найти область сходимости степенных рядов:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{2^n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n};$$

$$\text{на дом} \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}; \quad \text{е) } 5x + \frac{5^2 x^2}{2!} + \frac{5^3 x^3}{3!} + \frac{5^4 x^4}{4!} + \dots; \quad \text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n(n+1)}.$$

5. Разложить функции в ряд Маклорена и найти радиус сходимости ряда:

$$\text{а) } f(x) = (1+x)^n;$$

на дом

б)  $f(x) = \frac{\sin x - x}{x^3}$ .

6. Разложить в степенной ряд по степеням  $x$  следующие функции:

а)  $y = e^{-2x}$ ; б)  $y = x^3 \cos x$ ; на дом в)  $y = \ln(5 + 2x)$ ; г)  $y = \frac{e^x - 1}{x}$ .

6. Применяя разложение подынтегральной функции в ряд по степеням  $x$  и его почленное интегрирование, найти разложение в ряд функций:

а)  $\int \frac{e^x}{x} dx$ ; на дом б)  $\int \frac{1 - \cos x}{x} dx$ .

**Типовые задания для контрольной работы:**

1. Найдите сумму ряда:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$ ; б)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{(5n-2)(5n+3)}$ .

2. Исследуйте числовые ряды на сходимость, применяя необходимый признак сходимости или признаки сравнения:

а)  $\frac{5}{2} + \frac{7}{5} + \frac{9}{8} + \frac{11}{11} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{3n-1}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ .

3. Исследуйте степенные ряды на сходимость:

А)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$   $(-2; 2)$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(2x)^n}{n}$   $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ .

**Шкала оценивания**

**Устный опрос**

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критериями оценивания при проведении устного опроса является демонстрация основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике, овладение навыками анализа и систематизации информации в области финансов.

При оценивании результатов устного опроса используется следующая шкала оценок:

Отлично 85% – 100%	Учащийся демонстрирует совершенное знание основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умеет применять полученные знания на практике, владеет навыками анализа и систематизации информации в области финансов
Хорошо 65% – 84%	Учащийся демонстрирует знание большей части основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умеет применять полученные знания на практике в отдельных сферах профессиональной деятельности, владеет основными навыками анализа и систематизации информации в области финансов

Удовлетворительно 55% – 64%	Учащийся демонстрирует достаточное знание основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умеет использовать полученные знания для решения основных практических задач в отдельных сферах профессиональной деятельности, частично владеет основными навыками анализа и систематизации информации в области финансов
Неудовлетворительно менее 55%	Учащийся демонстрирует отсутствие знания основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, не умеет применять полученные знания на практике, не владеет навыками анализа и систематизации информации в области финансов

### Тестирование

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время проведения текущего контроля определяется баллами в диапазоне 0-100 %. Критерием оценивания при проведении тестирования, является количество верных ответов, которые дал студент на вопросы теста. При расчете количества баллов, полученных студентом по итогам тестирования, используется следующая формула:

$$B = \frac{B}{O} \cdot 100\%,$$

где Б – количество баллов, полученных студентом по итогам тестирования;

В – количество верных ответов, данных студентом на вопросы теста;

О – общее количество вопросов в тесте.

При оценивании результатов устного опроса используется следующая шкала оценок:

Оценка	Формулировка требований к степени освоения дисциплины
Отлично	85–100% правильных ответов.
Хорошо	65–84% правильных ответов
Удовлетворительно	55–64% правильных ответов.
Неудовлетворительно	менее 55% правильных ответов.

### Критерии оценивания выполнения контрольной работы

Оценка	Формулировка требований к степени освоения дисциплины
Отлично 85% – 100%	Выполнение не менее 85% объема задания контрольной работы без замечаний, наличие в работе аргументированных выводов на основе проведенного анализа.
Хорошо 65% – 84%	Выполнение не менее 70 % объема задания контрольной работы (возможно наличие несущественных замечаний), наличие в работе аргументированных выводов на основе проведенного анализа.
Удовлетворительно 55% – 64%	Выполнение не менее 50 % объема задания контрольной работы (возможно наличие замечаний), студент делает неполные выводы по ее результатам либо недостаточно аргументирует свое решение.
Неудовлетворительно менее 55%	Выполнение менее 50 % объема задания контрольной работы, наличие существенных замечаний, студент делает неправильные выводы по ее результатам либо не аргументирует свое решение.

### 5.3. Контрольные точки

Один или несколько тематических блоков дисциплины завершаются контрольной точкой (далее – КТ). Текущий контроль успеваемости по дисциплине предусматривает 2 (две) КТ в течение периода освоения дисциплины.

Максимальное количество баллов за любой тип работ в рамках КТ составляет 100 (сто) баллов.

Распределение весовых коэффициентов по КТ в рамках текущего контроля успеваемости по дисциплине и формулы расчета:

Наименование контрольной точки	Максимальное количество баллов за работу в рамках КТ, которое может набрать студент	Коэффициент веса контрольной точки	Результат контрольной точки, участвующий в формировании итоговой балльной оценки по дисциплине (отражается в журнале БРС в СДО)
КТ 1	100	0,3	30
КТ 2	100	0,3	30
Итого:		0,6	60

Формула расчета результата контрольной точки:

Результат контрольной точки = Количество баллов за работу в рамках КТ × Коэффициент веса контрольной точки

### 5.4. Формы текущего контроля успеваемости обучающихся в рамках КТ и типовые оценочные материалы:

#### КТ – 1.

1. Найдите  $C = 4A - 7B$  и  $D = A^2 \cdot B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & 7 & -2 \\ 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 \\ 1 & 3 & 4 \\ 6 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ .

2. Решите уравнение:  $\begin{vmatrix} 1 & x & 2 \\ -3 & 5x & 4 \\ 4 & 9 & -2 \end{vmatrix} = 43$ .

3. Вычислите определитель с помощью алгебраических дополнений:  $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 5 & -3 \\ 5 & 5 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -3 \end{vmatrix}$ .

4. Решите СЛУ, выполните проверку:  $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 = -12, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 15, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 14. \end{cases}$

5. Вычислите ранг матрицы  $A$ :  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & -4 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & -5 & -2 & 4 \\ -4 & 2 & 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ .

6. Найдите матрицу, обратную данной:  $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ .

**КТ – 2.**

1. В прямоугольной системе координат даны точки  $A(4; 10; 2)$ ,  $B(-12; 2; -2)$ ,  $C(1; 13; -1)$  и  $D(2; -3; 15)$ . Найдите:  
а)  $\cos$  угла  $CBD$ ;  
б) объем пирамиды  $ABCD$ ;  
в) высоту пирамиды, опущенную из вершины  $C$ .
2. Найдите координаты точки  $C$ , делящей отрезок  $AB$  в отношении  $\lambda = 2 : 7$ , если  $A(-3; 4)$ ,  $B(7; -2)$ .
3. Определите координаты центра и радиус окружности  $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 25 = 0$ .
4. Приведите уравнение  $4x^2 + 9y^2 - 144 = 0$  к каноническому виду, определите вид кривой, найдите её характеристики.
5. Выполните действия (результат запишите в алгебраической форме):  
а)  $(5 + 2i) \cdot (2 + 4i)$ ; б)  $(3 - 2i)^3$ ; в)  $\frac{4 + 3i}{6 + 2i}$ .
6. Решите уравнение  $2x^2 - 3x + 7,25 = 0$  (результат запишите в алгебраической форме).
7. Запишите число  $1 - i\sqrt{24}$  в тригонометрической и показательной формах.

**КТ – 3.**

1. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^4 - 1}$ , не пользуясь правилом Лопиталю.
2. Найдите значение производной первого порядка функции  $f(x) = \sqrt{3x} + \frac{2x}{3x-3}$  в точке  $x_0 = 16$ .
3. Вычислите значение производной второго порядка функции  $f(x) = 5 \sin 9x$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{12}$ .
4. Найдите производную первого порядка сложной функции  $f(x) = \ln(\operatorname{tg} 18x)$ .
5. Составьте уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \frac{2x-3}{3x-5}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 5$ .
6. Материальная точка движется по закону  $s(t) = \frac{1}{9}t^3 - 6t^2 + 4t + 8$  (м). Найдите скорость и ускорение точки в момент времени  $t_0 = 4$  (с).

**КТ – 4.**

1. Вычислите интегралы: а)  $\int \frac{7x^5}{2x^6 + 3} dx$ ; б)  $\int_{-2}^3 (3x^2 + 5x + 1) dx$ .

2. Исследуйте функцию нескольких переменных  $z = x^2 + 2y^2 + xy - 24x - 18y + 5$  на локальный экстремум.
3. Найдите общее решение ЛОДУ<sub>II</sub>: а)  $25y'' + 10y' + y = 0$ ; б)  $y'' - 4y' + 13y = 0$ .
4. Найдите частное решение ЛОДУ<sub>II</sub>  $y'' + 2y' - 15y = 0$ , удовлетворяющее заданным начальным условиям:  $y = 5, y' = 12$  при  $x = 0$ .

**5.5. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий (при необходимости).**

Для решения контрольных заданий обучающемуся разрешается использование калькулятора.

## 6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине

### 6.1. Методы проведения зачета и экзамена

Зачет и экзамен проводятся с применением следующих методов: метод устного опроса и метод письменного опроса по вопросам из перечня примерных вопросов.

#### Вопросы к зачету и экзамену по дисциплине «Математика»

##### Вопросы к зачету (I семестр)

1. Матрицы и действия над ними.
2. Определители и их свойства.
3. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы.
4. Системы линейных уравнений, основные определения.
5. Теорема Кронекера-Капелли.
6. Исследование и решение систем линейных уравнений с помощью определителей.
7. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера.
8. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
9. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
10. Векторы. Основные понятия.
11. Проекция вектора на вектор и ее свойства.
12. Линейные операции над векторами.
13. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве.
14. Разложение вектора по базису. Координаты вектора.
15. Действия над векторами в координатах, направляющие косинусы вектора. Свойства направляющих косинусов.
16. Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие перпендикулярности векторов.
17. Векторное произведение векторов и его свойства. Условие коллинеарности векторов.
18. Геометрический смысл векторного произведения.
19. Смешанное произведение векторов и его свойства. Условие компланарности векторов.
20. Геометрический смысл смешанного произведения.
21. Понятие об  $n$ -мерном векторе. Операции над  $n$ -мерными векторами.
22. Понятие об  $n$ -мерном пространстве.
23. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис  $n$ -мерного пространства.
24. Способы задания прямой на плоскости. Основные уравнения.
25. Взаимное расположение прямых на плоскости.
26. Кривые второго порядка. Окружность.
27. Кривые второго порядка. Эллипс.
28. Кривые второго порядка. Гипербола.
29. Кривые второго порядка. Парабола.
30. Способы задания прямой в пространстве. Основные уравнения.
31. Взаимное расположение прямых в пространстве.
32. Общее уравнение плоскости. Особые случаи (неполные уравнения).
33. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
34. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.
35. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
36. Комплексные числа, действия над ними.
37. Решение алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел.
38. Алгебраическая форма комплексного числа и действия над ней.
39. Тригонометрическая форма комплексного числа и действия над ней.

40. Показательная форма комплексного числа и действия над ней.

### Вопросы к экзамену (II семестр)

1. Функция. Область определения функции. Способы задания функции.
2. Свойства функции (четность, нечетность, периодичность, возрастание, убывание, монотонность).
3. Предел функции.
4. Односторонние пределы функции.
5. Основные теоремы о пределах.
6. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Их свойства.
7. Эквивалентные бесконечно малые функции. Теорема об эквивалентных бесконечно малых.
8. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
9. Непрерывность функции в точке и на отрезке.
10. Приращение аргумента и приращение функции. Второе определение непрерывной функции.
11. Точки разрыва функции и их классификация.
12. Свойства непрерывных функций.
13. Понятие производной функции.
14. Дифференцируемость функции. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью.
15. Основные правила дифференцирования.
16. Сложная функция и ее производная.
17. Производная функции, заданной неявно.
18. Понятие дифференциала функции и его геометрический смысл.
19. Производные функции высших порядков.
20. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Уравнение нормали к графику функции.
21. Правило Лопиталя.
22. Теорема о наибольшем и наименьшем значениях функции на отрезке.
23. Экстремумы функции. Необходимое и достаточное условие существования экстремума в точке. Признаки монотонности функции.
24. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условие существования точек перегиба. Признаки выпуклости и вогнутости кривой.
25. Асимптоты графика функции. Наклонные и вертикальные асимптоты.
26. Общая схема исследования функции и построение графика.
27. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
28. Основные методы интегрирования.
29. Интегрирование рациональных алгебраических дробей.
30. Интегрирование тригонометрических функций.
31. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла.
32. Вычисление определенного интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.
33. Приложения определенных интегралов.
34. Функции двух переменных. Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных.
35. Частные производные и частные дифференциалы. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных.
36. Теорема о равенстве смешанных частных производных.
37. Производная по направлению. Градиент ФНП.
38. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.
39. Понятие дифференциального уравнения, порядок, общий вид, общее и частное решения. Задача Коши.

40. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Методы их решения.
41. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, основные определения. Общее и частное решения, их геометрическая интерпретация. Задача Коши.
42. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка.
43. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
44. Понятие числового ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда и следствие из него.
45. Гармонический ряд. Ряд геометрической прогрессии.
46. Признаки сравнения. Признак Даламбера. Признаки Коши.
47. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница.
48. Абсолютная и условная сходимость.
49. Область сходимости функционального ряда.
50. Определение степенного ряда.
51. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
52. Исследование степенного ряда на сходимость.
53. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды.
54. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций.
55. Применение рядов в приближенных вычислениях.

## 6.2. Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации

Типовые проверочные задания для самоподготовки обучающегося к промежуточной аттестации:

### Тема 1. Элементы теории множеств. (ПКo1 ОС-1)

1. Запишите заданные множества перечислением их элементов:
 

а. $A = \{x \mid x \in N, -2 \leq x \leq 5\}$	в. $A = \{x \mid x \in N, (x+1)(2x+5) < 0\}$
б. $A = \{x \mid x \in N, -3 \leq x \leq 2\}$	г. $A = \{x \mid x \in N, 3 = (5x+2)x\}$
2. Определите множества  $A \cap B$ ;  $A \cup B$ ;  $A \setminus B$ ;  $B \setminus A$  и изобразите их на числовой оси (плоскости), если
  - а)  $A = (-1, 2]$ ;  $B = [1, 4)$ ;
  - б)  $A = \{x: -4 < x < 1\}$ ;  $B = \{x: 0 < x < 4\}$ ;
  - в)  $A = \{x: x^2 - x - 2 > 0\}$ ;  $B = \{x: 6x - x^2 > 0\}$ .
3. Считая отрезок  $[0, 1]$  универсальным множеством, найдите и изобразите на числовой прямой дополнения множеств:
  - а)  $\{0, 1\}$ ; б)  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ ; в)  $\left(0; \frac{1}{2}\right]$ ; г)  $\{0\} \cup \left[\frac{3}{4}; 1\right)$ .

### Тема 2. Матрицы и определители. (ПКo1 ОС-1)

1. Найдите матрицу  $C = 4A - 5B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -1 \\ -5 & 3 & -4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ .
2. Найдите  $C = A \cdot B$  и  $D = B \cdot A$ , если  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -7 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ;

3. Вычислите определители: а)  $\begin{vmatrix} -2 & 4 & -5 \\ 7 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 8 \end{vmatrix}$ , б)  $\begin{vmatrix} -3 & 5 & 1 \\ 9 & -4 & -2 \\ 8 & 6 & -1 \end{vmatrix}$ .

### Тема 3. Системы линейных уравнений. (ПК01 ОС-1)

1. Найдите  $C = B \cdot A$ , если  $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ -4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 1 & 4 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

2. Вычислите определитель с помощью алгебраических дополнений:  $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 5 & 3 \\ -3 & 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ .

3. Найдите матрицу, обратную данной:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & -3 & 1 \\ -4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ .

4. Решите систему линейных уравнений различными способами:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = -1, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -6. \end{cases}$$

5. Вычислите ранг матрицы:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & -4 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & -5 & -2 & 4 \\ -4 & 2 & 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ .

### Тема 4. Векторы на плоскости и в пространстве. (ПК01 ОС-1)

1. Найдите  $(\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$ , если  $\vec{a} = (1; 2; -3)$ ,  $\vec{b} = (-1; 0; 2)$ .
2. С помощью векторного произведения найдите синус угла между векторами  $\vec{a} = (1; -1; 4)$  и  $\vec{b} = (2; 0; 1)$ .
3. Найдите площадь треугольника, построенного на векторах:
- а.  $\vec{a} = (1; 4; 2)$  и  $\vec{b} = (-1; 3; 2)$ ;      б.  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  и  $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ ;
- в.  $\vec{a} = (-2; 3; 5)$  и  $\vec{b} = (-1; -2; -4)$ ;      г.  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ .
4. Даны вершины треугольника  $A(-1; 0; 1)$ ,  $B(2; 1; -1)$ ,  $C(3; -1; 0)$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$  и длину высоты, опущенной из вершины  $C$  на сторону  $AB$ .
5. Даны вершины треугольника  $A(1; -1; 2)$ ,  $B(3; 1; -1)$ ,  $C(-1; 0; 2)$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$  и длину высоты, опущенной из вершины  $B$  на сторону  $AC$ .
6. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$ , если:
- а.  $\vec{p} = \vec{a} - 3\vec{b}$  и  $\vec{q} = 2\vec{a} + \vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{6}$ ;
- б.  $\vec{p} = 2\vec{a} - \vec{b}$  и  $\vec{q} = \vec{a} + 2\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $\varphi = \frac{5\pi}{6}$ ;
- в.  $\vec{p} = \vec{a} - \vec{b}$  и  $\vec{q} = \vec{a} - 2\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ .





$$10. f(x) = 3x^3 \ln x - x^3 \qquad 20. f(x) = \ln \frac{1 + \sqrt{1+x^2}}{1 - \sqrt{1+x^2}} \qquad 30. x \ln y + y \ln x = 0$$

1. Составьте уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$ :

$$а) f(x) = 3x^3 - 4x^2 - 7x + 8, x_0 = 2; \qquad б) f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x + 8, x_0 = -2.$$

2. Вычислите скорость и ускорение материальной точки в момент времени  $t_0$  (с), движение которой описывается законом  $s = s(t)$  (м):

$$а) s(t) = \frac{4}{3}t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 4t - 6, t_0 = 3 \text{ с}; \qquad б) s(t) = 3t^3 - 2t^2 + 4t - 6, t_0 = 4 \text{ с}.$$

3. Тело, закон движения которого описывается законом  $h = h(t)$  (м), подброшено вертикально вверх. Найдите начальную скорость, ускорение и максимальную высоту, на которую может подняться тело, если:  $h(t) = 9t - 2t^2$ ;

4. Исследуйте функции на монотонность, экстремумы, выпуклость и точки перегиба функции  $f = f(x)$ , если:

$$а) f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1; \qquad б) f(x) = 24x^2 - x^3 + 2.$$

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f = f(x)$  на отрезке, если:

$$а) f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 18x + 3, [-1; 2]; \qquad в) f(x) = 24x^2 - x^3 + 2, [-2; 10].$$

### Тема 9. Интегральное исчисление ФОП. (ПК01 ОС-1)

1. Вычислите неопределенные интегралы:

1. $\int (3x^8 + 4x^5 - 2x + 4) dx$	11. $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx$ $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$	21. $\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$
2. $\int (12x^5 - 9x^2 + 13x - 7) dx$	12. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$	22. $\int \frac{4x^2}{\sqrt{5x^3 - 6}} dx$
3. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x}}$	13. $\int \frac{5}{\sqrt{3x+2}} dx$	23. $\int \frac{2 \arctg^4 x}{1+x^2} dx$
4. $\int \frac{dx}{9x^2 + 1}$	14. $\int \frac{3}{(4x+3)^2} dx$	24. $\int \frac{6e^x}{\sqrt{5e^x + 2}} dx$
5. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$	15. $\int \frac{7x^4}{2x^5 + 3} dx$	25. $\int \frac{2 \cos x}{3 \sin x + 5} dx$
6. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 1}}$	16. $\int \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx$	26. $\int x e^x dx$
7. $\int \operatorname{tg}^2 x dx$	17. $\int x e^{-3x^2+4} dx$	27. $\int \ln 2x dx$
8. $\int \frac{x^5 + x^3 - 1}{x^2 + 1} dx$	18. $\int \frac{\ln^5 x}{3x} dx$	28. $\int x^5 \ln x dx$
9. $\int \frac{x^3 - x + 2}{x^2 - 1} dx$	19. $\int (5x^7 - 3)^4 \cdot x^6 dx$	29. $\int x e^{7x} dx$
10. $\int \frac{x^4}{x^2 - 1} dx$	20. $\int e^{2x^4+3} \cdot x^3 dx$	30. $\int (x-5) \ln x dx$

2. Вычислите определенные интегралы, используя формулу Ньютона-Лейбница.

1. $\int_{-1}^3 (2x + 3) dx$	11. $\int_1^{\frac{3}{2}} \frac{7x}{(3x^2 - 2)^3} dx$	21. $\int_1^3 x \sqrt{10 - x^2} dx$
------------------------------	---	-------------------------------------

2. $\int_1^3 (x^2 + 3) dx$	12. $\int_0^5 \frac{8}{\sqrt{7x+1}} dx$	22. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x \ln(\cos x) dx$
3. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \left( \frac{3}{\cos^2 x} + 2 \sin x \right) dx$	13. $\int_{-3}^0 \frac{4}{\sqrt{3x+25}} dx$	23. $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$
4. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \sin x \right) dx$	14. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{2\sqrt{x^2+1}} dx$	24. $\int_1^e \frac{\ln^3 x}{x^2} dx$
5. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (3 \cos x + 2 \sin x) dx$	15. $\int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} dx$	25. $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$
6. $\int_1^{16} \left( 2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$	16. $\int_{2\sqrt{3}}^{4\sqrt{2}} \frac{5x}{\sqrt{x^2+4}} dx$	26. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos x dx$
7. $\int_1^9 \frac{1+\sqrt{x}}{3x} dx$	17. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{3 \sin x + 1}} dx$	42. $\int_0^{\pi} x \sin x dx$
8. $\int_0^8 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx$	18. $\int_3^5 \frac{7x}{\sqrt{25-x^2}} dx$	43. $\int_0^{0,2} x e^{5x} dx$
9. $\int_2^3 \frac{1}{2x} dx$	19. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin^5 x \cos x dx$	44. $\int_2^6 x \ln x dx$
10. $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2+1} dx$	20. $\int_{-1}^2 x(2x^2-1)^4 dx$	45. $\int_0^2 \ln(x^2+4) dx$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а)  $y = \frac{1}{2}x^2 + 1, y = 0, x = -2, x = 3;$

б)  $y = -x^2 - 1, y = 0, x = -1, x = 2.$

4. Вычислите объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями;

а)  $y = \frac{6}{x}, y = 0, x = 1, x = 3;$

б)  $y = x^2 + 1, y = 0, x = -1.$

5. Тело движется со скоростью  $v(t) = 6t + 4$  (м/с). Найдите длину пути, пройденного телом за: а) третью секунду движения; б) первые пять секунд движения.

6. Скорость тела задаётся формулой  $v(t) = 10t - 5t^2$  (м/с). Найдите путь, пройденный телом от начала его движения до остановки.

7. Скорость тела движущегося прямолинейно, задаётся формулой  $v(t) = 12t - 3t^2$  (м/с). Найдите путь, пройденный телом от начала его движения до остановки.

8. Вычислите работу, которую нужно затратить на сжатие пружины на 0,1 м, если для сжатия её на 0,01 м нужна сила 78 Н.

9. Сила в 6 Н растягивает пружину на 2 см. Какую работу надо произвести, чтобы растянуть пружину на 6 см?

10. Найти массу стержня длины 1 м, если линейная плотность стержня меняется по закону  $\rho(x) = 20x + 0,15x^2$ .

11. Найдите давление бензина, находящегося в цилиндрическом баке высотой  $h = 3,5$  м и радиусом  $r = 1,5$  м, на его стенки, если плотность бензина  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>.
12. Определите давление воды на вертикальной прямоугольный шлюз с основанием 10 м и высотой 6 м. Определите также давление на нижнюю половину шлюза. Плотность воды 1 000 кг/м<sup>3</sup>.

### Тема 10. Функции нескольких переменных. (ПК01 ОС-1)

1. Найдите область определения функций и изобразите на координатной плоскости:

1.  $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + \sqrt{9 - x^2 - y^2}$
2.  $z = \sqrt{\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16}} - 1$
3.  $z = \ln(9 - x^2 - y^2) + \sqrt{\ln x}$
4.  $z = \arcsin(x - y)$
6.  $z = \sqrt{\ln(x^2 + y^2)}$
7.  $z = \frac{\ln x}{\sqrt{16 - x^2 - y^2}}$

2. Найдите частные производные первого порядка от функций:

1.  $z = x^2 y^3 + x^3 y, M_0(2; 3)$
2.  $z = x^2 - 2xy^2 + y^3$
3.  $u = 2x^5 y + 4y^2 z^3 + 7xyz + 1, M_0(-1; 2; -3)$
4.  $u = x^2 y^3 z^4, M_0(-1; 3; 4)$
5.  $z = x^2 \cdot \sin y, M_0(4; \frac{\pi}{6})$

3. Найдите полный дифференциал функции:

1.  $z = 6x^2 - 2x^3 y^2 + y^2$
2.  $z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{x-y}$
3.  $z = \operatorname{arctg}(2x^2 - 3y^2)$
4.  $z = \ln(4x^2 + 4y^2)$
5.  $u = x^5 y^6 z^7$
6.  $u = x^{y^2 z}$

4. Вычислите приближенное значение функций, используя формулу

$$z(x_0 + \Delta x; y_0 + \Delta y) \approx z(x_0; y_0) + z'_x(x_0; y_0)\Delta x + z'_y(x_0; y_0)\Delta y:$$

1.  $z = \sqrt{4,05^2 + 2,93^2}$
2.  $z = 1,96^{5,04}$
3.  $z = \sqrt{1,05^3 + 1,96^3}$
4.  $z = \ln(1,02 \cdot 0,98)$
5.  $z = 3,05^2 + 6,98^2$
6.  $z = \sin 32^\circ \cos 59^\circ$

5. Пусть  $\begin{cases} x = r^2 \cos \varphi, \\ y = r^2 \sin \varphi. \end{cases}$  Вычислите определитель  $\begin{vmatrix} x'_r & x'_\varphi \\ y'_r & y'_\varphi \end{vmatrix}$ .

6. Проверьте, удовлетворяет ли данная функция данному уравнению:

1.  $z = y \ln(x^2 - y^2), \quad \frac{1}{x} z'_x + \frac{1}{y} z'_y = \frac{z}{y^2}$
2.  $z = x^y - y^x, \quad xz'_x + yz'_y = (x + y + \ln z)z$

7. Вычислите частные производные второго порядка функции:

1.  $z = x^3 - 5x^2 y + 3xy^2 - y^3$
2.  $z = x^y$
3.  $z = \ln(x^2 + 3y)$
4.  $z = \cos(x - 2y)$
5.  $z = \ln \operatorname{tg}(x + y)$
6.  $z = \sin^2(x - 2y)$

8. Вычислите производную функции в данной точке в заданном направлении

$$\vec{l} = l_x \cdot \vec{i} + l_y \cdot \vec{j} + l_z \cdot \vec{k}, \text{ используя формулу } u'_l = u'_x \cdot \cos \alpha + u'_y \cdot \cos \beta + u'_z \cdot \cos \gamma:$$

1.  $u = x^2 y - 3yz^3, M_0(2; 2; 1),$
2.  $u = y \cdot \ln(x^3 z) - z, M_0(1; 3; 1),$

$$\vec{l} = -9\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$$

9. Вычислите градиент функции в заданной точке, используя формулу

$$\text{grad } u = (u'_x; u'_y; u'_z) = u'_x \cdot \vec{i} + u'_y \cdot \vec{j} + u'_z \cdot \vec{k} :$$

1.  $u = \frac{\sin(xz^2)}{y}, M_0\left(\frac{\pi}{4}; \frac{1}{4}; 1\right)$

2.  $u = y \cdot \text{ctg}\left(\frac{z}{x}\right), M_0(1; 2; 1)$

10. Исследуйте на экстремум следующие функции:

1.  $z = 2xy - 3x^2 - 2y + 10$     3.  $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$     5.  $z = 2x^3 + y^3 - 6x - 12y + 3$

2.  $z = (x+2)^2 + (y-1)^2$     4.  $z = x^3 + y^3 - 6xy$     6.  $z = xy^2 - x^2y - 2y^2 + xy + 2y$

11. Найдите производную функции  $u = \ln(xy) - z^6$  в точке  $M_0\left(2; \frac{1}{2}; 1\right)$  в направлении

градиента функции  $v = 2x^2 + 4xy + 3y^2 + 2z$  в той же точке.

### Тема 11. Дифференциальные уравнения. (ПК01 ОС-1)

1. Найдите общие решения уравнений с разделенными переменными:

а)  $4ydy = 9x^2 dx$

г)  $3y^2 dy = e^x dx$

б)  $ydy = (1 - 2x^3) dx$

д)  $y^3 dy = (2x - 4x^3) dx$

в)  $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{2x}$

е)  $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{\sqrt{x}}$

2. Найдите частное решение уравнения  $dy = (x^2 - 1)dx$ , если  $y(1) = 4$ .

3. Найдите общие решения уравнений с разделяющимися переменными:

а)  $y' = \frac{3x^2}{2y}$

г)  $y' = \frac{e^x - 1}{6y^5}$

б)  $y' = \frac{1 - 3x^3}{y^{10}}$

д)  $y' = (1 + x^2)y$

в)  $y' = \frac{y}{x-1}$

е)  $y' = \frac{1 + y^2}{\sqrt{x}}$

4. Найдите общее решение ЛОДУ<sub>II</sub>:

а)  $4y'' - 11y' + 6y = 0$

ж)  $9y'' + 30y' + 25y = 0$

б)  $3y'' - 2y' - 5y = 0$

з)  $16y'' - 40y' + 25y = 0$

в)  $y'' + 2y' - 15y = 0$

и)  $y'' - 2y' + 37y = 0$

г)  $y'' - 3y' - 10y = 0$

к)  $y'' + 6y' + 13y = 0$

д)  $4y'' + 4y' + y = 0$

л)  $y'' + 2y' + 2y = 0$

е)  $64y'' - 112y' + 49y = 0$

м)  $y'' - 4y' + 8y = 0$

5. Найдите частное решение ЛОДУ<sub>II</sub>, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

а)  $y'' - 7y' + 6y = 0$

$y(0) = 2, y'(0) = -3$

б)  $y'' + 9y' + 20y = 0$

$y(0) = 1, y'(0) = -1$

в)  $y'' - 10y' + 25y = 0$

$y(0) = 5, y'(0) = 3$

г)  $y'' + 6y' + 9y = 0$

$y(0) = 1, y'(0) = 3$

$$д) y'' - 6y' + 10y = 0$$

$$y(0) = 1, y'(0) = 5$$

$$е) y'' - 4y' + 17y = 0$$

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

### Тема 12. Ряды. (ПК01 ОС-1)

1. Покажите, что ряд сходится, и найдите его сумму.

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} + \dots; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

2. Исследуйте на сходимость ряды:

а) с помощью необходимого признака сходимости

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+3}{5n-7}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{2n+3}$$

б) с помощью признака сравнения

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(1+n^2)}}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^3}}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^{n-1}}.$$

в) с помощью признака Даламбера

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}; \frac{4}{2} + \frac{4 \cdot 7}{2 \cdot 6} + \frac{4 \cdot 7 \cdot 10}{2 \cdot 6 \cdot 10} + \dots; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}.$$

г) с помощью интегрального признака

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

д) с помощью признака Лейбница

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n}.$$

3. Найдите радиус и интервал сходимости степенных рядов:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}; \sum_{n=1}^{\infty} (3x)^n; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1) \cdot 2^n}$$

### 6.3. Критерии и шкала оценивания на основе БРС.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ	РЕЗУЛЬТАТ В БАЛЛАХ
Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.	40
Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение	30 – 39

<p>монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.</p>	
<p>Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.</p>	20 – 29
<p>Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено, т.е. студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.</p>	0 – 19

#### **6.4. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий (при необходимости).**

Для решения контрольных заданий обучающемуся разрешается использование калькулятора.

## 7. Методические материалы по освоению дисциплины

### Шкала оценивания

Уровень знаний, умений и навыков обучающегося при устном ответе во время промежуточной аттестации определяется оценками «зачтено», «не зачтено», «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно». Критериями оценивания на зачете и экзамене является демонстрация основных теоретических положений в рамках осваиваемой компетенции, умение применять полученные знания на практике, овладение навыками решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.

Для дисциплин, формой промежуточной аттестации которых является зачет / экзамен, приняты следующие соответствия:

- ✓ 85 – 100% – «зачтено» / «отлично» (5);
- ✓ 65 – 84% – «зачтено» / «хорошо» (4);
- ✓ 55 – 64% – «зачтено» / «удовлетворительно» (3);
- ✓ менее 55% – «не зачтено» / «неудовлетворительно» (2).

При оценивании результатов обучения используется следующая шкала оценок:

85 – 100% (отлично, зачтено)	Учащийся демонстрирует совершенное знание основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умеет применять полученные знания на практике, владеет навыками анализа и систематизации информации в области финансов
65% – 84% (хорошо, зачтено)	Учащийся демонстрирует знание большей части основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умеет применять полученные знания на практике в отдельных сферах профессиональной деятельности, владеет основными навыками анализа и систематизации информации в области финансов
55% – 64% (удовлетворительно, зачтено)	Учащийся демонстрирует достаточное знание основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, умеет использовать полученные знания для решения основных практических задач в отдельных сферах профессиональной деятельности, частично владеет основными навыками анализа и систематизации информации в области финансов
менее 55% (неудовлетворительно, не зачтено)	Учащийся демонстрирует отсутствие знания основных теоретических положений, в рамках осваиваемой компетенции, не умеет применять полученные знания на практике, не владеет навыками анализа и систематизации информации в области финансов

### Методические рекомендации по подготовке к практическому (семинарскому) занятию

Основной целью практического (семинарского) занятия является проверка глубины понимания студентом изучаемой темы, учебного материала и умения изложить его содержание ясным и четким языком, развитие самостоятельного мышления и творческой активности у студента, умения решать практические задачи. На практических (семинарских) занятиях предполагается рассматривать наиболее важные, существенные, сложные вопросы

которые, наиболее трудно усваиваются студентами. При этом готовиться к практическому (семинарскому) занятию всегда нужно заранее. Подготовка к практическому (семинарскому) занятию включает в себя следующее:

- ✓ обязательное ознакомление с вопросами для устного опроса,
- ✓ изучение конспектов лекций, соответствующих разделов учебника, учебного пособия, содержания рекомендованных нормативных правовых актов;
- ✓ работа с основными терминами (рекомендуется их выучить);
- ✓ изучение дополнительной литературы по теме занятия, делая при этом необходимые выписки, которые понадобятся при обсуждении на семинаре;
- ✓ формулирование своего мнения по каждому вопросу и аргументированное его обоснование;
- ✓ запись возникших во время самостоятельной работы с учебниками и научной литературы вопросов, чтобы затем на семинаре получить на них ответы;
- ✓ обращение за консультацией к преподавателю.

### **Методические рекомендации по подготовке к опросу**

Устные опросы проводятся во время практических занятий и возможны при проведении зачета в качестве дополнительного испытания при недостаточности результатов тестирования и решения задачи. Вопросы опроса не должны выходить за рамки объявленной для данного занятия темы. Устные опросы необходимо строить так, чтобы вовлечь в тему обсуждения максимальное количество обучающихся в группе, проводить параллели с уже пройденным учебным материалом данной дисциплины и смежными курсами, находить удачные примеры из современной действительности, что увеличивает эффективность усвоения материала на ассоциациях.

Основные вопросы для устного опроса доводятся до сведения студентов на предыдущем практическом занятии.

При оценке опросов анализу подлежит точность формулировок, связность изложения материала, обоснованность суждений.

### **Методические рекомендации по выполнению тестирования**

Данный вид работы проверяет усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков, а также умения анализировать ситуации.

Время написания теста составляет 30 мин. (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным). При проведении тестирования обучающимся предлагается ответить на два контрольных вопроса.

Выполнение тестирования является обязательным для всех обучающихся. Результаты тестирования является допуском к экзамену, при условии, что на один вопрос (из двух заложенных в задании) дан корректный, полный и развернутый ответ.

### **Методические рекомендации по подготовке к контрольной работе**

Контрольная работа – это специальная форма самостоятельной работы студентов. Целью выполнения такого вида задания является изучение студентами предложенных теоретических вопросов, выработка умения связывать теоретический материал с практикой

применения. Поэтому содержание контрольных работ включает теоретический вопрос и практическое задание, в котором изложена конкретная ситуация, предложенная для анализа и решения. Кроме этого, выполнение контрольной работы позволяет обучающемуся не только всесторонне и глубоко изучить ту проблему, над которой он непосредственно работает, но и помогает ему приобрести навыки творческого подхода к решению множества проблем.

Выполнение контрольной работы также помогает выработать навыки логического анализа монографий, нормативного материала, учебной литературы, развивает умение правильно и кратко формулировать, и раскрывать теоретические положения, способствует овладению юридической терминологией, дает возможность лаконично высказать практические рекомендации, предложения, сделать краткие самостоятельные выводы.

Контрольная работа представляет собой также важную форму контроля со стороны преподавателя за успеваемостью студента, его самостоятельной деятельностью по изучению дисциплины.

### **Методические рекомендации по подготовке к коллоквиуму**

Проведение коллоквиума используется как одна из форм текущего контроля, в частности, в виде семинара, который посвящается обсуждению определенной тематики по итогам завершения изучения одного из блоков дисциплины. На коллоквиум выносятся проблемные и спорные вопросы, требующие, в том числе, самостоятельного изучения и анализа для чего, заблаговременно формируются индивидуальные группы (по 1-й теме на каждую группу), а также определяются докладчики по темам. На подготовку к коллоквиуму студентам отводится 2 недели.

Коллоквиум проводится в форме общего обсуждения и в группах. Преподаватель выступает в качестве руководителя диспута, докладчики по темам – в качестве экспертов. Докладчики выступают по подготовленным темам, приводя результаты исследования и собственные выводы. Индивидуальные группы по соответствующей тематике дополняют выступление, а также приводят контраргументы, дополнительные результаты научных изысканий.

В заключение преподаватель подводит итоги коллоквиума и оценивает результаты работы участников, предоставляет рекомендации по усовершенствованию навыков (как научной деятельности, так и работы в команде). Коллоквиум оценивается по 10-ти балльной шкале.

### **Самоподготовка к практическим занятиям**

При подготовке к практическому занятию необходимо помнить, что та или иная дисциплина тесно связана с ранее изучаемыми курсами. Более того, именно синтез полученных ранее знаний и текущего материала по курсу делает подготовку результативной и всесторонней.

На семинарских занятиях студент должен уметь последовательно излагать свои мысли и аргументированно их отстаивать.

Для достижения этой цели необходимо:

1. ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;
2. осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;

3. изучить рекомендованную литературу по данной теме;
4. тщательно изучить лекционный материал;
5. ознакомиться с вопросами очередного семинарского занятия;
6. подготовить краткое выступление по каждому из вынесенных на семинарское занятие вопросу.

Изучение вопросов очередной темы требует глубокого усвоения теоретических основ дисциплины, раскрытия сущности основных экономических категорий, проблемных аспектов темы и анализа фактического материала.

При презентации материала на семинарском занятии можно воспользоваться следующим алгоритмом изложения темы: определение и характеристика основных категорий, эволюция предмета исследования, оценка его современного состояния, существующие проблемы, перспективы развития.

### **Самостоятельная работа студента при подготовке к промежуточной аттестации**

Ответственным этапом учебного процесса является сдача промежуточная аттестация. Бесспорным фактором успешного завершения очередного семестра является кропотливая, систематическая работа студента в течение всего семестра. В этом случае подготовка к промежуточной аттестации будет являться концентрированной систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

В начале семестра рекомендуется по всем изучаемым предметам получить вопросы к промежуточной аттестации, а также использовать в процессе обучения программу, другие методические материалы, разработанные по данной дисциплине.

При подготовке к промежуточной аттестации конструктивным является коллективное обсуждение выносимых на экзамен вопросов с сокурсниками, что позволяет повысить степень систематизации и углубления знаний.

Перед последним семинаром по предмету следует составить список вопросов, требующих дополнительного разъяснения преподавателем на консультации перед промежуточной аттестацией.

### **Самостоятельная работа студента в библиотеке**

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа многоаспектна и предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

- а) получение книг в научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

При подготовке докладов, рефератов и иных форм итоговой работы студентов, представляемых ими на семинарских занятиях, важным является формирование библиографии по изучаемой тематике. При этом рекомендуется использовать несколько категорий источников информации – учебные пособия, монографии, периодические издания, законодательные и нормативные документы, статистические материалы, информацию государственных органов власти и Банка России, органов местного самоуправления,

переводные издания, а также труды зарубежных авторов в оригинале.

### Рекомендации по самостоятельной работе студентов

Неотъемлемым элементом учебного процесса является самостоятельная работа студента. При самостоятельной работе достигается конкретное усвоение учебного материала, развиваются теоретические способности, столь важные для современной подготовки специалистов. Формы самостоятельной работы студентов по дисциплине: написание конспектов, подготовка ответов к вопросам, написание рефератов, решение задач, исследовательская работа, выполнение контрольной работы.

Задания для самостоятельной работы включают в себя комплекс аналитических заданий, выполнение которых предполагает тщательное изучение научной и учебной литературы, периодических изданий, а также законодательных и нормативных документов предлагаемых в п. 8 «Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине». Задания предоставляются на проверку в печатном виде.

На самостоятельную работу студентов по дисциплине Б1.О.33.01 «Математика» выносятся следующие темы:

№ п/п	Тема	Вопросы, выносимые на СРС	Очная форма	Заочная форма
1	Элементы теории множеств	Метрическое пространство.	О, КР	О
2	Матрицы и определители	Определители матриц и их свойства.	О, КР	О
3	Системы линейных уравнений	Решение СЛУ методом Жордана-Гаусса.	О, КР	О
4	Векторы на плоскости и в пространстве	1. Действия над векторами. 2. Размерность и базис векторного пространства. 3. Евклидово пространство, его свойства. 4. Применение векторного и смешанного произведения векторов.	О, КР	О
5	Комплексные числа	1. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами, записанными в алгебраической форме. 2. Решение уравнений. 3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами, записанными в тригонометрической форме. 4. Показательная форма комплексного числа. Действия над комплексными числами, записанными в показательной форме.	О, КР	О
6	Элементы аналитической геометрии.	1. Кривые второго порядка. 2. Уравнение поверхности в пространстве.	О, КР	О
7	Функции одной переменной	1. Непрерывность функции. 2. Точки разрыва. 3. Свойства непрерывной функции.	О, КР	О
8	Дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных.	1. Основные теоремы дифференциального исчисления. 2. Асимптоты графика функции. 3. Понятие функции нескольких переменных. 4. Частные производные первого и порядка функции нескольких переменных. 5. Полный дифференциал функции	О, КР	О

		нескольких переменных.		
9	Интегральное исчисление.	1. Свойства неопределенного интеграла. 2. Способы вычисления неопределенного интеграла. 3. Понятие определенного интеграла. 4. Свойства определенного интеграла. 5. Вычисление площади плоской фигуры. 6. Вычисление объема тела вращения. 7. Вычисление пройденного пути.	О, КР	О
10	Функции нескольких переменных	1. Условный экстремум. 2. Метод множителей Лагранжа.	О, КР	О
11	Дифференциальные уравнения.	1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Способы решения дифференциальных уравнений 1-го порядка. 2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка: допускающие понижение порядка, линейные с постоянными коэффициентами.	О, КР	О
12	Ряды	1. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. 2. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций. 3. Применение рядов в приближенных вычислениях.	О, КР	

### Рекомендации по работе с литературой

При изучении курса учебной дисциплины особое внимание следует обратить на рекомендуемую основную и дополнительную литературу.

Важным элементом подготовки к семинару является глубокое изучение основной и дополнительной литературы, рекомендованной по теме занятия, а также первоисточников. При этом полезно прочитанную литературу законспектировать. Конспект должен отвечать трем требованиям: быть содержательным, по возможности кратким и правильно оформленным.

Содержательным его следует считать в том случае, если он передает все основные мысли авторов в целостном виде. Изложить текст кратко – это значит передать содержание книги, статьи в значительной мере своими словами. При этом следует придерживаться правила – записывать мысль автора работы лишь после того, как она хорошо понята. В таком случае поставленная цель будет достигнута. Цитировать авторов изучаемых работ (с обязательной ссылкой на источник) следует в тех случаях, если надо записывать очень важное определение или положение, обобщающий вывод.

Важно и внешнее оформление конспекта. В его начале надо указать тему семинара, дату написания, названия литературных источников, которые будут законспектированы. Глубокая самостоятельная работа над ними обеспечит успешное усвоение изучаемой дисциплины.

Одним из важнейших средств серьезного овладения теорией является **конспектирование первоисточников.**

Для составления конспекта рекомендуется сначала прочитать работу целиком, чтобы уяснить ее общий смысл и содержание. При этом можно сделать пометки о ее структуре, об основных положениях, выводах, надо стараться отличать в тексте основное от второстепенного, выводы от аргументов и доказательств. Если есть непонятные слова, надо в энциклопедическом словаре найти, что это слово обозначает. Закончив чтение (параграфа, главы, статьи) надо задать себе вопросы такого рода: В чем главная мысль? Каковы основные звенья доказательства ее? Что вытекает из утверждений автора? Как это согласуется с тем, что уже знаете о прочитанном из других источников?

Ясность и отчетливость восприятия текста зависит от многого: от сосредоточенности студента, от техники чтения, от настойчивости, от яркости воображения, от техники фиксирования прочитанного, наконец, от эрудиции – общей и в конкретно рассматриваемой проблеме.

Результатом первоначального чтения должен быть простой **план текста и четкое представление о неясных местах**, отмеченных в книге. После предварительного ознакомления, при повторном чтении следует **выделить основные мысли автора** и их развитие в произведении, обратить внимание на обоснование отдельных положений, на методы и формы доказательства, наиболее яркие примеры. В ходе этой работы окончательно отбирается материал для записи и определяется ее вид: **план, тезисы, конспект**.

План это краткий, последовательный перечень основных мыслей автора. Запись прочитанного в виде тезисов – это выявление и запись опорных мыслей текста. Разница между планом и тезисами заключается в следующем: в плане мысль называется (ставь всегда вопрос: о чем говорится?), в тезисах – формулируется – (что именно об этом говорится?). Запись опорных мыслей текста важна, но полного представления о прочитанном на основании подобной записи не составишь. Важно осмыслить, как автор доказывает свою мысль, как убеждает в истинности своих выводов. Так возникает конспект. Форма записи, как мы уже отметили, усложняется в зависимости от целей работы: план – о чем?; тезисы – о чем? что именно?; конспект – о чем? что именно? как?

Конспект – это краткое последовательное изложение содержания. Основу его составляет план, тезисы и выписки. Недостатки конспектирования: многословие, цитирование не основных, а связующих мыслей, стремление сохранить стилистическую связанность текста в ущерб его логической стройности. Приступать к конспектированию необходимо тогда, когда сложились навыки составления записи в виде развернутого подробного плана.

Форма записи при конспектировании требует особого внимания: важно, чтобы собственные утверждения, размышления над прочитанным, четко отделялись при записи. Разумнее выносить свои пометки на широкие поля, записывать на них дополнительные справочные данные, помогающие усвоению текста (дата события, упомянутого авторами; сведения о лице, названном в книге; точное содержание термина). Если конспектируется текст внушительного объема, необходимо указывать страницы книги, которые охватывает та или иная часть конспекта.

Для удобства пользования своими записями важно озаглавить крупные части конспекта, подчеркивая **заголовки**. Следует помнить о назначении красной строки, стремиться к четкой графике записей – уступами, колонками. Излагать главные мысли автора и их систему аргументов необходимо преимущественно своими словами, перерабатывая таким образом информацию, – так проходит уяснение ее сути. Мысль, фразы, понятые в контексте, могут приобрести более пространное изложение в записи. Но текст оригинала свертывается, и студент, отрабатывая логическое мышление, учится выделять главное и обобщать однотипные суждения, однородные факты. Кроме того, делая записи своими словами, обобщая, студент учится письменной речи.

Знание общей стратегии чтения, техники составления плана и тезисов определяет и технологию конспектирования:

- внимательно читать текст, попутно отмечая непонятные места, незнакомые термины и понятия. **Выписать на поля** значение отмеченных понятий.
- при первом чтении текста необходимо составить его **простой план**, последовательный перечень основных мыслей автора.
- при повторном чтении текста выделять **систему доказательств** основных положений работы автора.
- заключительный этап работы с текстом состоит в осмыслении ранее отмеченных мест и их краткой последовательной записи.

- при конспектировании нужно стремиться *выразить мысль автора своими словами*, это помогает более глубокому усвоению текста.
- в рамках работы над первоисточником важен умелый *отбор цитат*. Необходимо учитывать, насколько ярко, оригинально, сжато изложена мысль. Цитировать необходимо те суждения, на которые впоследствии возможна ссылка как на авторитетное изложение мнения, вывода по тому или иному вопросу.

Конспектировать целесообразно не на отдельном листе, а в общей тетради на одной странице листа. Обратная сторона листа может быть использована для дополнений, необходимость которых выяснится в дальнейшем. При конспектировании литературы следует оставить широкие поля, чтобы записать на них план конспекта. Поля могут быть использованы также для записи своих замечаний, дополнений, вопросов. При выступлении на семинаре студент может пользоваться своим конспектом для цитирования первоисточника. Все обучающиеся внимательно слушают выступления одногруппников, отмечают спорные или ошибочные положения в них, вносят поправки, представляют свои решения и обоснования обсуждаемых проблем.

В конце семинара, когда преподаватель подводит итоги занятия, студенты с учетом рекомендаций преподавателя и выступлений сокурсников дополняют или исправляют свои конспекты.

### **Рекомендации по изучению методических материалов**

Методические материалы по дисциплине позволяют студенту оптимальным образом организовать процесс изучения данной дисциплины. Методические материалы по дисциплине призваны помочь студенту понять специфику изучаемого материала, а в конечном итоге – максимально полно и качественно его освоить. В первую очередь студент должен осознать предназначение методических материалов: структуру, цели и задачи. Для этого он знакомится с преамбулой, оглавлением методических материалов, говоря иначе, осуществляет первичное знакомство с ним. В разделе, посвященном методическим рекомендациям по изучению дисциплины, приводятся советы по планированию и организации необходимого для изучения дисциплины времени, описание последовательности действий студента («сценарий изучения дисциплины»), рекомендации по работе с литературой, советы по подготовке к экзамену и разъяснения по поводу работы с тестовой системой курса и над домашними заданиями. В целом данные методические рекомендации способны облегчить изучение студентами дисциплины и помочь успешно сдать экзамен. В разделе, содержащем учебно-методические материалы дисциплины, содержание практических занятий по дисциплине, словарь основных терминов дисциплины.

### **Рекомендации для подготовки к зачету / экзамену**

При подготовке к зачету / экзамену студент внимательно просматривает вопросы, предусмотренные рабочей программой, и знакомится с рекомендованной основной литературой. Основой для сдачи экзамена студентом является изучение конспектов лекций, прослушанных в течение семестра, информация, полученная в результате самостоятельной работы в течение семестра.

## 8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет

### 8.1. Основная литература

1. Математика для экономистов. Практикум : учебное пособие для вузов / О. В. Татарников [и др.]; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 285 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8868-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511190>
2. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебное пособие для вузов / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 447 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12319-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510530>
3. Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 1 : учебник для вузов / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 248 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07889-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513025>
4. Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 2 : учебник для вузов / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 305 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07891-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513026>

### 8.2. Дополнительная литература

1. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для вузов / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 401 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07001-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510750>
2. Бугров, Я. С. Высшая математика. Задачник : учебное пособие для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 192 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7568-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511713>
3. Ключин, В. Л. Высшая математика для экономистов. Задачи, тесты, упражнения : учебник и практикум для вузов / В. Л. Ключин. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 165 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03124-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510653>

### **8.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

### **8.4. Нормативные правовые документы**

### **8.5. Интернет-ресурсы**

### **8.6. Иные источники**

## **9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- ✓ лекционные аудитории, оборудованные видеопроекторным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном;
- ✓ помещения для проведения семинарских и практических занятий, оборудованные учебной мебелью.

Дисциплина поддержана соответствующими лицензионными программными продуктами: Microsoft Windows 7 Prof, Microsoft Office 2010, Kaspersky 8.2, СПС Гарант, СПС Консультант.

Программные средства обеспечения учебного процесса включают:

- ✓ программы презентационной графики (MS PowerPoint – для подготовки слайдов и презентаций);
- ✓ текстовые редакторы (MS WORD), MS EXCEL – для таблиц, диаграмм.

Вуз обеспечивает каждого обучающегося рабочим местом в компьютерном классе в соответствии с объемом изучаемых дисциплин, обеспечивает выход в сеть Интернет.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся включают следующую оснащенность: столы аудиторные, стулья, доски аудиторные, компьютеры с подключением к локальной сети института (включая правовые системы) и Интернет.

Для изучения учебной дисциплины используются автоматизированная библиотечная информационная система и электронные библиотечные системы.